



Лекция №5

Математическая логика



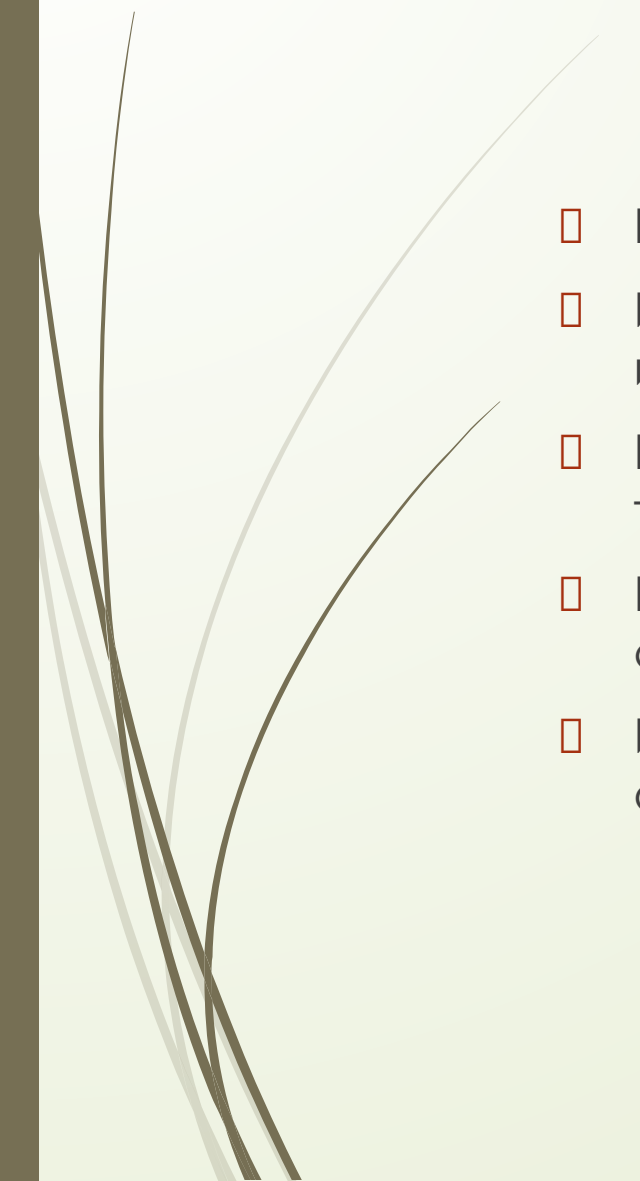
Алгебра логики



- Раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые с точки зрения их логических значений, и логических операций над ними.
- Основатель алгебры логики Джордж Буль.



Высказывание

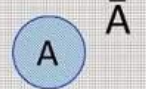
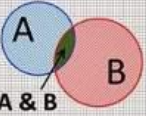
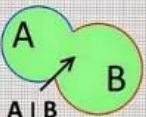


- Предложение, про которое можно сказать, истинно оно или ложно.
- Из имеющихся высказываний можно строить новые высказывания, используя логические связи «И», «ИЛИ», «НЕ», «ЕСЛИ...ТО...» и т.д.
- Если никакая часть данного высказывания не является высказыванием, то его называют элементарным.
- Высказывания, образованные из других высказываний, называют составными (сложными).
- Истинность составных высказываний зависит от истинности образующих их высказываний и логических связок.



Логическая переменная

- Переменная, которая обозначает любое высказывание и может принимать логические значения «истина» или «ложь»
- 

№	Наименование операции	Обозначение	Диаграмма	Таблица истинности															
1.	Инверсия (логическое отрицание)	$\neg A$ $\bar{A}$ not A НЕ A		<table><tr><th>A</th><th>$\bar{A}$</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	$\bar{A}$	0	1	1	0									
A	$\bar{A}$																		
0	1																		
1	0																		
2.	Конъюнкция (логическое умножение)	$A \wedge B$ A & B A and B A И B		<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \wedge B$</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	$A \wedge B$	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
A	B	$A \wedge B$																	
0	0	0																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	1																	
3.	Дизъюнкция (логическое сложение)	$A \vee B$ A B A or B A ИЛИ B		<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \vee B$</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	$A \vee B$	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
A	B	$A \vee B$																	
0	0	0																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	1																	
4.	Импликация (логическое следствие)	$A \Rightarrow B$ $A \rightarrow B$		<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \rightarrow B$</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	$A \rightarrow B$	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
A	B	$A \rightarrow B$																	
0	0	1																	
0	1	1																	
1	0	0																	
1	1	1																	
5.	Эквиваленция (логическая равнозначность)	$A \equiv B$ $A \Leftrightarrow B$ $A \leftrightarrow B$		<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \leftrightarrow B$</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	$A \leftrightarrow B$	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
A	B	$A \leftrightarrow B$																	
0	0	1																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	1																	

Логические операции

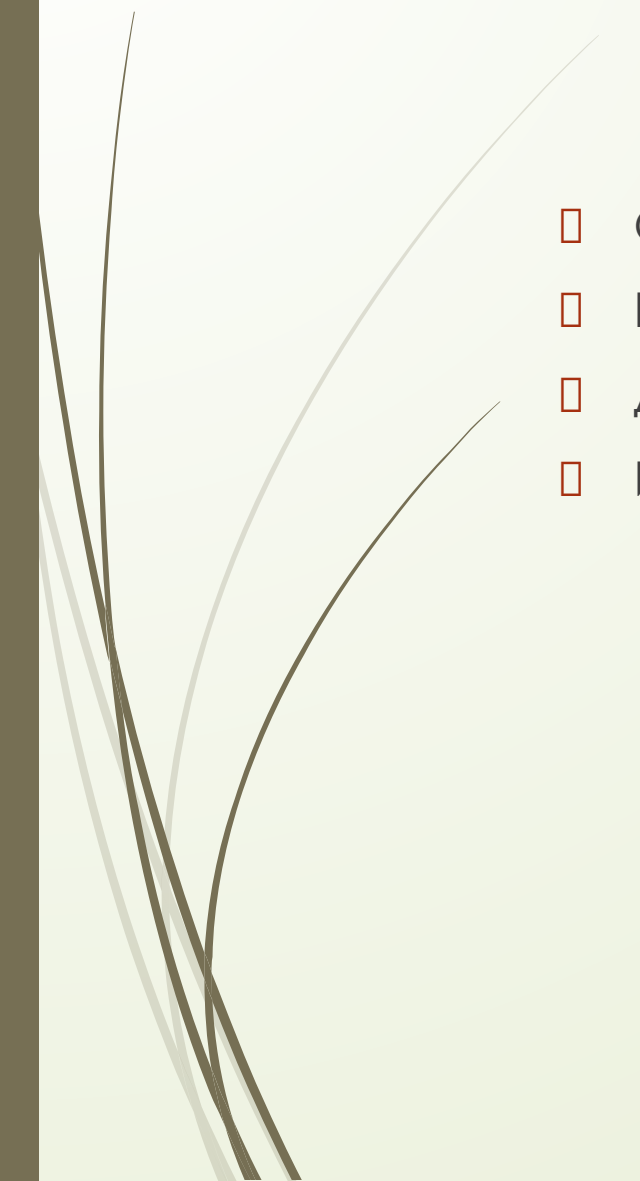


Логическое выражение

- Составное логическое высказывание, состоящее из логически констант, логических переменных, знаков логических операций и скобок.
- 



Приоритет операций

- Отрицание
 - Конъюнкция
 - Дизъюнкция
 - Импликация; Эквивалентность.
- 



Решение логического уравнения

- Один или несколько наборов значений логических переменных, при которых логическое уравнение будет истинным высказыванием.
- 

Домашнее задание (база)

Для какого из приведённых значений числа X истинно высказывание: **НЕ** ($X < 6$) **И** ($X < 7$)?

- 1) 5
- 2) 6
- 3) 7
- 4) 8

Для какого из приведённых имён ложно высказывание:

НЕ (Первая буква согласная) **ИЛИ НЕ** (Последняя буква гласная)?

- 1) Пимен
- 2) Кристина
- 3) Ирина
- 4) Александр

Для какого из приведённых чисел ложно высказывание: **НЕ** (число > 30) **ИЛИ** (число нечётное)?

- 1) 28
- 2) 34
- 3) 17
- 4) 45

Домашнее задание (профиль)

Логическая функция F задаётся выражением $(\neg z) \wedge x \vee x \wedge y$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая 1-му столбцу; затем – буква, соответствующая 2-му столбцу; затем – буква, соответствующая 3-му столбцу). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно. Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и таблица истинности:

Перем. 1	Перем. 2	Функция
???	???	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Тогда 1-му столбцу соответствует переменная y , а 2-му столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .