Основы технической механики

Тема 2

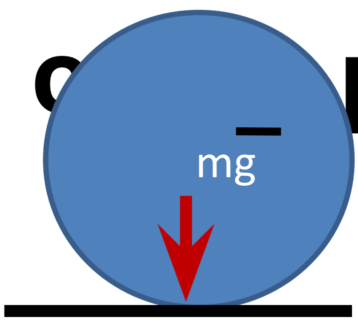
Связи и их реакции

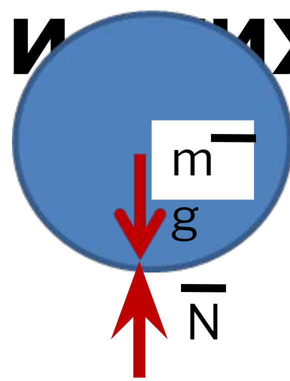
Связи и их реакции

- **Тело, которое может свободно перемещаться в пространстве называется *свободным*. *(самолет, снаряд…)***
- **Тело, на перемещения которого наложены ограничения называется *несвободным*.**
- ***Тело, ограничивающее свободу движения твердого тела, является по отношению к нему связью.***
- ***Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя перемещению, называется силой реакции связи.***

Аксиома связи

- **Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если мысленно отбросить наложенные на тело связи и приложить вместо них с[illegible] реакции [illegible]их связей**





Принцип освобождаемости

- Сила $\vec{mg}$ – заданная или **активная.**
- **Активная сила** – модуль и направление известны.
- **Реакция связей N** – пассивная.
- **Пассивная сила** (реакция связей) имеет противоположное направление активной силе.

Типы связей

- 1. Гладкая поверхность или плоскость.
- Гладкая поверхность – это

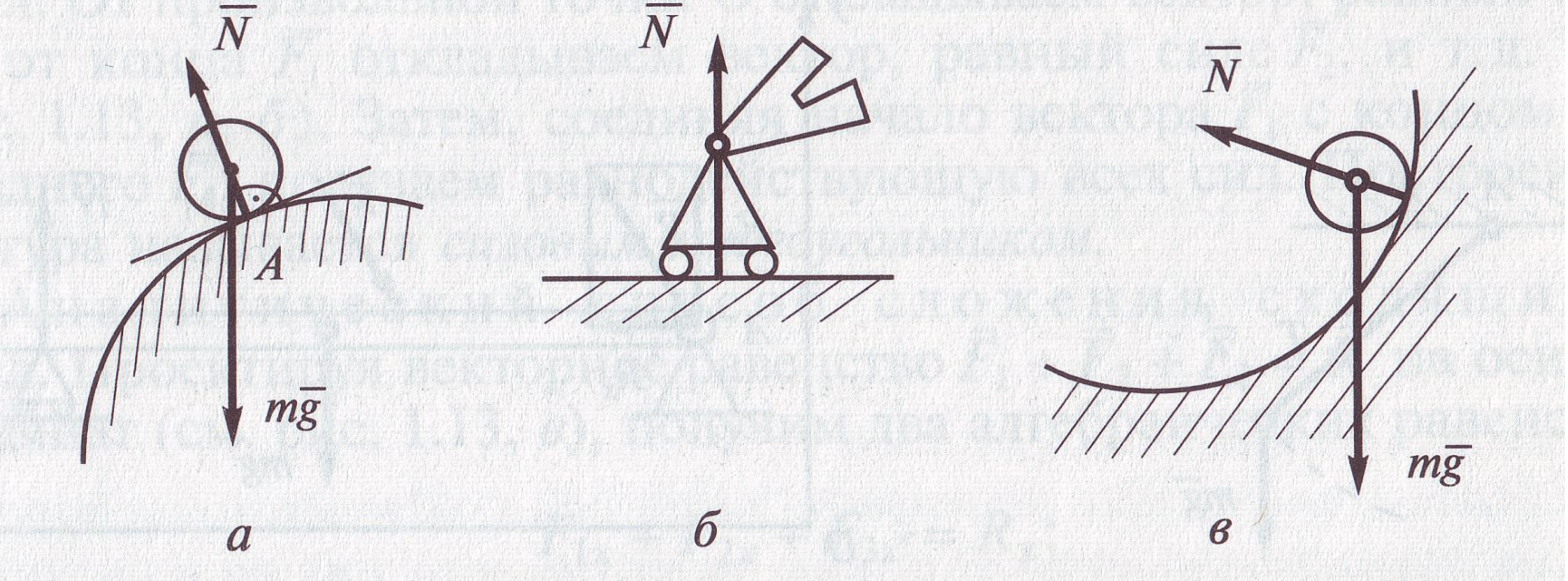
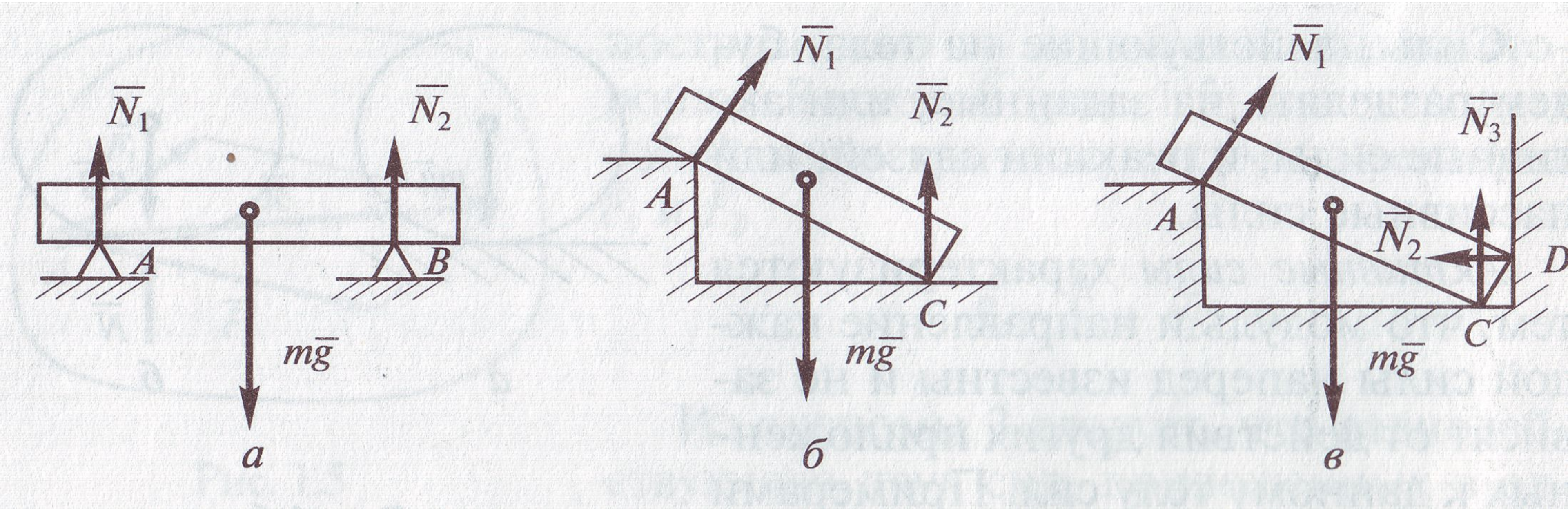


Рис. 1.7

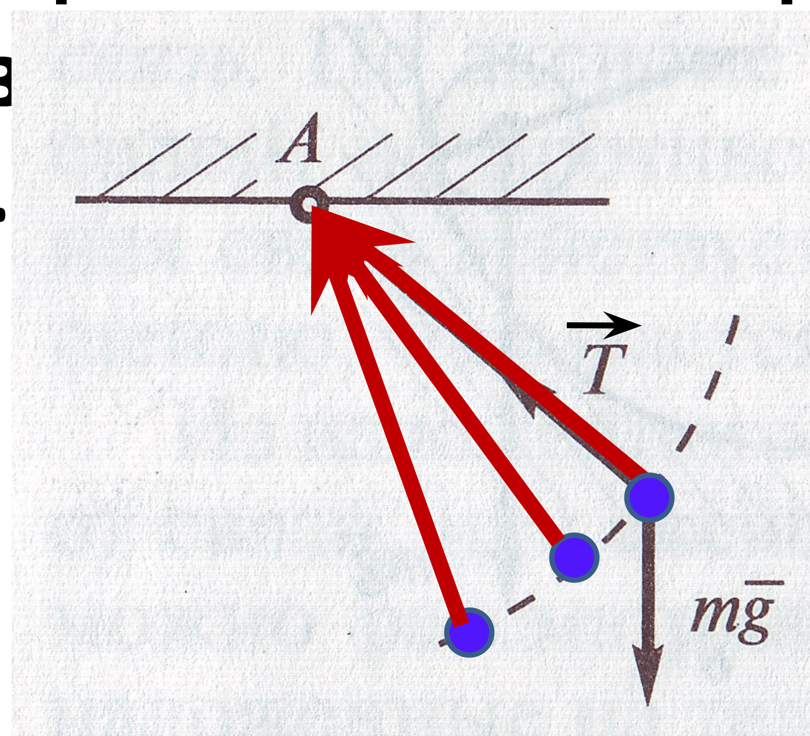
2. Гладкая опора

- Связь, осуществленная в виде гладкой опоры , не дает телу перемещаться в направлении, перпендикулярном к поверхности тела в точке опоры.



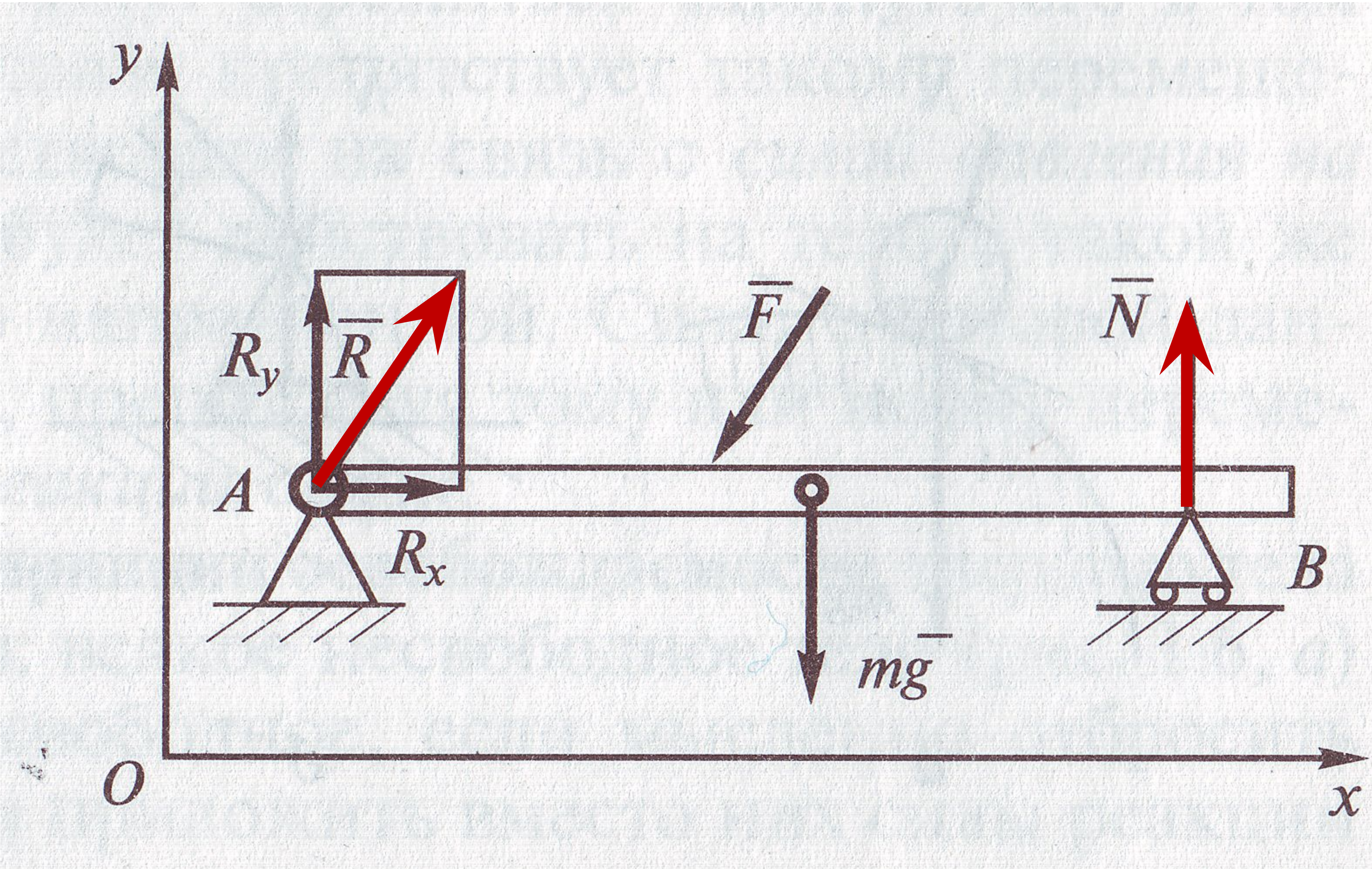
3. Нить

- Связь, осуществляемая в виде гибкой нити не позволяет телу удаляться от точки привеса А, поэтому реакция связи *T* всегда направлена в е ее закрепления.



4. Цилиндрический шарнир

- **Шарнирно-неподвижная опора вала, ось которого проходит через шарнир A перпендикулярно плоскости чертежа.**
- **Цилиндрический шарнир A допускает вращение вала, но препятствует его перемещению в плоскости xOy, поэтому реакция шарнира R   расположена в плоскости, перпендикулярной оси возможного вращения, и ее направление определяют проекции на оси Ox и Oy**

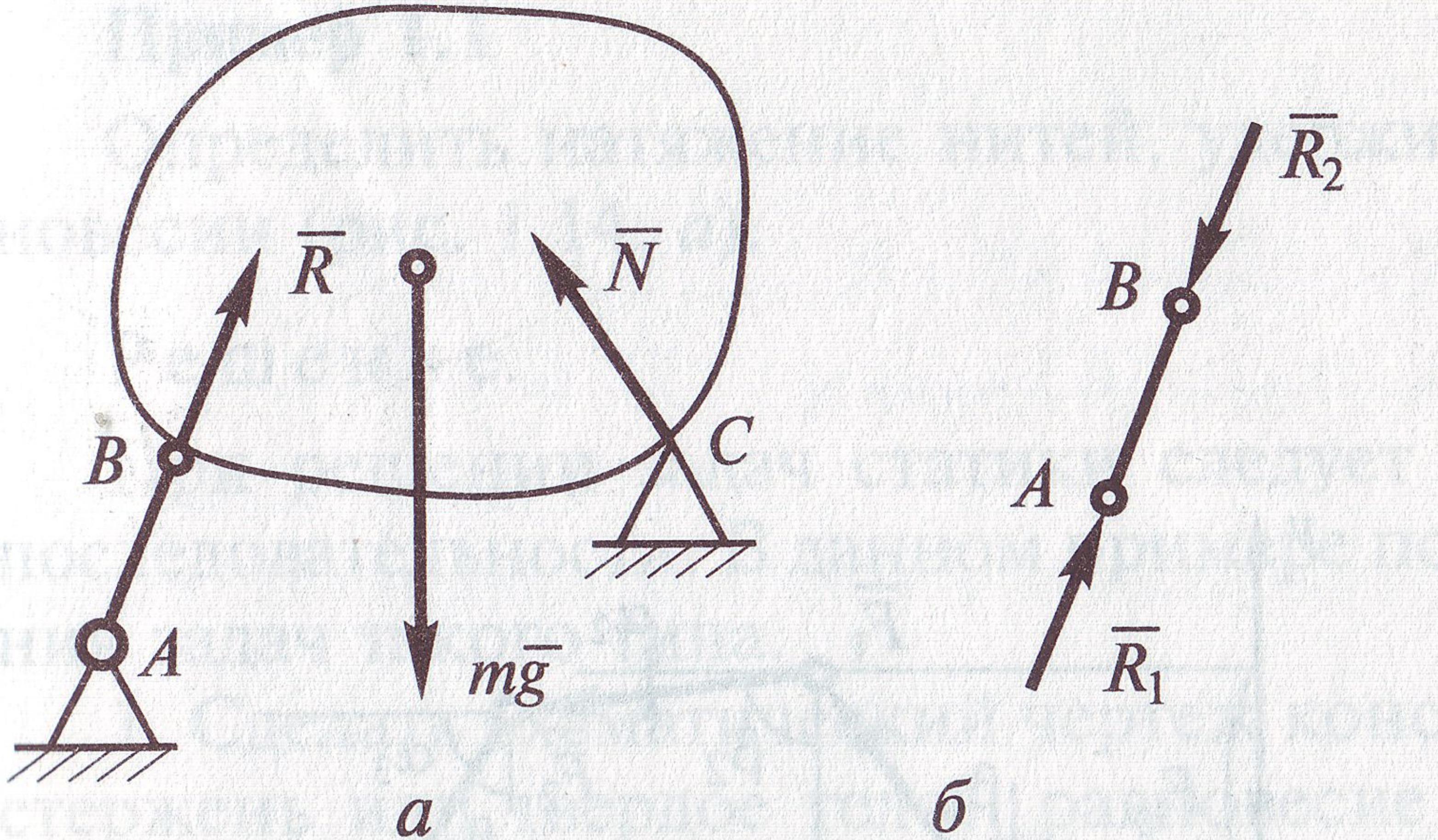


y
R_y
$\overline{R}$
$\overline{F}$
$\overline{N}$
A
R_x
B
$m\overline{g}$
O
x

5. Невесомый стержень

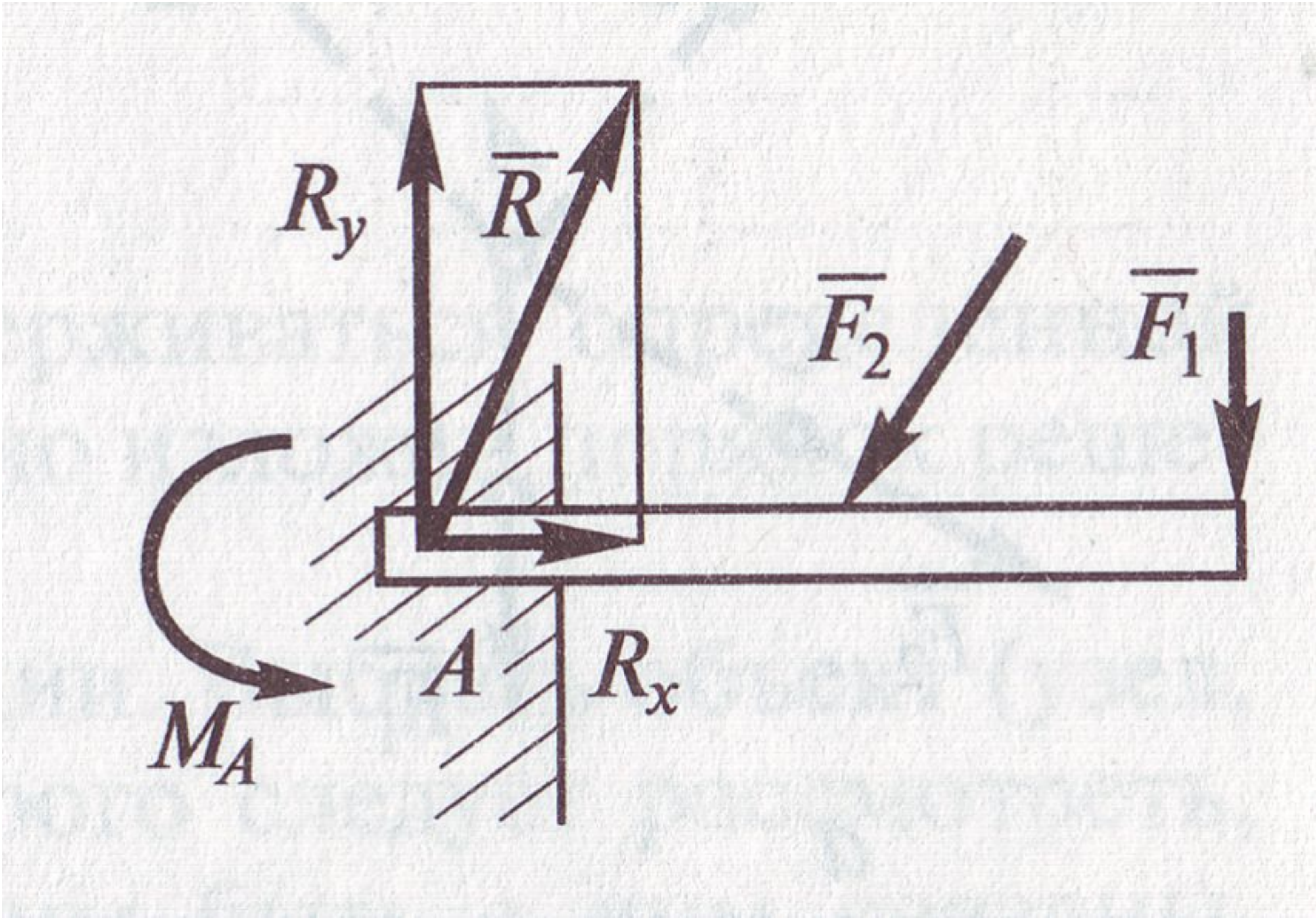
- **Жесткий невесомый стержень, шарнирно прикрепленный к телу, испытывает действие только двух сил, приложенных в шарнирах А и В (рис.11, б). Стержень АВ находится в равновесии. Если стержень находится в равновесии, то силы равны по модулю, но противоположно направлены по одной линии действия R1= -R2, а их модули равны R1=R2=R. Стержень может испытывать сжатие или растяжение.**

Рис.11,а и б



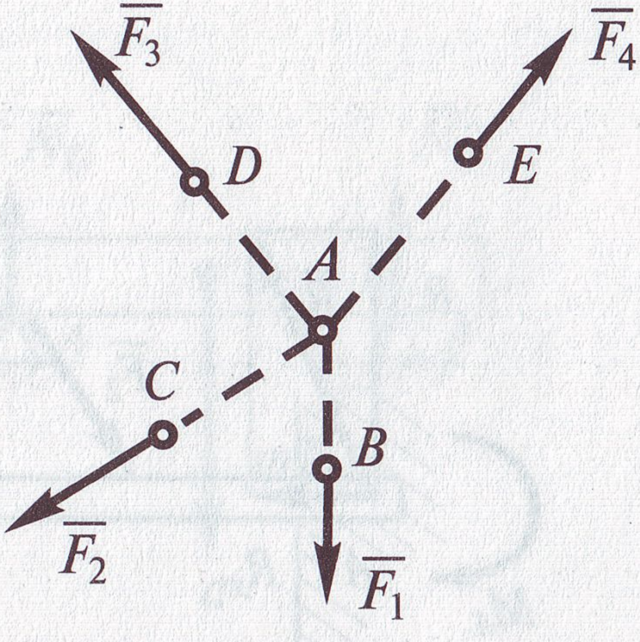
$\overline{R}$
$\overline{N}$
B
C
A
$m\overline{g}$
$\overline{R}_2$
B
A
$\overline{R}_1$
а
б

6. Жесткая заделка

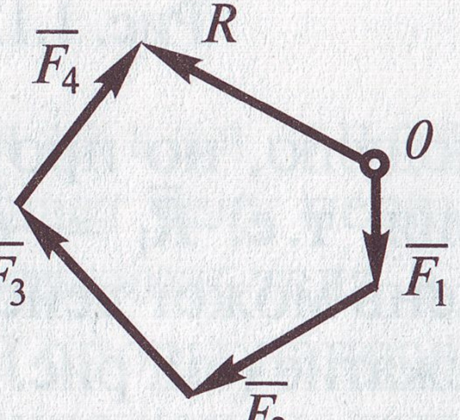
- 

Плоская система сил

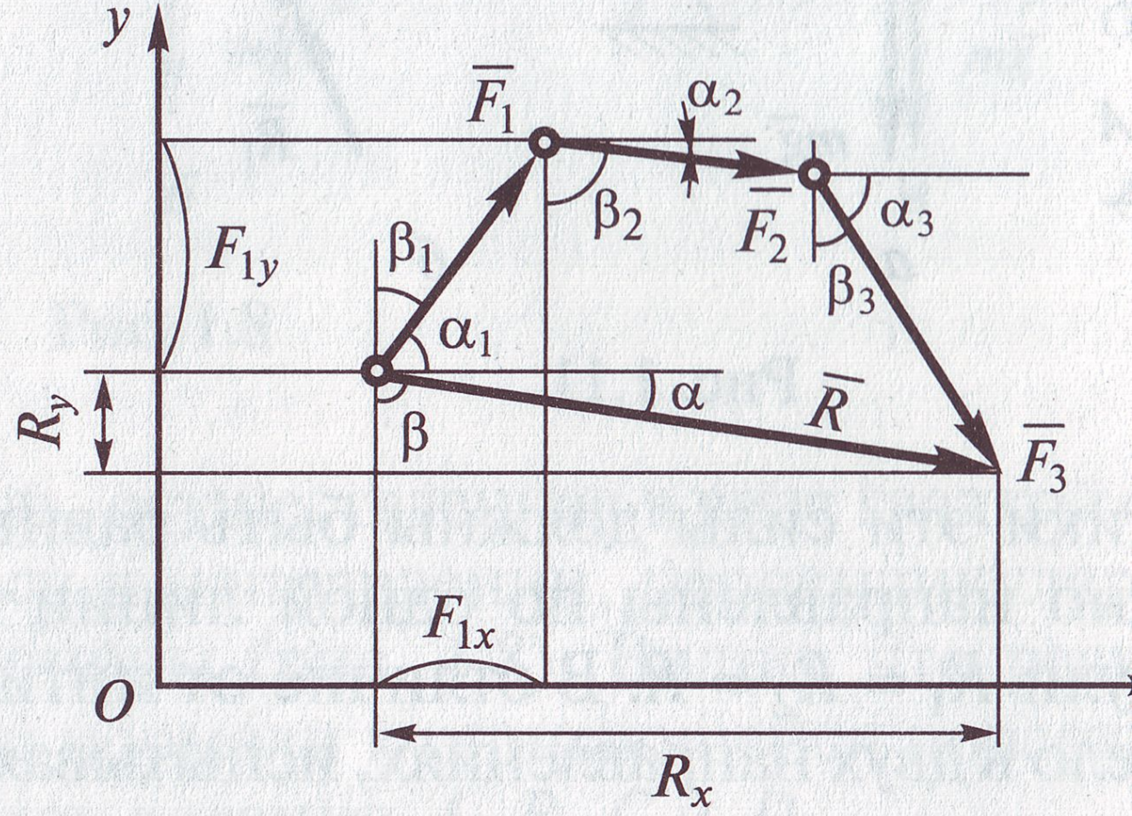
- **Система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости, называется *плоской*. *Плоскую систему могут образовывать произвольно расположенные силы, пары сил, и силы, сходящиеся в одной точке.***
- ***Сходящимися называются силы, линии действия которых пересекаются в одной точке.***


$\overline{F_3}$
$\overline{F_4}$
D
E
A
C
B
$\overline{F_2}$
$\overline{F_1}$

а


$\overline{R}$
$\overline{F_4}$
0
$\overline{F_3}$
$\overline{F_1}$
$\overline{F_2}$

б


y
$\overline{F_1}$
α_2
β_2
$\overline{F_2}$
α_3
F_{1y}
β_1
β_3
α_1
α
$\overline{R}$
R_y
β
$\overline{F_3}$
F_{1x}
O
R_x

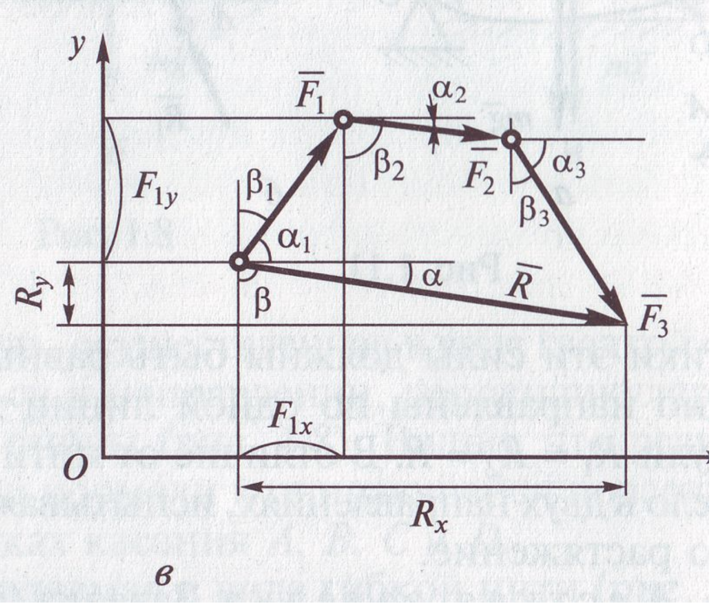
в

Способы сложения сходящихся сил: Геометрический; Аналитический

- Геометрический способ сложения сходящихся сил:
- От произвольной точки O откладываем вектор F1, от конца F1 откладываем вектор F2 и т.д. Затем соединяя начало вектора F1 с концом последнего вектора, получаем равнодействующую всех сил R.
- Построенная фигура называется силовым многоугольником.

Аналитический способ сложения сходящихся сил

- Проектируя векторное равенство F1+F2+F3=R на оси координат, получим два алгебраических равенства:



- $F_{1x}+F_{2x}+F_{3x}=R_x$
- $F_{1y}+F_{2y}+F_{3y}=R_y$ или

- F1cosα1 + F2cosα2 - F3cosα3 = Rcos α

Определение равнодействующей всех сходящихся сил R

-
- R=$\sqrt{R_x{}^2 + R_y{}^2}$ направление вектора R
- $\cos\alpha = \frac{Rx}{R}$; $\cos\beta = \frac{Ry}{R}$.

- **Условием равновесия системы сходящихся сил является равенство нулю модуля равнодействующей R, т.е. силовой многоугольник должен быть замкнут (при геометрическом способе сложения) или проекции равнодействующей силы на оси координат должны быть равны нулю**
- **($R_x = R_y = 0$) (при аналитическом способе).**

- **Для плоской системы сходящихся сил получим два уравнения равновесия:**
- $\sum Fix=0; \quad \sum Fiy=0.$

- Следовательно, ***для равновесия системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы сумма проекций всех сил на каждую из осей координат была равна нулю.***

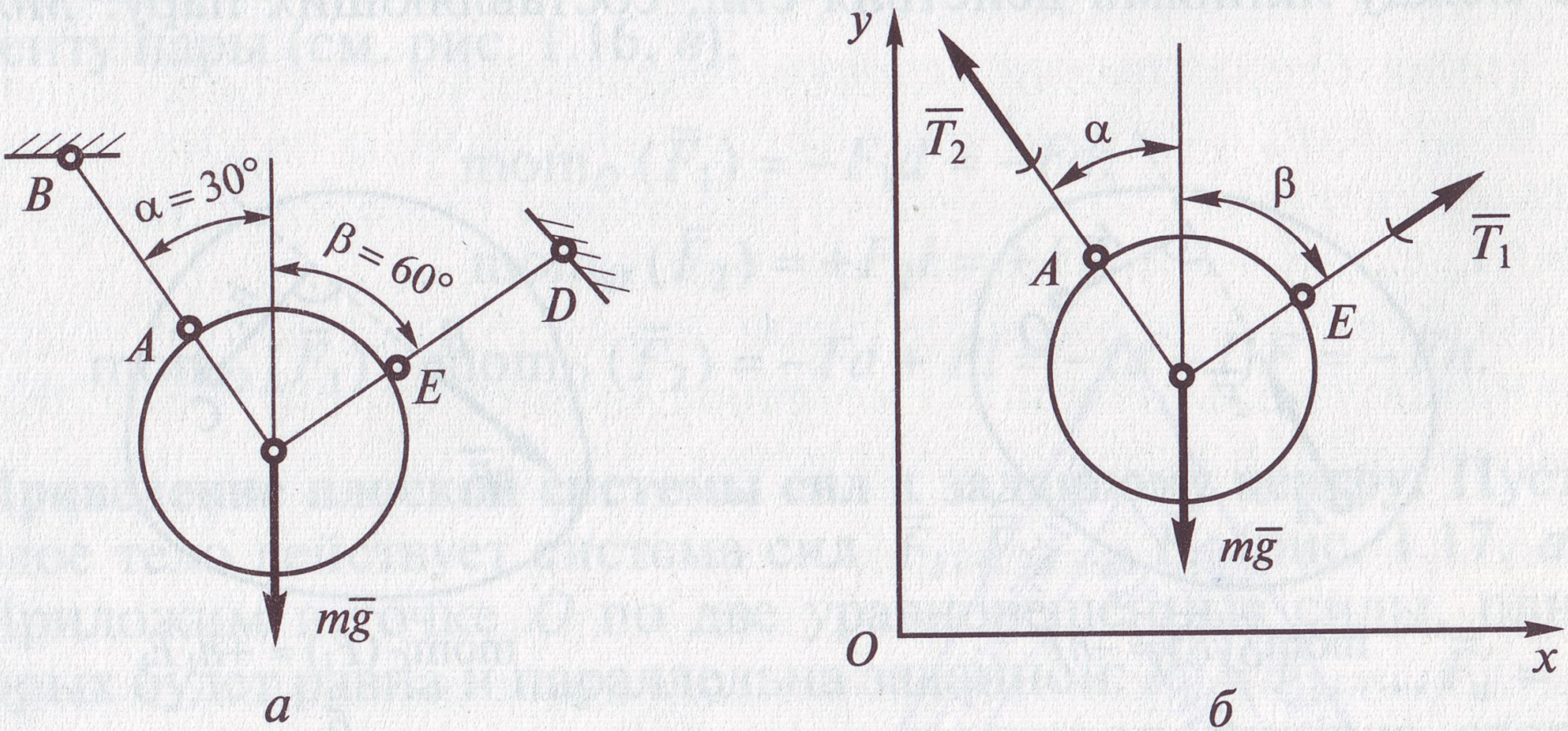


Рис. 1.14

Решение:

- $\sum Fix=0; \quad \sum Fiy=0.$
- **$-T_2\cos 60^o + T_1\cos 30^o = 0;$**
- **$T_2\cos 30^o + T_1\cos 60^o - mg = 0;$**
- **$T_1=2,5$Н; $T_2=4,34$Н.**
- **При этих силах свободное тело находится в равновесии.**

1

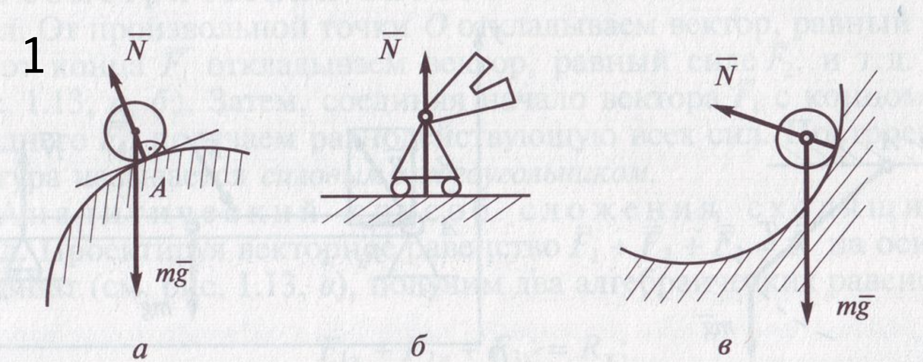
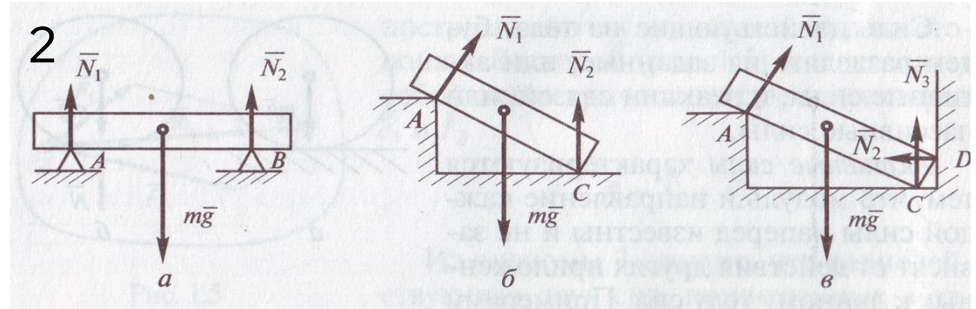
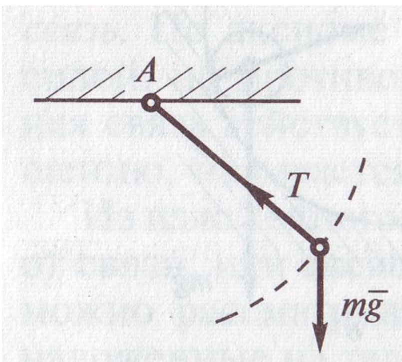


Рис. 1.7

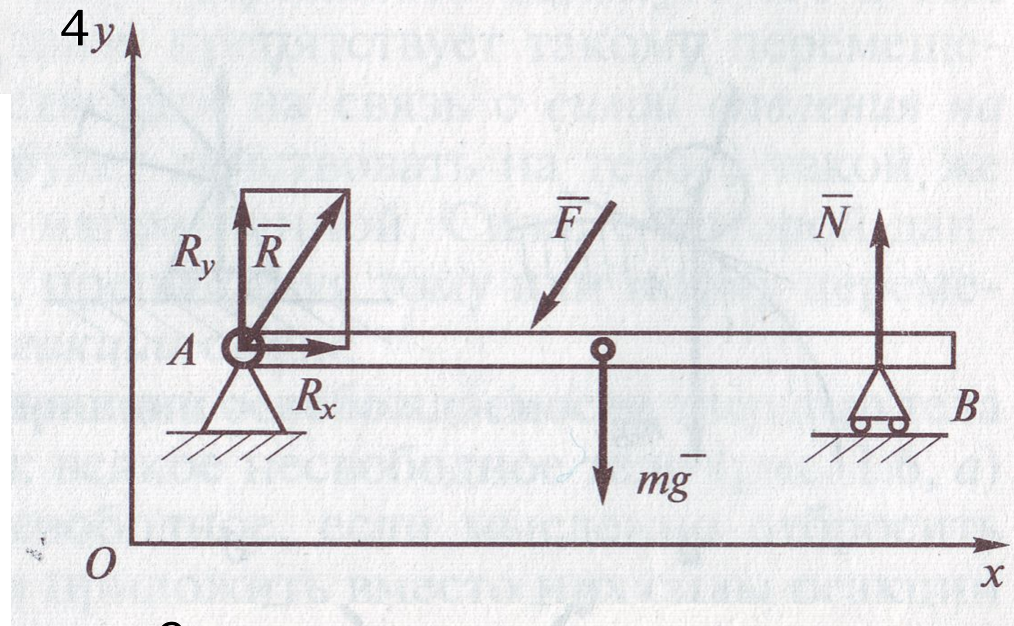
2



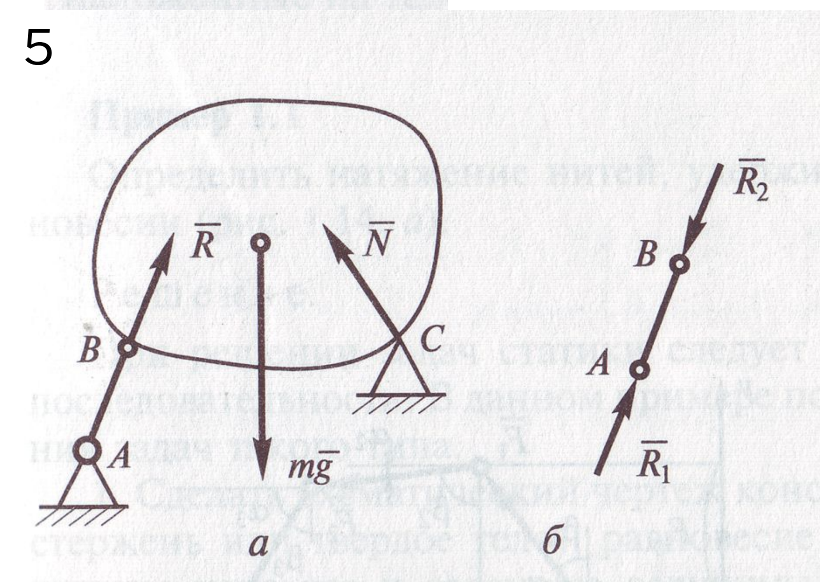
3



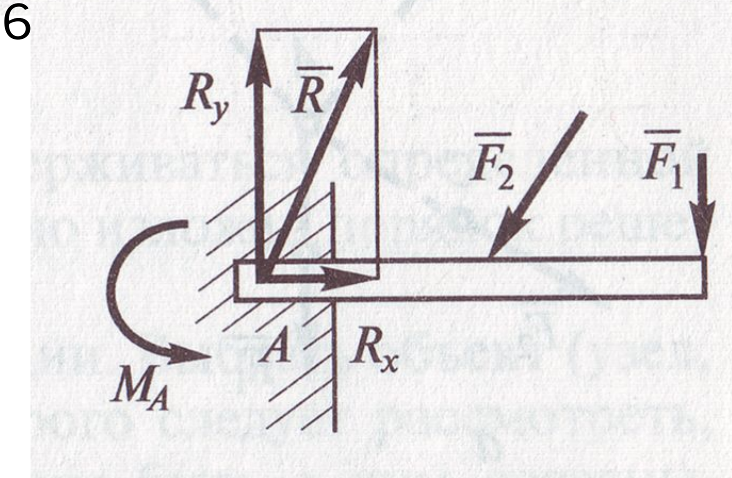
4



5

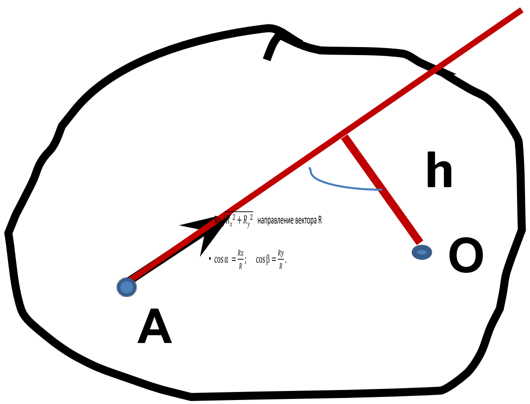


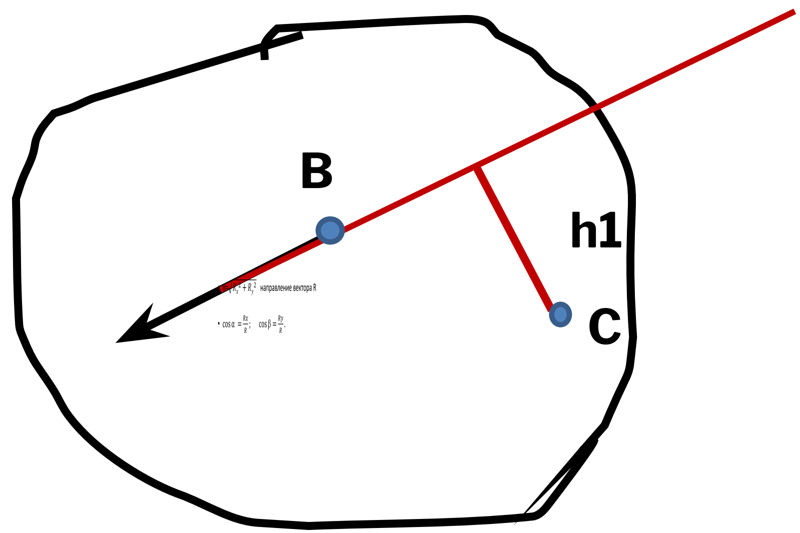
6



Момент силы относительно точки.

- **Сила, действующая на тело может не только его смещать, но и поворачивать вокруг какой-либо точки.**





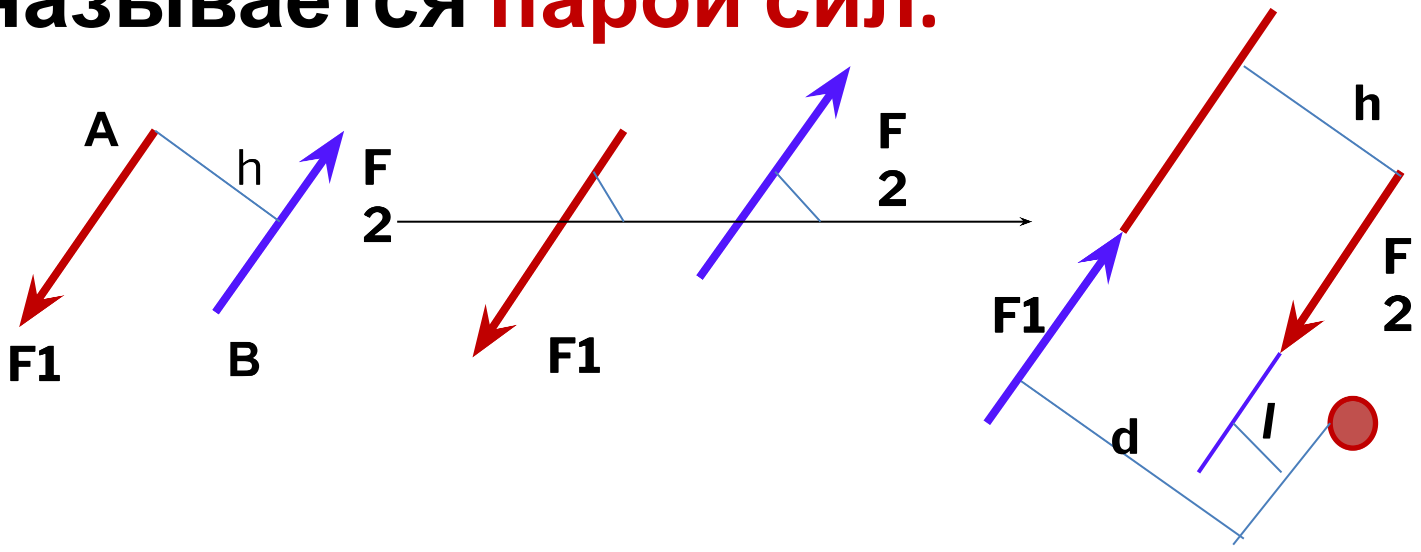
- R=$\sqrt{R_x{}^2 + R_y{}^2}$ направление вектора R
- $\cos\alpha = \frac{Rx}{R}; \quad \cos\beta = \frac{Ry}{R}.$

$$\mathbf{mom_c(\rightarrow \mathit{F}) = h_1F_1}$$

- **Моментом силы F** относительно центра О называется величина, равная произведению силы на кратчайшее расстояние от точки О до линии действия силы, взятая с соответствующим знаком.
- **(+) – если сила стремится повернуть тело против часовой стрелки;**
- **(-) – если сила поворачивает тело по часовой стрелке.**
- Перпендикуляр h(h1) называется **плечом силы** относительно точки О

Пара сил

- **Система двух равных по модулю, параллельных и противоположно направленных сил, приложенных к телу, называется парой сил.**



Момент пары сил

- **Плечом пары сил** называется кратчайшее расстояние между линиями действия сил, составляющих пару.
- **Моментом пары сил** называется взятое со знаком (+) или (-) произведение модуля одной силы на плечо пары.

Свойства пары сил

-
- R=$\sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2}$ направление вектора R
- $\cos\alpha = \frac{Rx}{R}; \qquad \cos\beta = \frac{Ry}{R}.$

Контрольные вопросы

- 1. Что такое сила?
- 2. Какие силы называются уравновешивающими?
- 3. Что называется равнодействующей силой?
- 4. Каким образом определяется равнодействующая сила для сходящихся сил?
- 5. Какие силы называются сходящимися?
- 6. Записать уравнение равновесия плоской системы сил.
- 7. Найти равнодействующую силу системы 3 сил, действующих на тело под углом 45°. Силы не равны по модулю.

Пространственная система сил

- ***Пространственной*** **будем называть** ***систему сил*****, линии действия которых имеют любые направления в пространстве.**
- ***Вектором момента силы*** **относительно некоторого центра называется векторное произведение радиуса-вектора** $\bar{r}$ **точки приложения силы, проведенного из этого центра, на вектор силы** $\bar{F}$**.**

- В соответствии с определением
- $\overline{M}_o = \overline{r} \times \overline{F} = \overline{mom_o(F)}$
- $\overline{M}_o = hF = rF\sin(r,F) =$ = 2 площ.ΔOAB

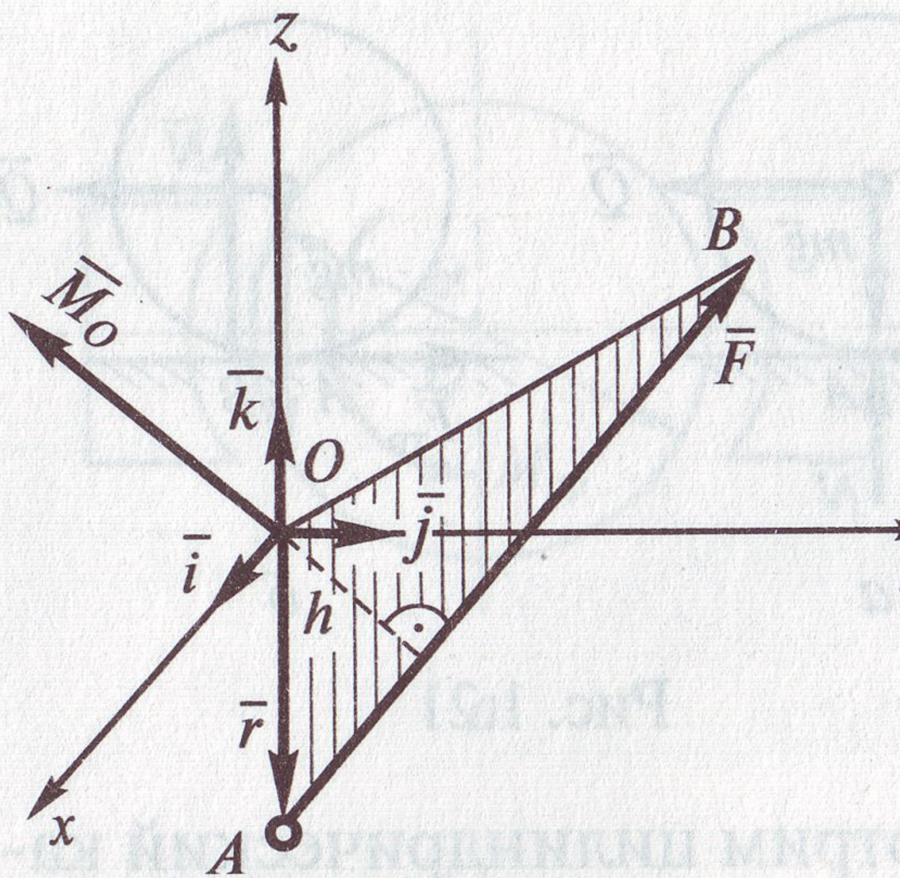
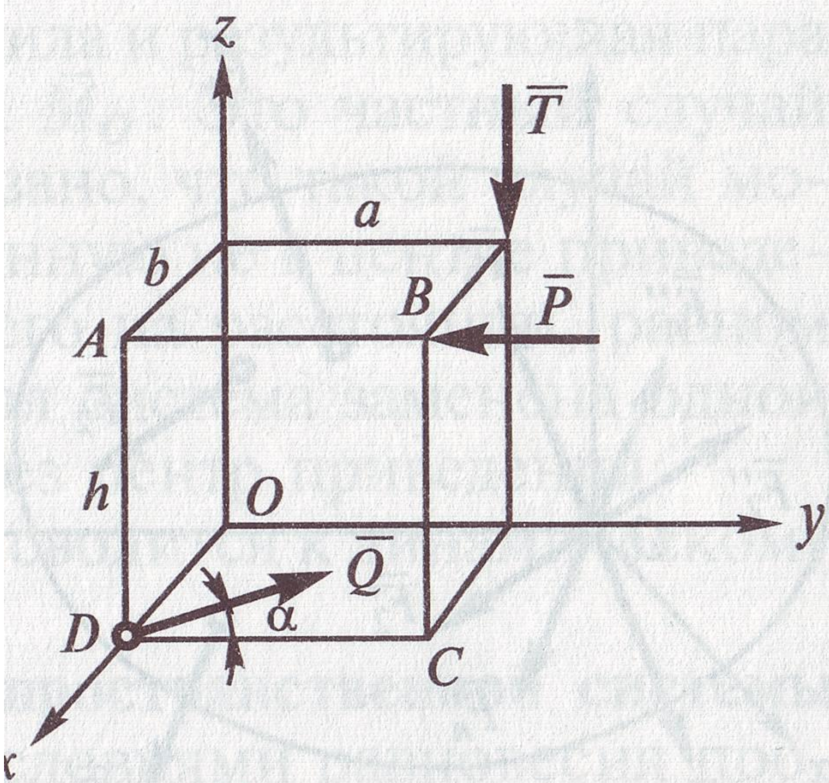


Рис. 1.22

Пространственная система сил



Сила $\overline{Q}$ – в плоскости $ABCD$

Рис. 1.23

Определить моменты сил $\overline{Q}$, $\overline{T}$, $\overline{P}$ относительно осей координат, если известны точки приложения этих сил.

Решение:

1. Определяем моменты силы T относительно осей координат:

- $mom_x(T) = -Ta$;
- $mom_y(T) = 0$ (так как сила T пересекает ось Oy)
- $mom_z(T) = 0$ (так как сила T параллельна оси Oz).

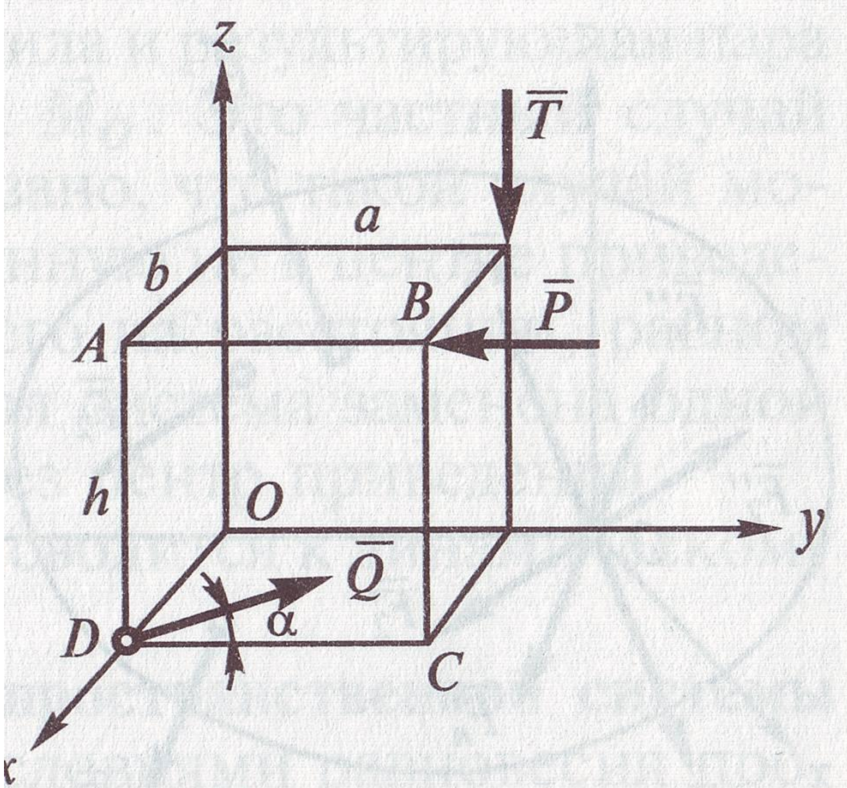
2. Определяем моменты силы P относительно осей координат:

- $mom_x(P) = +Ph$;
- $mom_y(P) = 0$ ((так как сила T параллельна оси Oy)
- $mom_z(P) = -Pb$.

3. Вычисляем моменты силы Q относительно осей координат:

- $mom_x(Q) = 0$; (так как сила Q пересекает ось Ox)
- $mom_y(Q) = -(Q \sin\alpha)b$;
- $mom_z(Q) = +(Q \cos\alpha)b$.

Пространственная система сил



Сила $\overline{Q}$ – в плоскости $ABCD$

Рис. 1.23

Теорема приведения пространственной системы сил к заданному центру

- Пространственная система сил, действующих на АТТ, может быть заменена одной силой, равной сумме всех действующих сил, приложенных в произвольно выбранном центре, и вектором-моментом, равным геометрической сумме моментов всех сил относительно центра приведения.

Кинематика точки

- **Кинематика** – это раздел механики, в котором изучается движение материальных тел в пространстве с геометрической точки зрения вне связи с силами, вызывающими это движение.
- **Механическое движение** – простейшая форма движения. Система отсчета может быть подвижной или неподвижной.

Способы задания движения материальной точки

- Траектория – линия движения.
- Движение точки задано **естественным способом**, если известны:
- 1) траектория точки;
- 2) зависимость изменения длины дуги от времени $\overset{\frown}{OM}=S=f(t)$ – **уравнение движения материальной точки**;
- 3) начало движения;
- 4) начало отсчета;
- 5) направление отсчета.

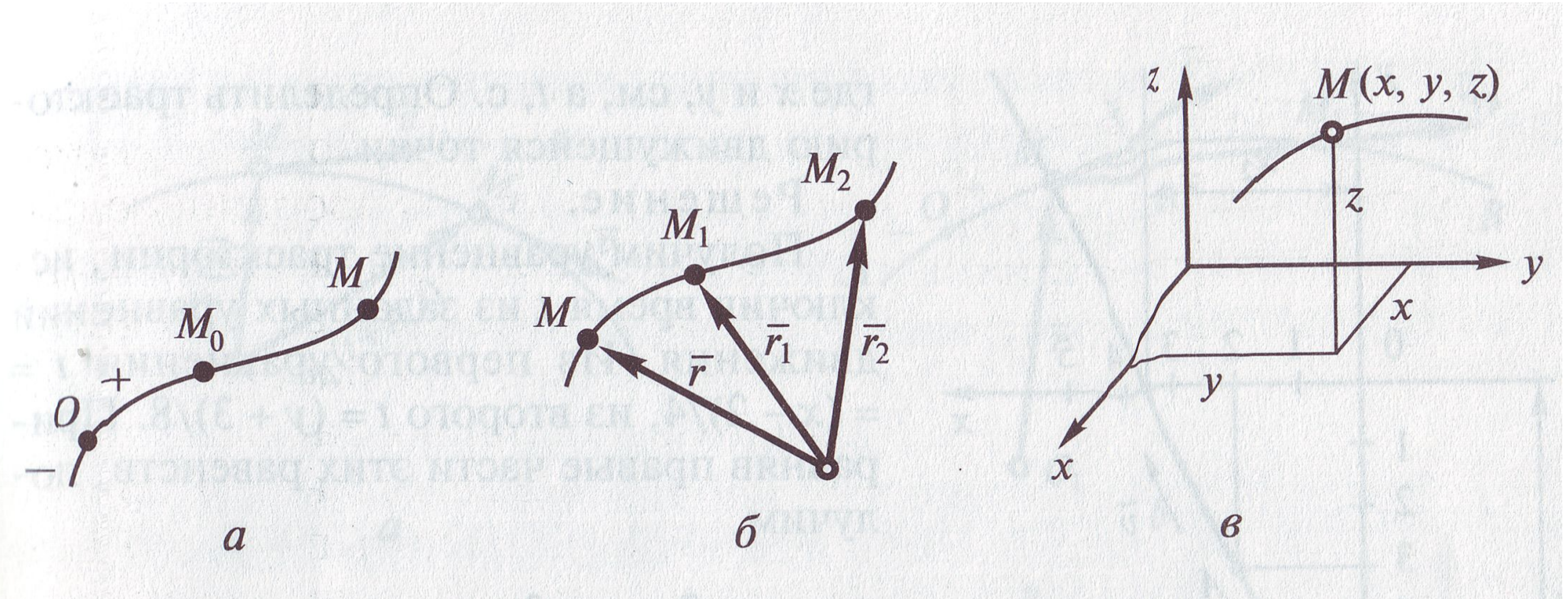


Рис. 1.30

- Положение точки определяется радиусом-вектором **r**, проведенным из центра **O** в точку **M**. Способ задания движения называется векторным: **r=r(t).**
- Положение точки определяется **Годографом.**

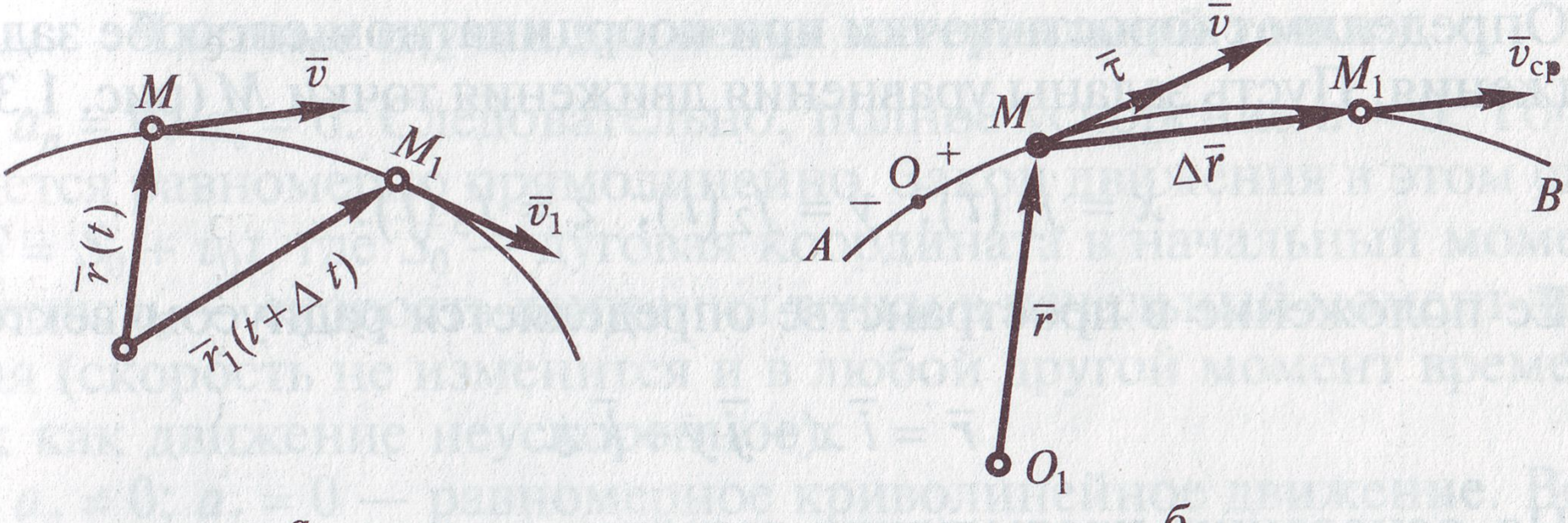
Координатный способ задания движения

- Должны быть известны зависимости, показывающие изменения во времени координаты в пространстве:
- ***$x=f_1(t)$; $y=f_2(t)$; $z=f_3(t)$.***
- Движения точки в декартовых координатах.
- Если точка движется на плоскости, то ее положение описывается двумя уравнениями:
- ***$x=f(t)$; $y=f(t)$*** **Если по прямой, то** ***$x=f$***

Скорость точки

- Скорость характеризует быстроту и направление движения точки.
- Поскольку ***v*** - это производная **r=r(t)**, то вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории движения материальной точки.

- $\mathbf{V} = \sqrt{\mathbf{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}$



M
$\bar{v}$
M_1
$\bar{v}_1$
$\bar{r}(t)$
$\bar{r}_1(t+\Delta t)$
а
$\bar{\tau}$
$\bar{v}$
$\bar{v}_{ср}$
M
M_1
$\Delta\bar{r}$
A
O
B
$\bar{r}$
O_1
б

Ускорение точки

- **Ускорение точки** – векторная величина, характеризующая быстроту изменения с течением времени вектора ск
- $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

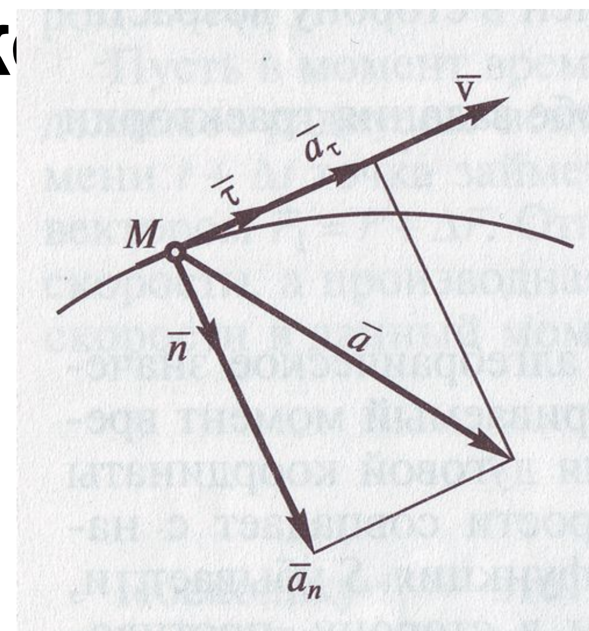


Рис. 1.33

- **При естественном способе задания траектории движения материальной точки ее вектор ускорения можно разложить по естественным осям координат τ и n.**
- **$a = a_t \tau + a_n n$.**
- **Проекция ускорения на орт τ называется *касательным ускорением,* которое характеризует быстроту изменения модуля скорости. Касательное ускорение существует только при неравномерном криволинейном движении**

- **Нормальное ускорение a_n показывает изменение направления вектора скорости, когда материальная точка движется по криволинейной траектории**

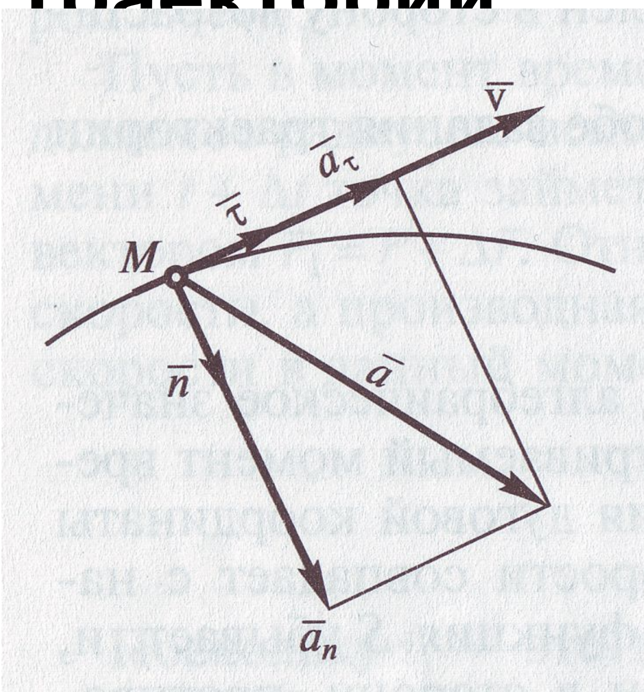


Рис. 1.33

1

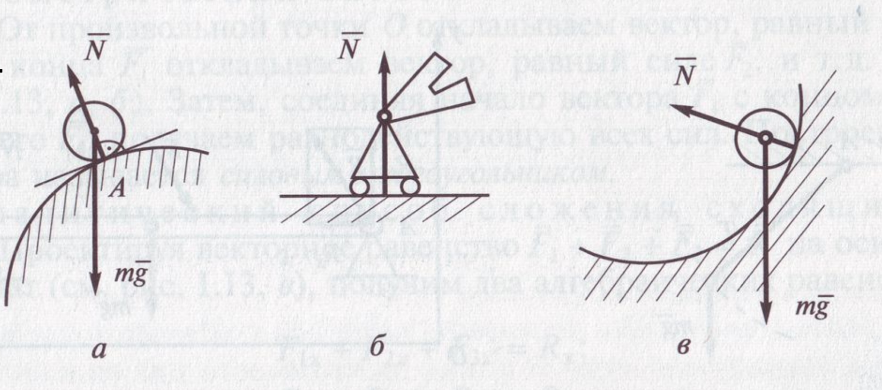
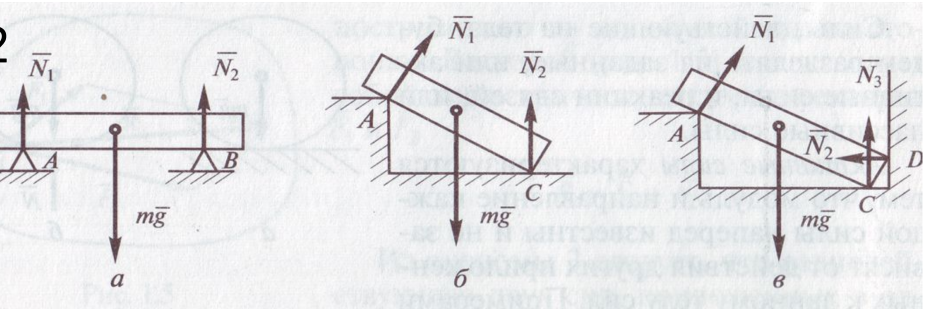
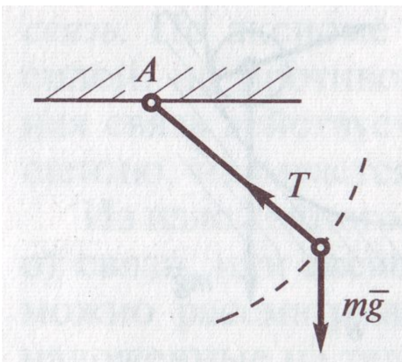


Рис. 1.7

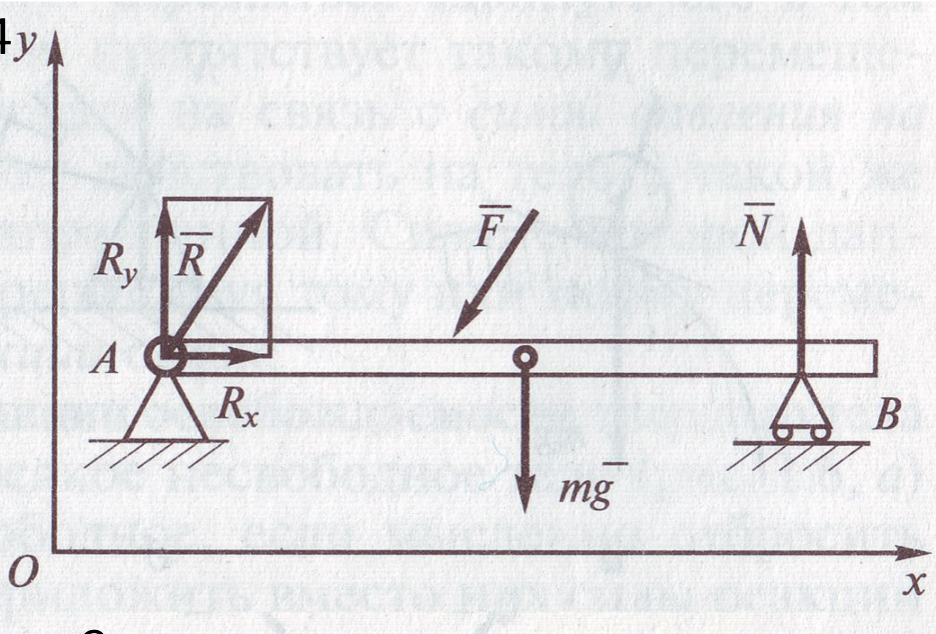
2



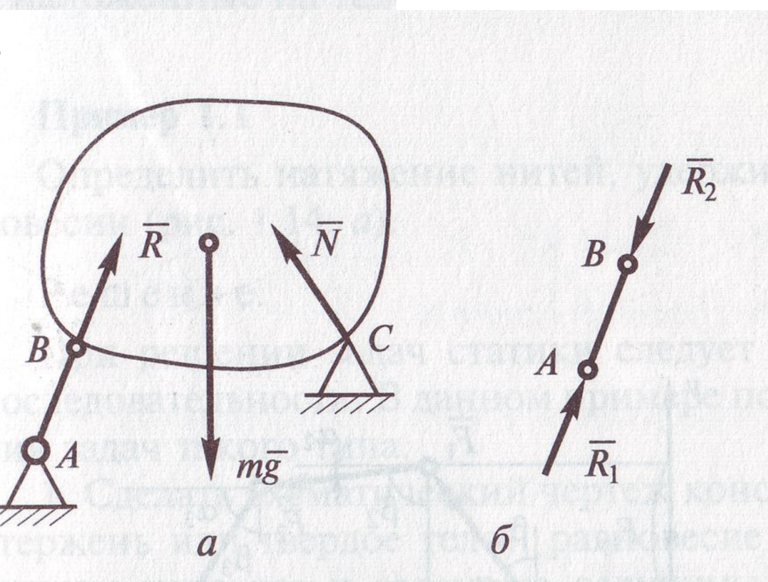
3



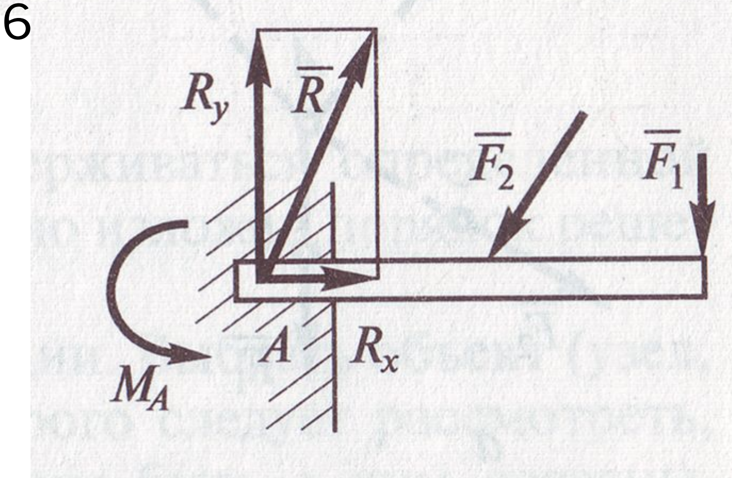
4



5



6



1

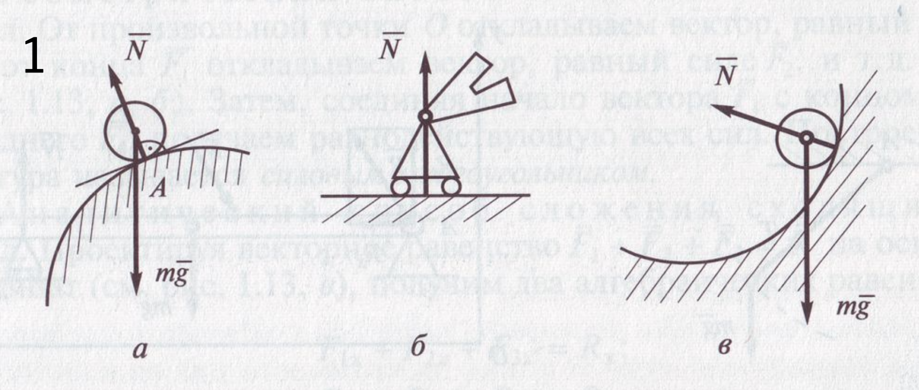
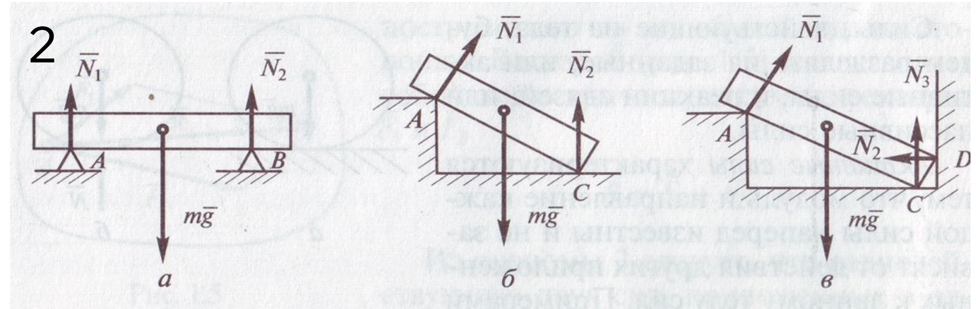
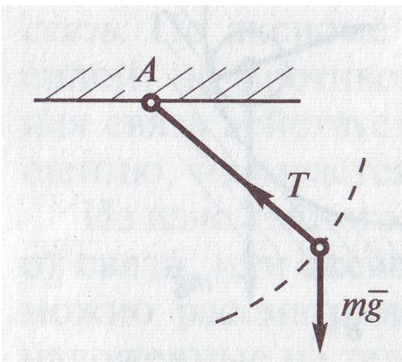


Рис. 1.7

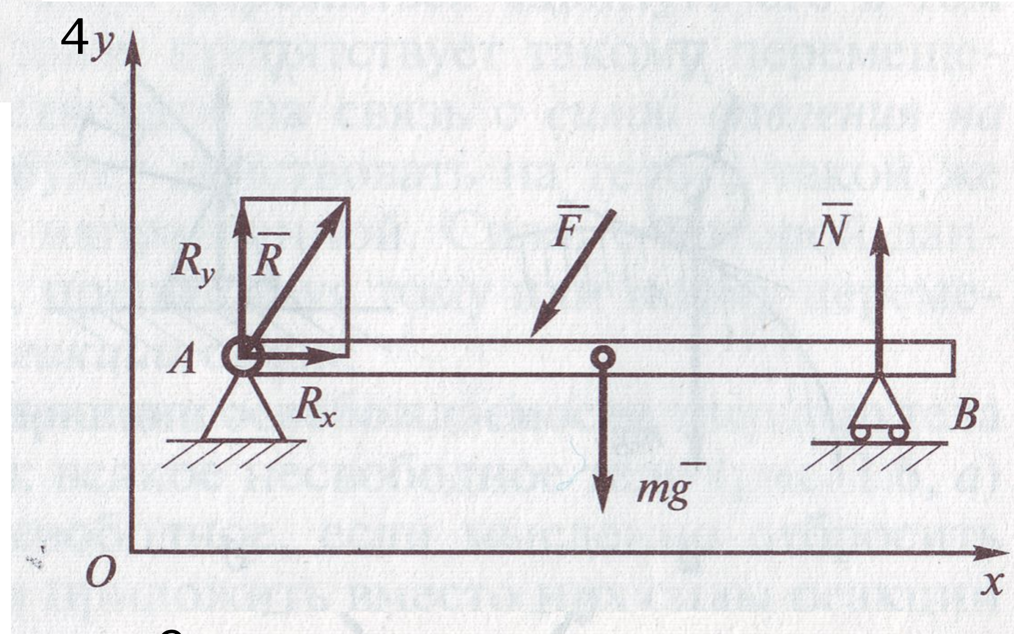
2



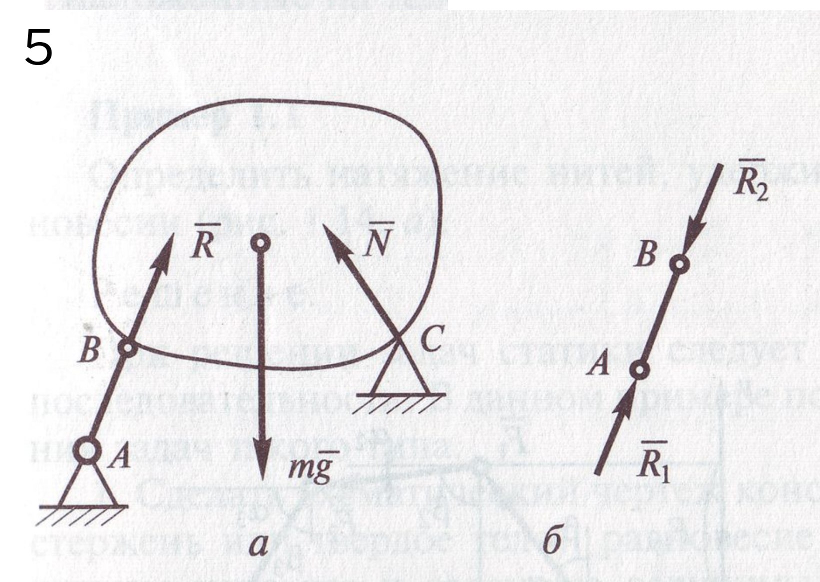
3



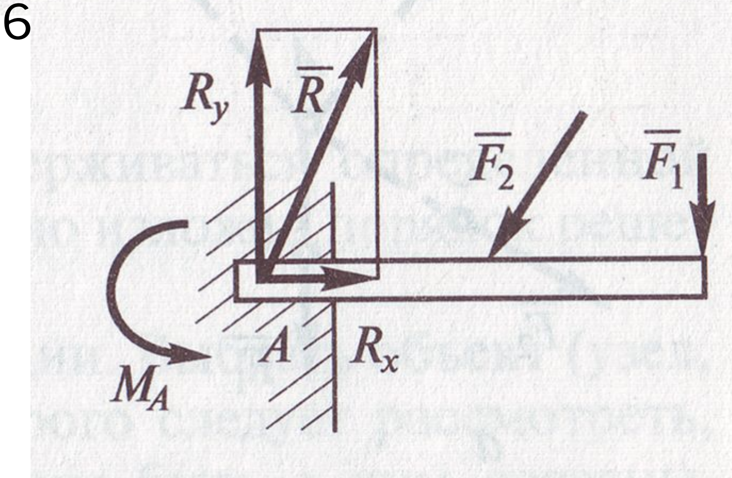
4



5



6



1

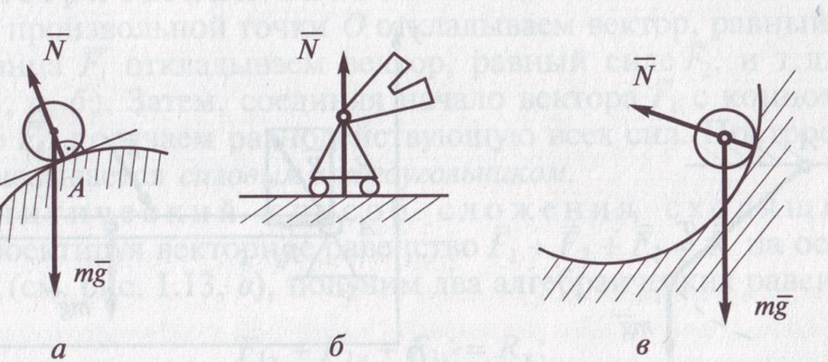
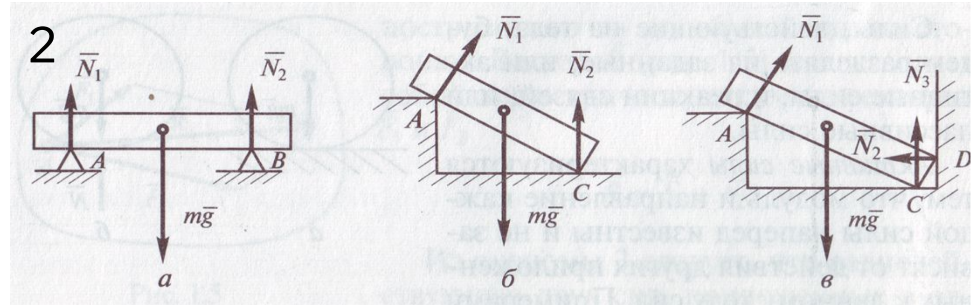
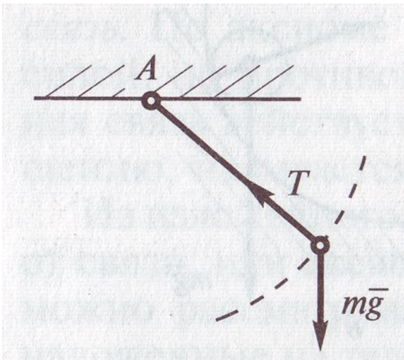


Рис. 1.7

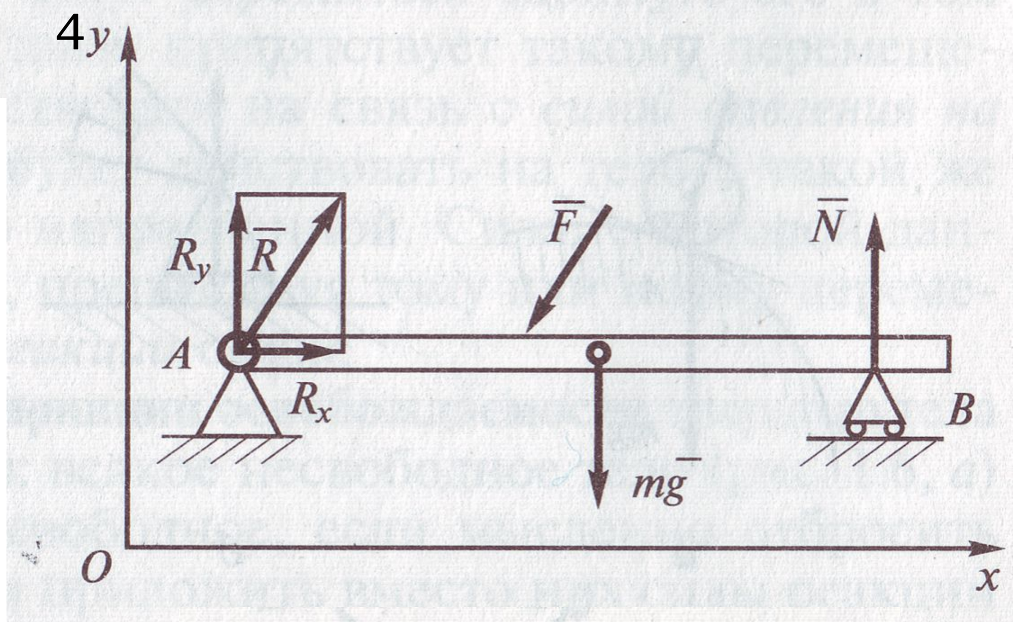
2



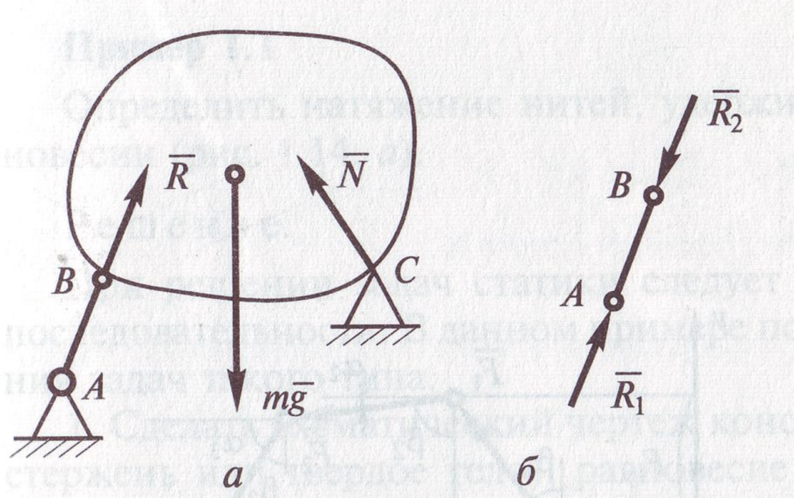
3



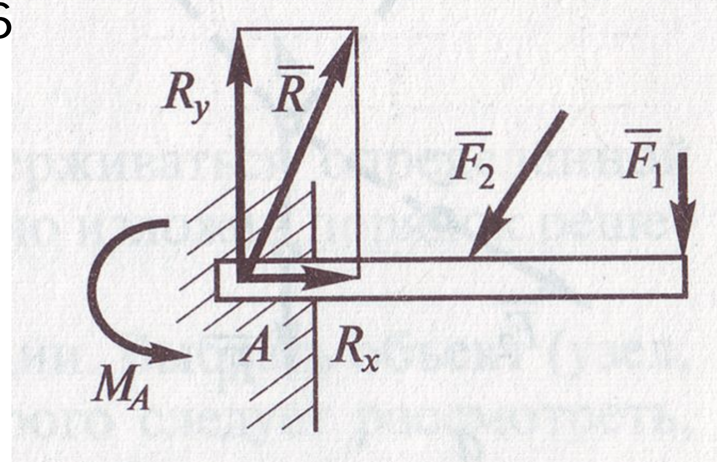
4



5



6



1

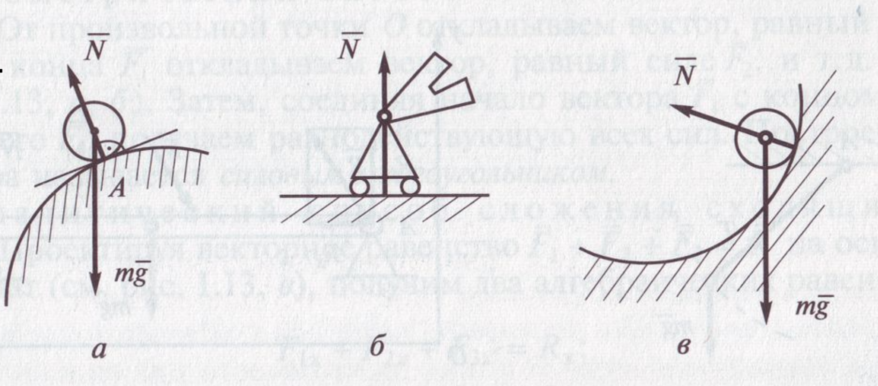
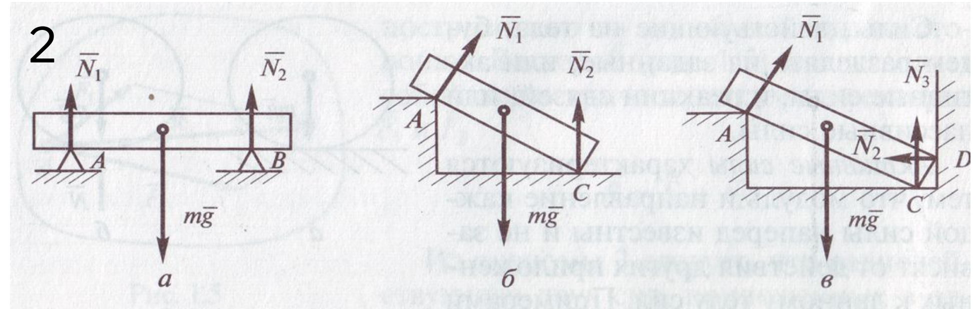
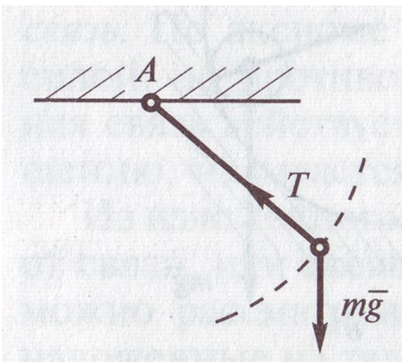


Рис. 1.7

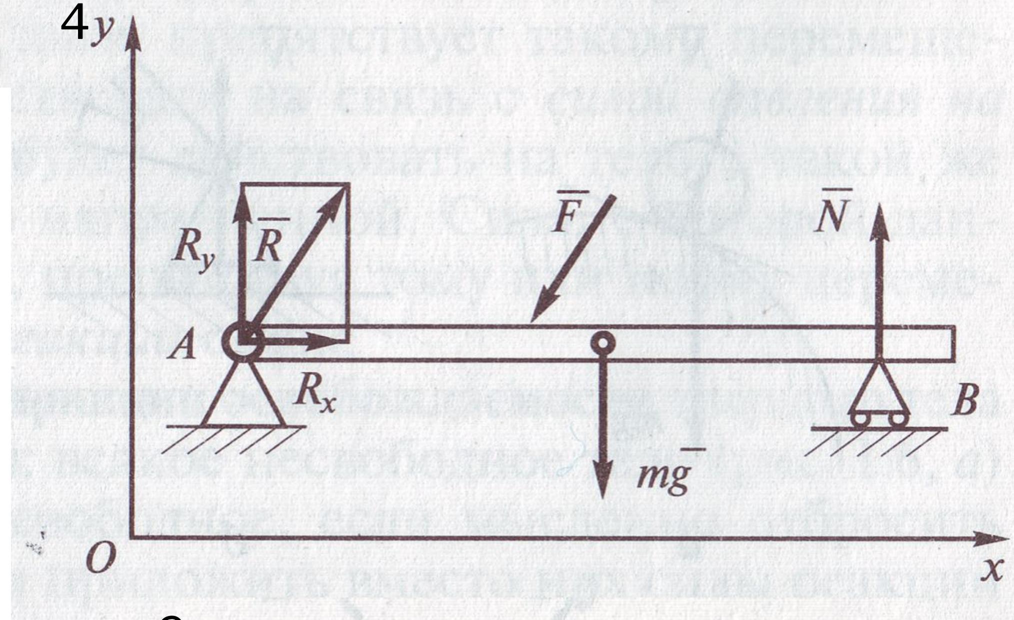
2



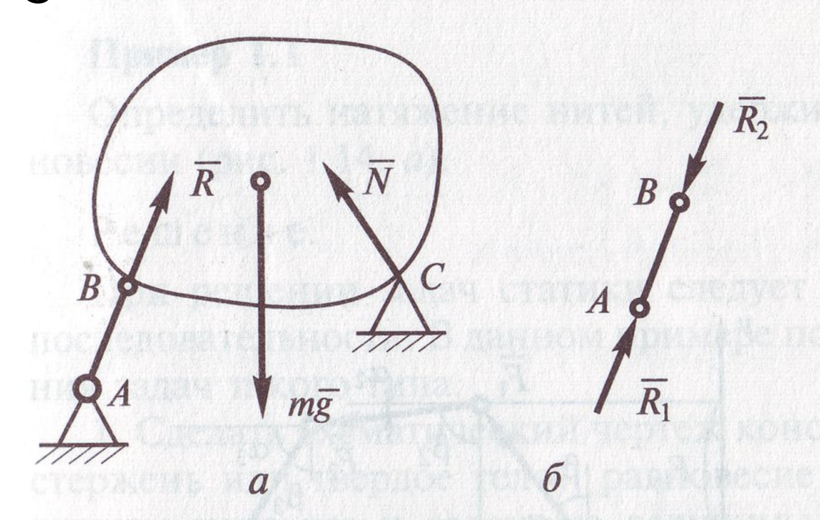
3



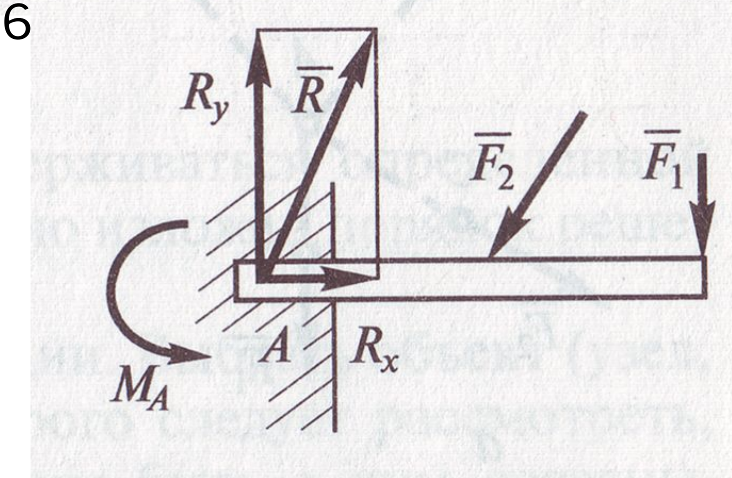
4



5



6



1

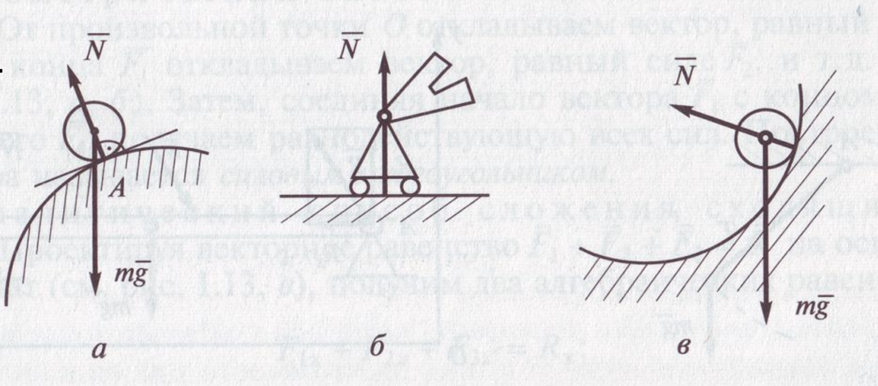
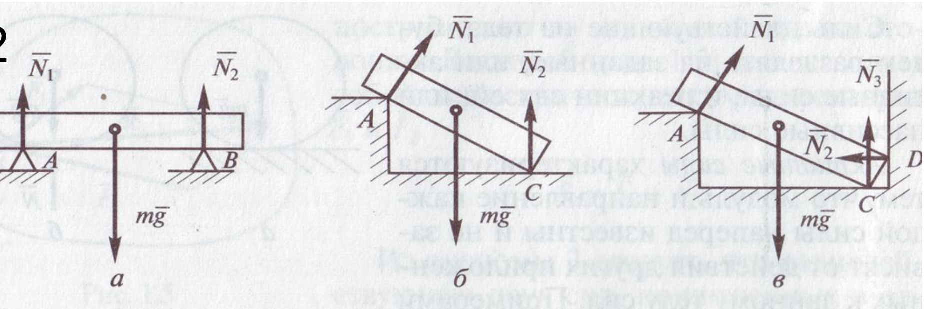
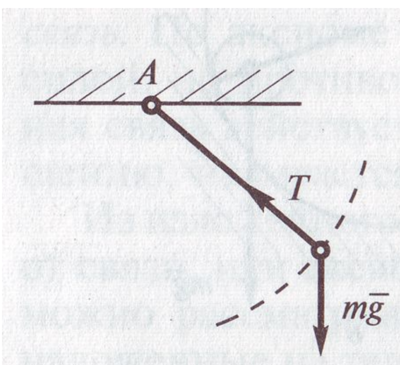


Рис. 1.7

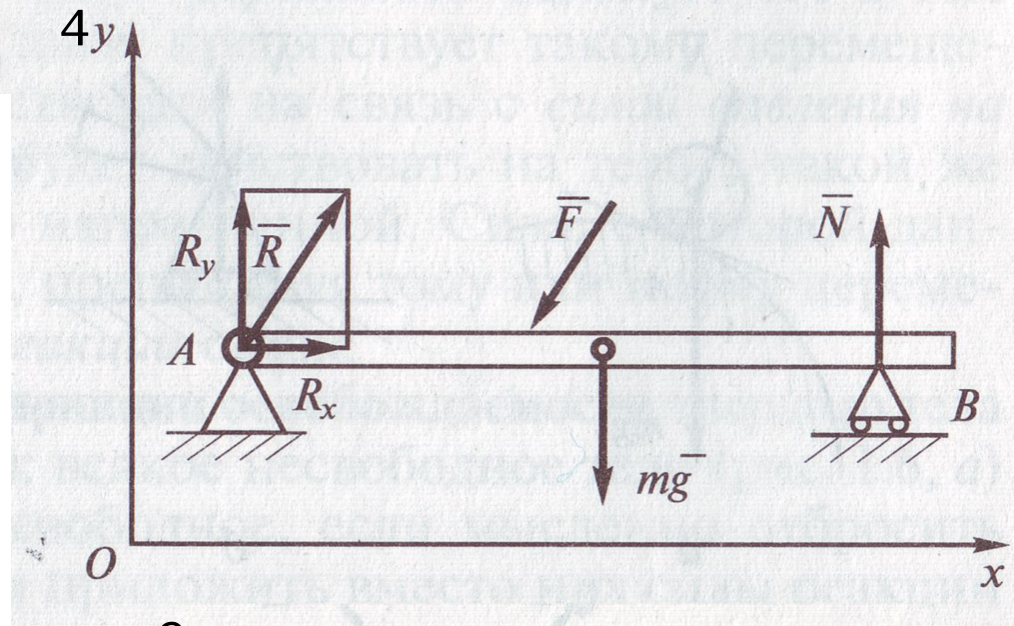
2



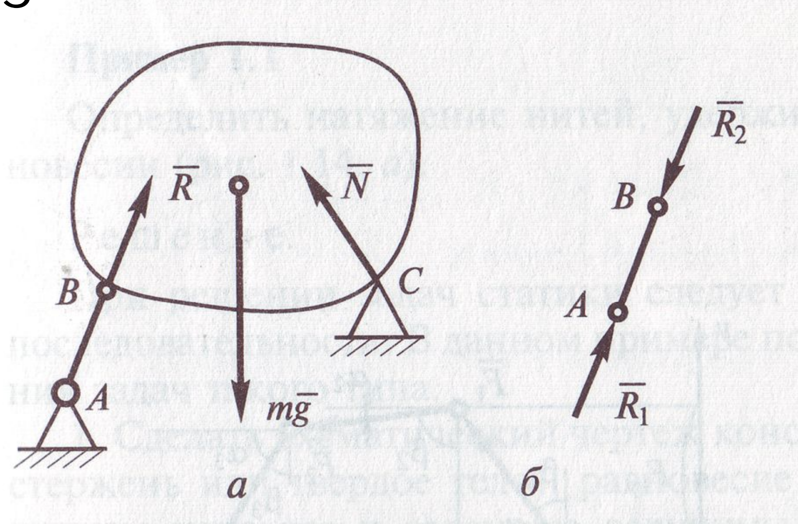
3



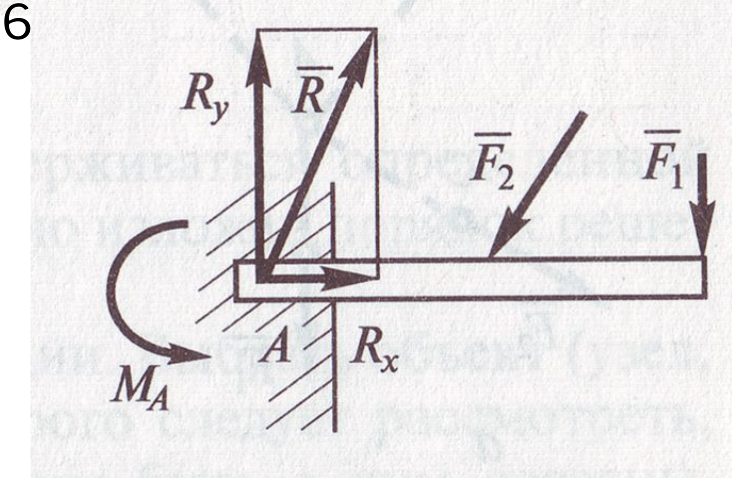
4



5



6



1

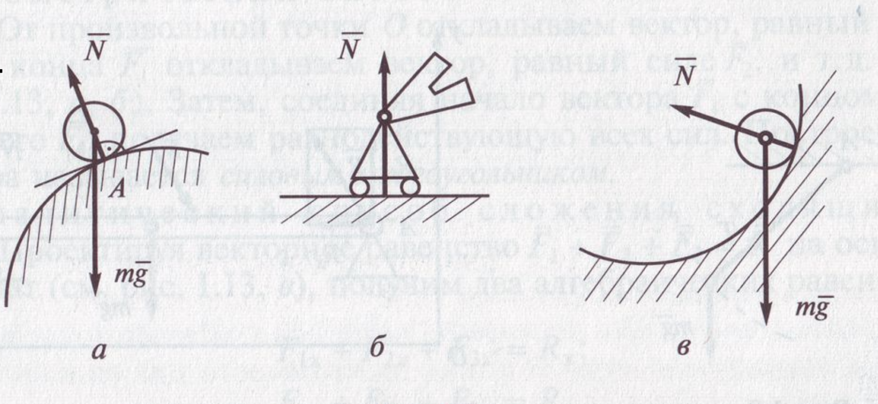
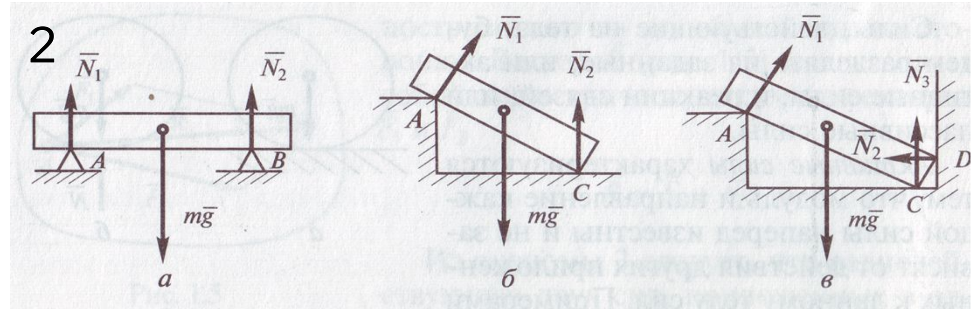
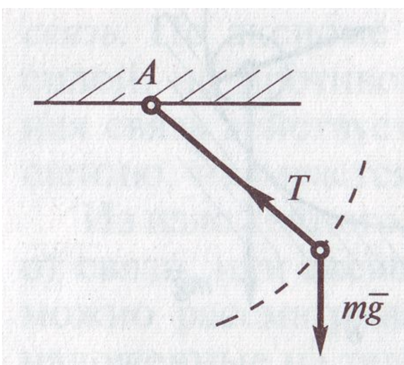


Рис. 1.7

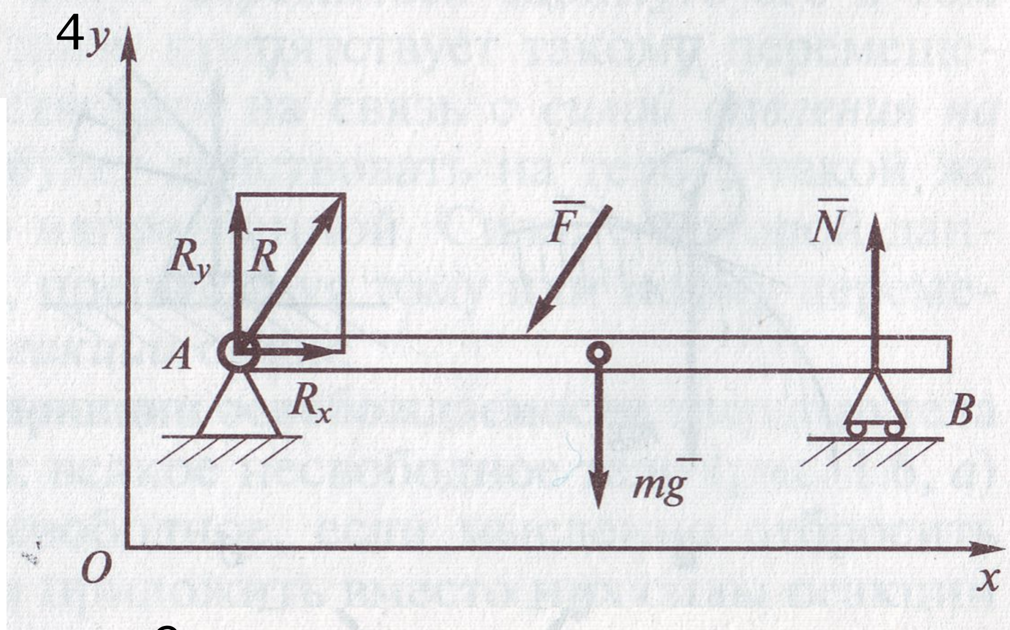
2



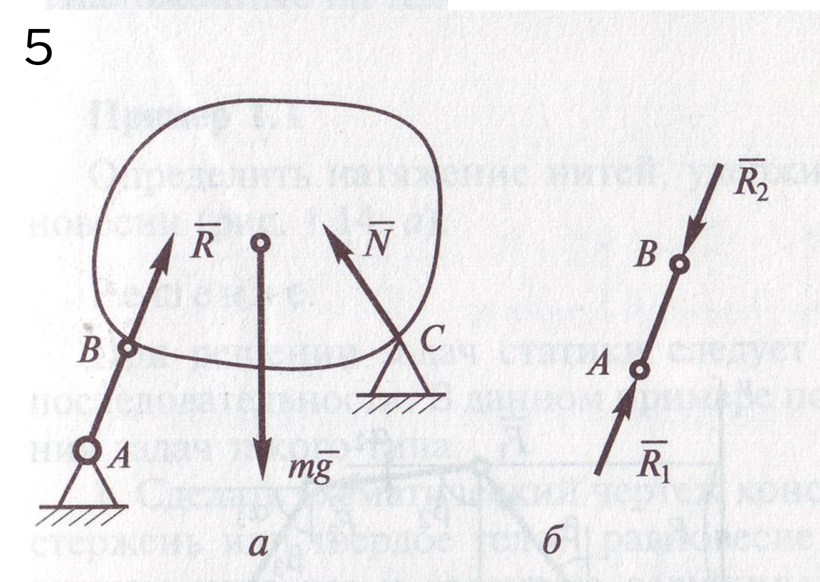
3



4



5



6