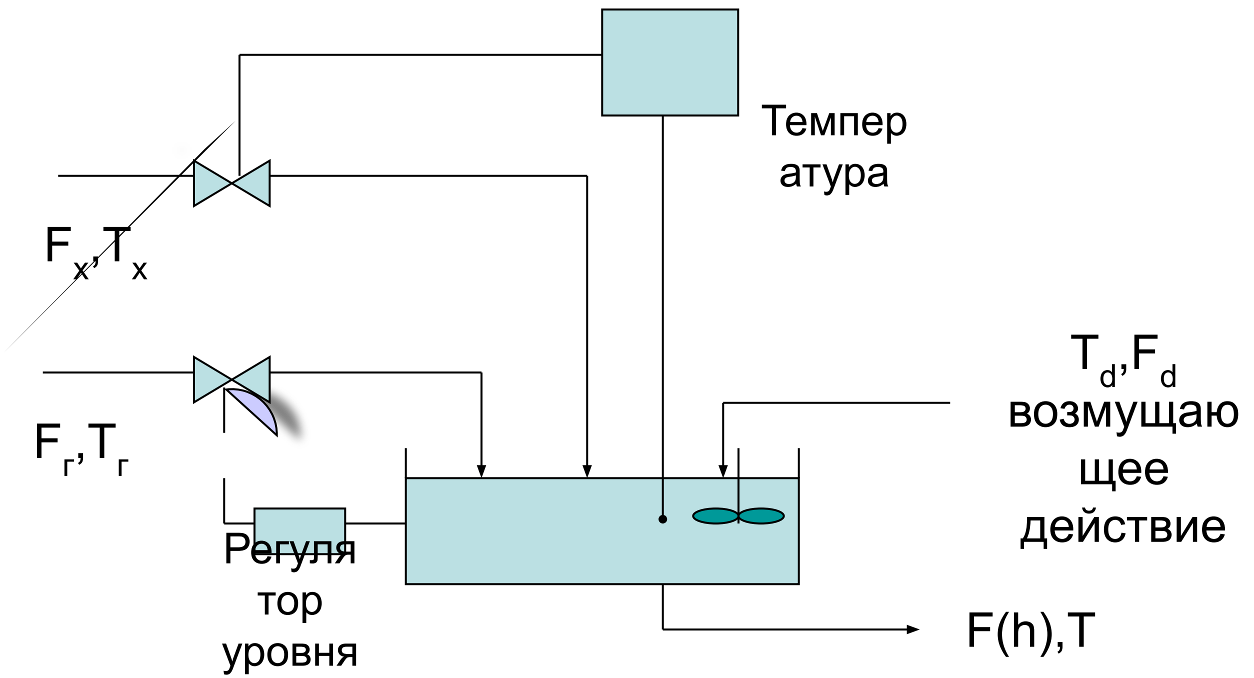
$F(h) = kh^{1/2}$



Горячий входной поток характеризуется температурой $T_г$ и регулируемым расходом $F_г$, холодный поток – температурой T_x и регулируемым расходом F_x. Возмущение - T_d, F_d. В баке происходит

1. Уравнения материального и энергетического балансов.

$$A_C(dh/dt) = F_г + F_x + F_d - F(h)$$
$$\rho C_p A_C[d(hT)/dt] = \rho C_p[F_г T_г + F_x T_x + F_d T_d - F(h)T] \quad (1)$$

*Количество тепла=масса*уд.теплоемкость*разность температур.Но все нужно считать во времени. Теплоемкость-кол-во тепла, которое нужно подвести к системе, чтобы поднять температуру на 1 градус*.

2. Линеаризация. S – индекс рабочей точки.

$$f(x) \approx f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots$$

$$F(h) \approx F(h_S) + \frac{1}{2}k(h - h_S)/h_S^{1/2}:$$

$$F(h)T \approx F(h_S)T_S + F(h_S)(T - T_S) + T_S\frac{1}{2}k(h - h_S)/h_S^{1/2} + \ldots$$

$$hT \approx h_S T_S + h_S(T - T_S) + T_S(h - h_S)$$

$$F_d T_d = T_{d_S}F_{d_S} + F_{d_S}(T_d - T_{d_S}) + T_{d_S}(F_d - F_{d_S}) \qquad (2)$$

3. Запишем для установившегося режима исходные уравнения.

$$0 = F_{Гs} + F_{Xs} + F_{ds} - F(h_S)$$

$$0 = F_{Гs}T_{Гs} + F_{Xs}T_{Xs} + F_{ds}T_{ds} - F(h_s)T_S] \qquad (3)$$

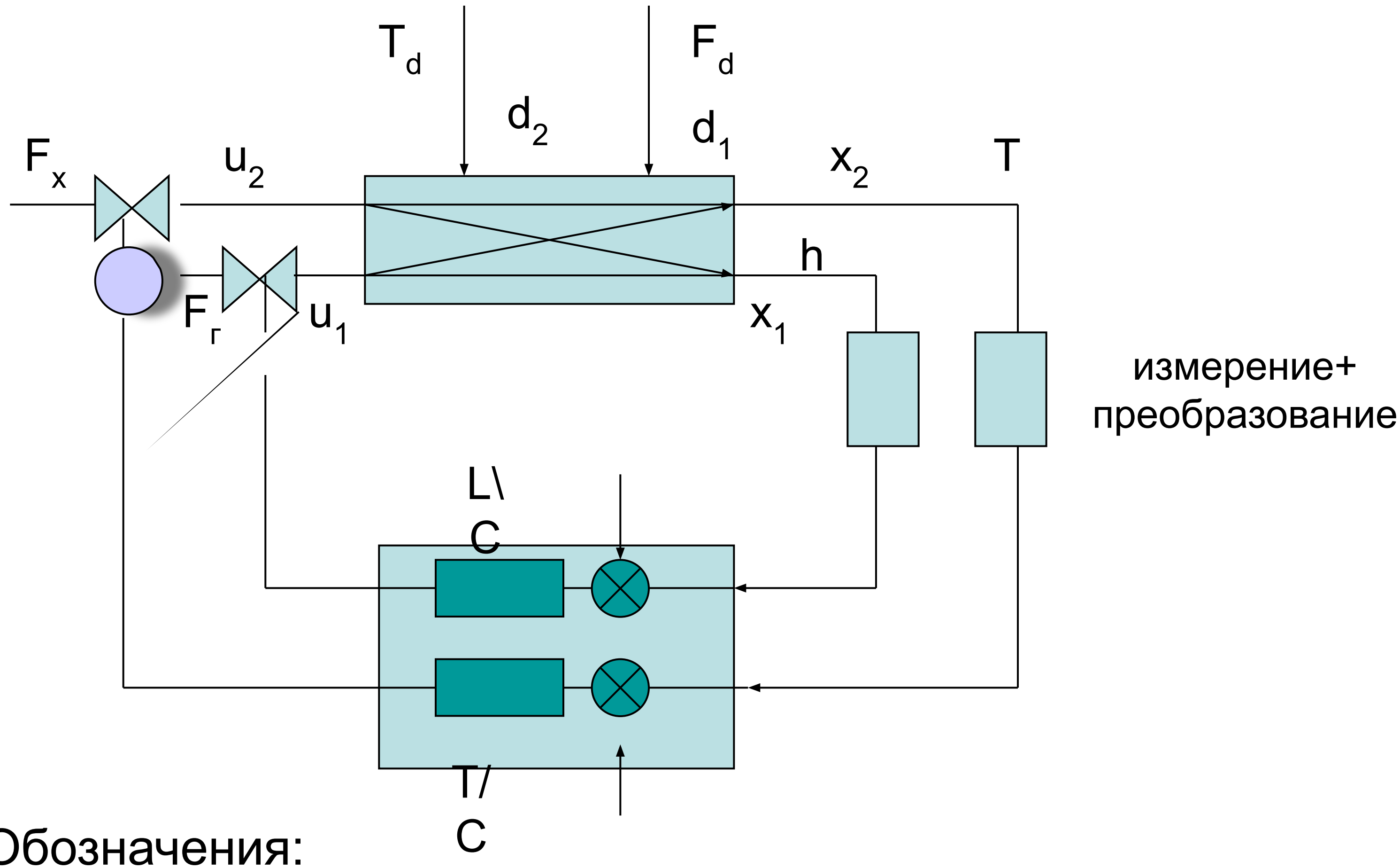
4. Запишем уравнения в отклонениях.

Для этого из уравнения (1) вычтем уравнение (3)

$$A_C(dh/dt) = F_г + F_x + F_d - F(h_s) - (1/2k(h-h_s))/h_s^{1/2}$$

$$-\quad 0 = F_{Гs} + F_{Xs} + F_{ds} - F(h_S)$$

$$A_C(dh/dt) = (F_г - F_{Гs}) + (F_x - F_{Xs}) + (F_d - F_{ds}) - (1/2k(h-h_s))/h_s^{1/2}$$



Обозначения:

$x_1 = h - h_s \quad u_1 = F_Г - F_{Гs} d_1 = F_d - F_{ds}$

$x_2 = T - T_s \quad u_2 = F_X - F_{Xs} \quad d_2 = T_d - T_{ds}$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{1}{A_C}[u_1 + u_2 + d_1 - \frac{1}{2}kx_1 / h_s^{1/2}], т.к. \quad F(h_s) = kh_s^{1/2}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = \dfrac{1}{A_C}[u_1 + u_2 + d_1 - \dfrac{1}{2}\dfrac{F(h_s)}{h_s}x_1] \\ \dfrac{dx_2}{dt} = (\dfrac{1}{A_C h_s})[(T_\Gamma - T_S)u_1 + (T_X - T_S)u_2 + (T_{d_S} - T_S)d_1 + F_{d_S}d_2 - F(h_S)x_2] \end{cases}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{2}\dfrac{F(h_s)}{A_C h_s} & 0 \\ 0 & -\dfrac{F(h_s)}{A_C h_S} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{A_C} & \dfrac{1}{A_C} \\ \dfrac{T_\Gamma - T_S}{A_C h_s} & \dfrac{T_X - T_S}{A_C h_s} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Найдем решение.

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x_0 + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-r)}[Bu(r)+Td(r)]dr$$

т.к. матрица A – диагональна, то она уже как бы приведена к каноническому виду. Решаем Δ(λ) = |A – λI |=0, т.е. известно

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2}\frac{F(h_s)}{A_C h_s} \qquad \lambda_2 = -\frac{F(h_s)}{A_C h_s};$$

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\frac{1}{2}\frac{F(h_S)}{A_C h_S}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{F(h_S)}{A_C h_S}} \end{bmatrix}$$

Рассчитаем реакцию на единичное ступенчатое возмущение по u_1, u_2 в t=0 при условии

$$x(0) = x_0 = \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix}, \quad a \quad d_1 = d_2 = 0$$

Для этого случая

$$x(t) = e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-r)}Bu(r)dr; \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \left| \begin{matrix} e^{\lambda_1 t}x_{10} + \int_0^t e^{\lambda_1(t-r)}\frac{2}{A_C}dr \\ e^{\lambda_2 t}x_{20} + \int_0^t e^{\lambda_2(t-r)}\frac{T_\Gamma + T_X - 2T_S}{A_C h_s}dr \end{matrix} \right.$$