

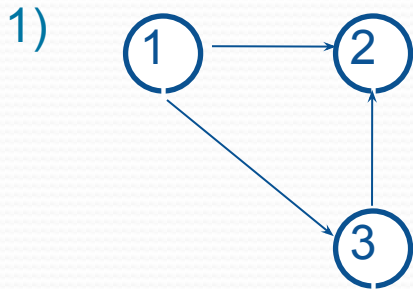
Что такое комбинаторика?

- **Комбинаторика** – наука о соединениях, которая изучает операции над конечными множествами и решает задачи, связанные с этими операциями.
- Основными задачами комбинаторики являются:
 - определение вида соединений;
 - подсчёт числа соединений.
- Комбинаторные задачи решают **конструкторы** при создании новой модели механизма; **агрономы** при планировании размещения культур; **химики** при изучении строения органических молекул.

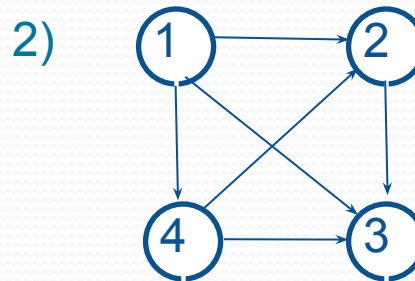
Дерево вариантов

Задача № 1. При встрече каждый из друзей пожал другому руку. Сколько рукопожатий сделано если друзей было 1) трое; 2) четверо?

Решение:



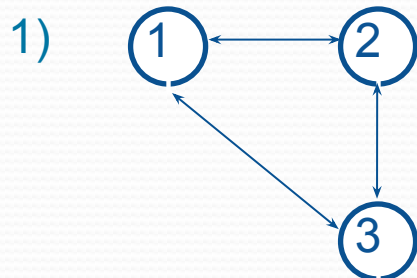
3 рукопожатия



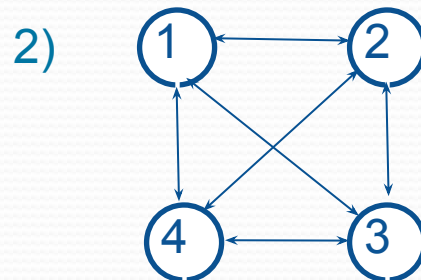
6 рукопожатий

Задача № 2. По окончании встречи друзья обменялись фотографиями. Сколько всего фотографий роздано, если во встрече участвовало 1) 3 друга; 2) 4 друга?

Решение:



6 фотографий



12 фотографий

Задачи для самостоятельного решения

- Задача № 1. В шахматном турнире участвовало 7 человек. Каждый с каждым, играя по одной партии. Сколько партий они сыграли?
- Задача № 2. 7 человек обменялись визитками. Сколько при этом было роздано визиток?

Ответы: № 1- 21 партия; № 2- 42 визитки.

Комбинаторное правило произведения

Задача № 1. Перечислить все двузначные числа, записанные с помощью цифр 4, 5, 6 и 7.

Решение:

1) Составим таблицу вариантов:

	4	5	6	7
4	44	45	46	47
5	54	55	56	57
6	64	65	66	67
7	74	75	76	77

Получили таблицу двузначных чисел размером 4 на 4, количество чисел в которой $4 \times 4 = 16$

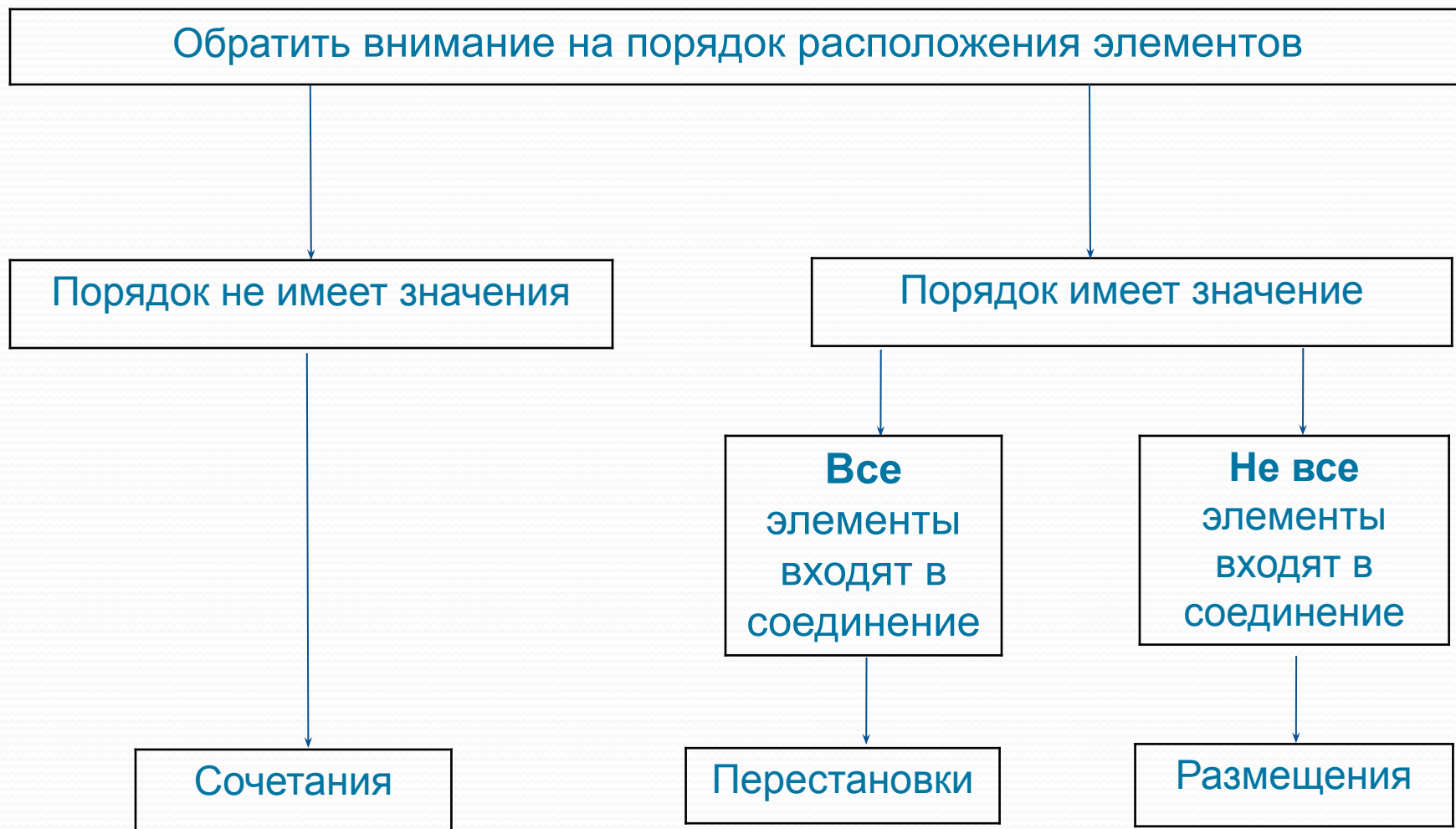
Правило произведения. Чтобы найти число комбинаций предметов двух типов, нужно число предметов первого типа умножить на число предметов второго типа. Если число предметов первого типа равно m , а число предметов второго типа равно n , то число их комбинаций равно mn .

Задачи для самостоятельного решения

- Задача № 1. Сколько различных трехзначных чисел, в записи которых цифры могут повторяться, можно записать с помощью цифр:
1) 1, 2, 3 и 4;
2) 0, 1, 2 и 3?
- Задача № 2. Вася забыл вторую и последнюю цифры пятизначного номера телефона друга. Какое наибольшее число звонков предстоит сделать Васе, если он решил перепробовать комбинации всех забытых цифр, чтобы в результате дозвониться до друга ?

Ответы: № 1 – 1) 64; 2) 48. № 2- 100.

Алгоритм определения вида соединений



Перестановки

Перестановками из n элементов называются комбинации из n элементов, отличающихся друг от друга только порядком расположения.

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!$$

$$P_0 = 0! = 1$$

Задача № 1. Сколькими способами можно распределить пять должностей между пятью лицами избранными в президиум спортивного общества?

Решение:

$$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

Ответ: 120-ю способами.

Задача № 2. Для дежурства в классе в течение недели (кроме воскресенья) выделены 6 учащихся. Сколькими способами можно установить очерёдность дежурств, если каждый учащийся дежурит один раз?

Решение:

$$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

Ответ: 720-ю способами.

Размещения

Размещением из n элементов по k ($k \leq n$) называется любое множество, состоящее из любых k элементов, взятых в определённом порядке из данных n элементов.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Задача № 1. В президиум собрания избрали восемь человек. Сколькими способами они могут распределить между собой обязанности председателя, секретаря и счётчика?

Решение:

$$A_8 = 8!/(8-3)! = 336$$

Ответ: 336-ю способами.

Задача № 2. Сколько словарей надо издать, чтобы можно было непосредственно выполнять переводы с любого из пяти языков: русского, немецкого, английского, французского, итальянского на любой другой из этих пяти языков?

Решение:

$$A_5 = 5!/(5-2)! = 20$$

Ответ: 20-ю способами.

Сочетания

Сочетанием из n элементов по k ($k \leq n$) по k называется любое множество, составленное из k элементов, выбранных из данных n элементов.

$$C_n^k = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

Задача № 1. Двенадцать человек играют в городки. Сколькими способами они могут разбиться на команды по 4 человека в каждой?

Решение:

$$C_{12}^4 = \frac{12!}{4! 8!} = 495$$

Ответ: 495-ю способами.

Задача № 2. Из восьми намеченных кандидатов нужно избрать в редкомиссию трёх учеников. Сколькими способами можно это сделать?

Решение:

$$C_8^3 = \frac{8!}{3! (8 - 3)!} = \frac{6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 56$$

Ответ: 56-ю способами.

Задачи для самостоятельного решения

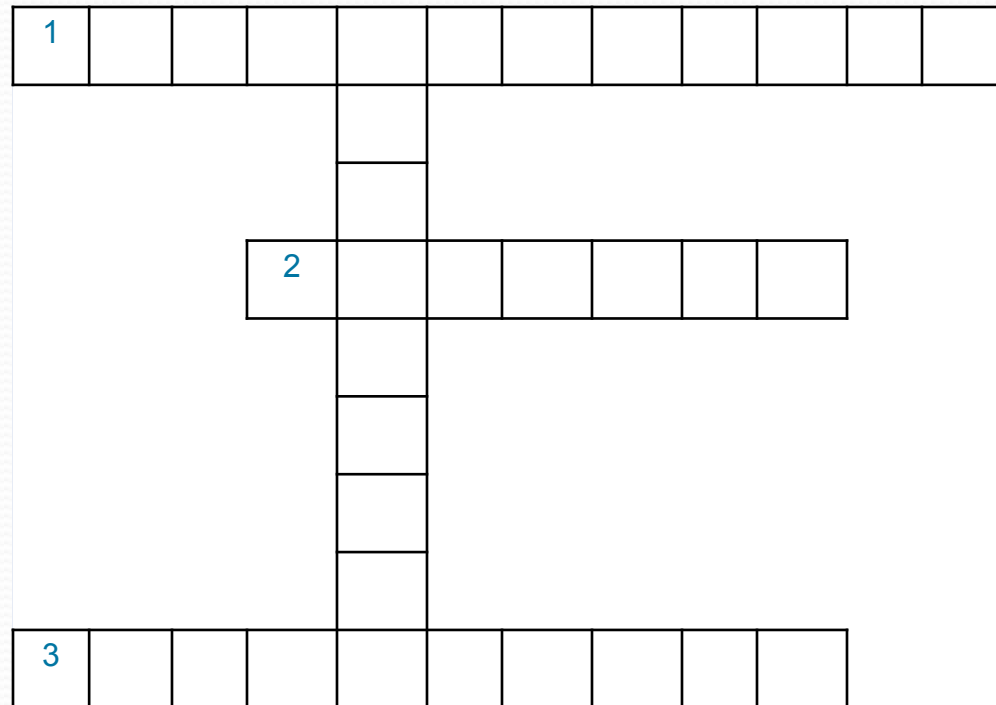
● Задача № 1. Иван купил билет Спортлото. 5 из 36. Он должен зачеркнуть ровно 5 номеров из 36. Сколько существует способов это сделать?

Задача № 2. На станции 7 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них 4 поезда?

Задача № 3. Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается цифрами 5, 7, 8, но забыла в каком порядке эти цифры следуют. Укажите наибольшее число вариантов, которые ей придётся перебрать, чтобы дозвониться подруге.

Ответы: № 1 – 376992. № 2 - 840. № 3 – 6

Кроссворд



Кроссворд. Вопросы

По горизонтали:

1. Соединения, которые можно составить из n предметов, меняя всеми возможными способами их порядок.
2. Учёный, который первым рассмотрел комбинаторику как самостоятельную ветвь науки и ввёл термин «комбинаторный».
3. Соединение, содержащее по k предметов из числа n данных, различающихся либо порядком предметов, либо самими предметами.

По вертикали:

Соединение, содержащее по k предметов из n , различающихся друг от друга по крайней мере одним предметом.

Кроссворд. Ответы

¹ п	е	р	е	с	т	а	н	о	в	к	и
				о							
				ч							
			² л	е	й	б	н	и	ц		
				т							
				а							
				н							
				и							
³ р	а	з	м	е	щ	е	н	и	е		