

Математическая логика

Математические понятия

Любые **математические объекты** – это результат выделения из предметов и явлений окружающего мира количественных и пространственных свойств и отношений и абстрагирования их от всех других свойств.

Результатом абстрагирования являются такие важнейшие математические понятия как «число» и «величина».

Всякий математический объект обладает определёнными свойствами.

Свойства объекта



Существенные свойства **Несущественные свойства**

Математические понятия

Чтобы понимать, что представляет собой данный объект, достаточно знать его существенные свойства. В этом случае говорят, что имеется **понятие об этом объекте**.

Всякое понятие характеризуется **термином, объёмом и содержанием**.

Совокупность всех взаимосвязанных существенных свойств объекта называют **содержанием понятия** об этом объекте.

Объём понятия – это совокупность всех объектов, обозначаемых одним и тем же термином(словом,

названием A – понятие

Пример. V_A – объём понятия
 S_A – содержание понятия

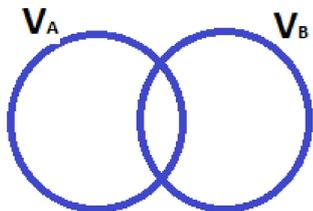
A – треугольник

$V_A = \{\text{остроугольный, прямоугольный, тупоугольный, равнобедренный, равносторонний и разносторонние}\}$

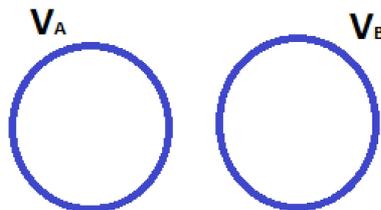
$S_A = \{\text{три вершины, три стороны, три угла, сумма углов равна } 180^\circ \text{ и т.д.}\}$

Математические понятия

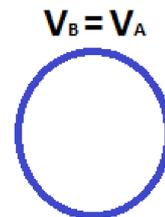
Отношения между объёмами понятий



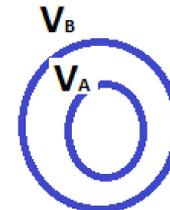
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ



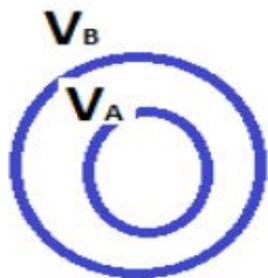
НЕПЕРЕСЕЧЕНИЕ



РАВЕНСТВО



ВКЛЮЧЕНИЕ



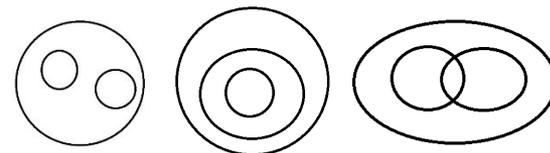
Если $V_A \subset V_B$, то понятие **A** является **видовым** для понятия **B**, а понятие **B** – **родовым** для понятия **A**.

Пример.

Прямоугольник – родовое понятие.

Квадрат – видовое понятие.

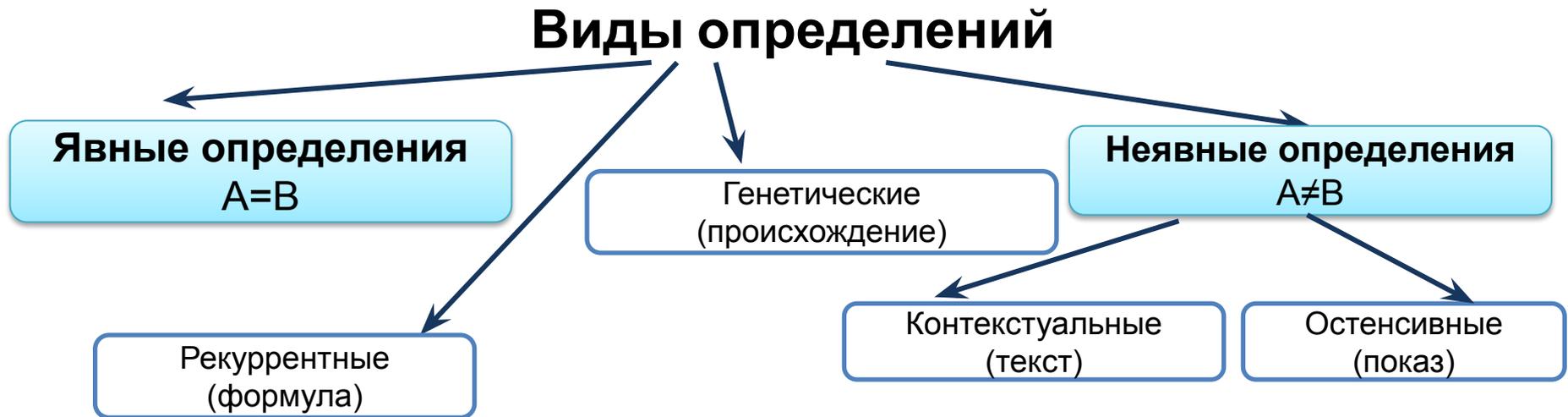
Одному родовому понятию могут быть присущи несколько видовых понятий. Свойства, благодаря которым одно видовое понятие отличается от другого, называются **видовым отличиями**.



Определение понятий

Чтобы установить, содержится ли объект в объёме данного понятия, необходимо проверить наличие у него лишь некоторых существенных свойств. Указание этих свойств объекта, которые достаточны для распознавания объекта, называется **определением понятия**.

Определение – это логическая операция, раскрывающая содержание понятия.



Определение понятий

Структура явного определения

Видовое понятие	Родовое понятие + видовое отличие
Определяемое понятие	Определяющее понятие

Пример. Прямоугольный треугольник – это треугольник, у которого один угол прямой.

Прямоугольный треугольник	треугольник	один угол прямой
Видовое понятие	Родовое понятие	видовое отличие
Определяемое понятие	Определяющее понятие	

Математические понятия, определения, предложения и доказательства

Понятие	Определение понятия	Пример
Явное определение		<p>Да. Равнобедренный треугольник –это треугольник, у которого две стороны равны.</p> <p>Нет. Линейная функция – это функция вида $y=kx+b$.</p>
Высказывание		<p>Да. А: Число 5 – чётное (л). В: Число 13 – простое (и).</p> <p>Нет. Который час? $5+x=8$</p>
Простое высказывание		<p>Да. А: Число 6 – чётное.</p> <p>Нет. В: Дети ели на завтрак яблоко, блины и варенье.</p>
Составное высказывание		<p>Да. Число 5 чётное и простое (конъюнкция). Число 5 чётное или составное (дизъюнкция). Число 5 – нечётное (отрицание).</p> <p>Нет. Число 13 – простое (и). Который час? $5+x=8$</p>
Высказывательная форма		<p>Да. А(x): $5+x=8$ В(x,y): Писатель x написал роман y.</p> <p>Нет. Число x чётное?</p>
Высказывание с кванторами		<p>Да. А: Любой ребёнок любит мороженое. В: Существуют равнобедренные треугольники.</p>