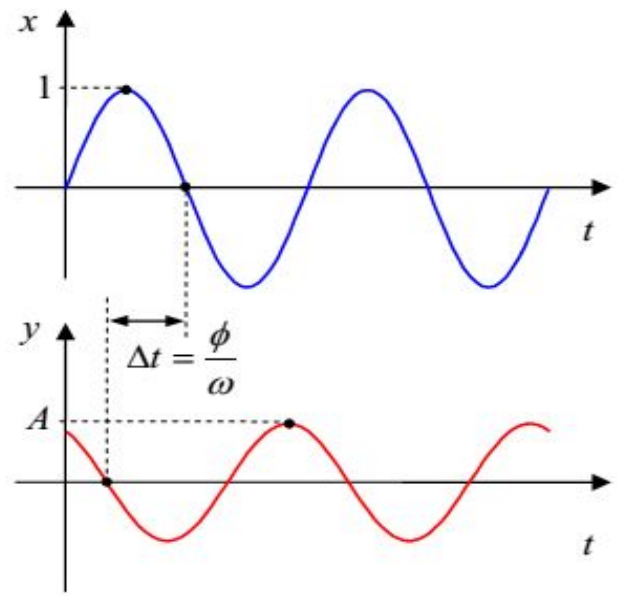
Частотные характеристики

Еще один популярный эталонный сигнал – гармонический (синус, косинус), например:

$$x(t) = \sin \omega t\,, \tag{36}$$

где ω – угловая частота (в радианах в секунду). Можно показать, что при таком входе на выходе линейной системы в установившемся режиме (при больших t) будет синус той же частоты[6], но с другой амплитудой A и сдвигом фазы ϕ:

$$y(t) = A(\omega)\cdot\sin(\omega t + \phi(\omega))\,.$$



Для каждой частоты входного сигнала будет своя амплитуда и свой сдвиг фазы. Чтобы определить по графику фазовый сдвиг ϕ, нужно найти расстояние Δt по оси времени между соответствующими точками синусоид (например, точками пересечения с осью t или вершинами). Если Δt умножить на частоту ω, получаем сдвиг фазы ϕ (в радианах).

На рисунке показан случай $\phi > 0$ (опережение по фазе), когда выход сдвинут «влево» по оси времени относительно входа, то есть, «идет раньше» входного.

Зная передаточную функцию системы $W(s)$, можно вычислить амплитуду и сдвиг фазы по формулам

$$A(\omega) = |W(j\omega)|, \qquad \phi(\omega) = \arg W(j\omega) = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Im} W(j\omega)}{\operatorname{Re} W(j\omega)}\,.$$

Запись $W(j\omega)$ означает, что в передаточную функцию $W(s)$ подставляется чисто мнимое число $s = j\omega$, где $j = \sqrt{-1}$. Для каждой частоты ω значение $W(j\omega) = P + jQ$ – это некоторое комплексное число, имеющее амплитуду $|W(j\omega)| = \sqrt{P^2 + Q^2}$ и фазу $\arg W(j\omega) = \operatorname{arctg}\dfrac{Q}{P}$.

Частотные характеристики

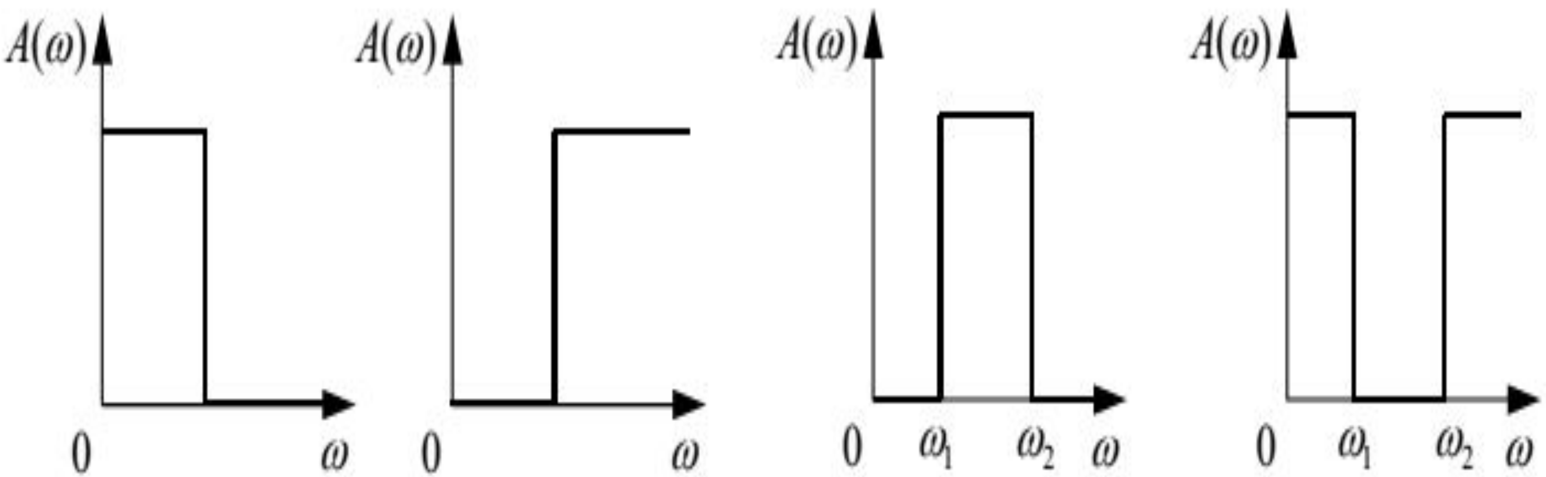
Функция $W(j\omega)$ называется **частотной характеристикой** звена, поскольку она характеризует выход системы при гармонических сигналах разной частоты. Зависимости $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ (вещественная и мнимая части $W(j\omega)$) – это *вещественная и мнимая частотные характеристики.*

Функции $A(\omega)$ и $\phi(\omega)$ (они для каждой частоты принимают вещественные значения) называются соответственно **амплитудной** и **фазовой частотными характеристиками** (АЧХ и ФЧХ). Амплитудная частотная характеристика – это коэффициент усиления гармонического сигнала. Если на какой-то частоте ω значение $A(\omega) > 1$, входной сигнал усиливается, если $A(\omega) < 1$, то вход данной частоты ослабляется.

По форме АЧХ различают несколько основных типов звеньев:

1) *фильтр низких частот* – пропускает низкочастотные сигналы примерно с одинаковым коэффициентом усиления, блокирует высокочастотные шумы и помехи;
2) *фильтр высоких частот* – пропускает высокочастотные сигналы, блокирует сигналы низкой частоты;
3) *полосовой фильтр* – пропускает только сигналы с частотами в полосе от ω_1 до ω_2;
4) *полосовой режекторный фильтр* – блокирует только сигналы с частотами в полосе от ω_1 до ω_2, остальные пропускает.

Частотные характеристики

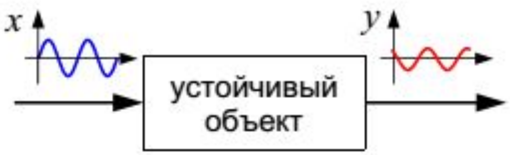


фильтр низких частот; фильтр высоких частот; полосовой фильтр; полосовой режекторный фильтр

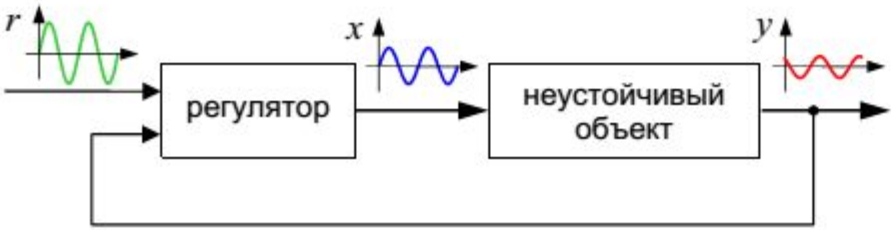
В радиотехнике используется понятие *полосы пропускания* – это ширина полосы частот, в которой значение АЧХ больше, чем $1/\sqrt{2}$ от ее максимального значения.

Частотные характеристики

Частотные характеристики во многих случаях можно снять экспериментально. Если объект *устойчивый,* на его вход подается гармонический сигнал (36) и записывается сигнал $y(t)$ на выходе. Определив амплитуду и сдвиг фазы для разных частот, можно построить по точкам амплитудную и фазовую частотные характеристики.



Если объект *неустойчив*, то при подаче на вход синуса амплитуда колебаний на выходе будет неограниченно расти. Однако частотную характеристику все равно можно определить экспериментально. Для этого нужно сначала найти какой-нибудь регулятор, который сделает замкнутую систему устойчивой. Затем на вход $r(t)$ подают синусоидальный сигнал и сравнивают сигналы $x(t)$ и $y(t)$ на входе и выходе интересующего нас объекта, определяя для каждой частоты ω «коэффициент усиления» $A(\omega)$ (отношение амплитуд сигналов $x(t)$ и $y(t)$) и сдвиг фазы $\phi(\omega)$.



Логарифмические частотные характеристики

Частотные характеристики достаточно сложно строить вручную. В 60-е годы, когда развивалась классическая теория управления, не было мощных компьютеров, поэтому наибольшую популярность приобрели приближенные методы, с помощью которых можно было проектировать регуляторы с помощью ручных вычислений и построений. Один из таких подходов основа на использовании **логарифмических частотных характеристик**.

Вместо $A(\omega)$ было предложено использовать *логарифмическую амплитудную частотных характеристику* (ЛАЧХ): график, на котором по оси абсцисс откладывается десятичный логарифм частоты ($\lg\omega$), а по оси ординат – величина $L_m(\omega) = 20\lg A(\omega)$, измеряемая в децибелах (дБ). При построении логарифмической фазовой частотной характеристики (ЛФЧХ) по оси абсцисс также откладывается логарифм частоты $\lg\omega$.

Единицей отсчета на логарифмической оси частот является *декада* – диапазон, на котором частота увеличивается в 10 раз (а значение ее логарифма увеличивается на единицу). Вместе ЛАЧХ и ЛФЧХ называются логарифмической амплитудно-фазовой частотной характеристикой (ЛАФЧХ) или *диаграммой Боде*.

Логарифмические частотные характеристики

Логарифмические характеристики обладают двумя ценными свойствами:

1) ЛАЧХ и ЛФЧХ для произведения $W_1(s)W_2(s)$ вычисляются как суммы ЛАЧХ и ЛФЧХ отдельных звеньев:

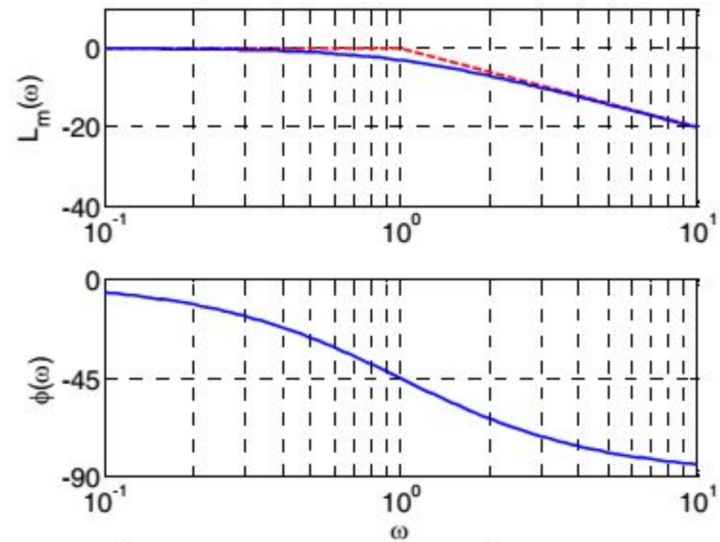
$$20\lg A(\omega) = 20\lg A_1(\omega) + 20\lg A_2(\omega)\,; \tag{37}$$

$$\phi(\omega) = \phi_{1_1}(\omega) + \phi_2(\omega)\,; \tag{38}$$

2) в области высоких и низких частот ЛАЧХ асимптотически приближаются к прямым, наклон которых составляет ± 20 дБ/дек (децибел на декаду), ± 40 дБ/дек и т.д.

Логарифмические частотные характеристики

В классической теории управления хорошо разработаны методы анализа и синтеза систем на основе *асимптотических ЛАЧХ*, которые представляют собой ломаные линии и легко строятся вручную. С появлением компьютерных средств расчета практическая ценность ЛАФЧХ несколько снизилась, однако они по сей день остаются простейшим инструментом прикидочных расчетов для инженера.



На рисунке показаны точная (сплошная синяя линия) и асимптотическая (штриховая красная линия) ЛАФЧХ для звена первого порядка с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{1}{Ts+1} \text{ при } T = 1 \text{ с.}$$

Логарифмические частотные характеристики

Первая асимптота, определяющая поведение ЛАЧХ **на низких частотах**, имеет нулевой наклон, потому что звено относится к классу *позиционных* звеньев, имеющих постоянный ненулевой статический коэффициент усиления, то есть

$$W(0) = 1 \neq 0.$$

Если $W(0) = 0$, передаточная функция содержит множитель s^k ($k > 0$), который соответствует производной порядка k. В этом случае наклон ЛАЧХ на низких частотах равен $k \cdot 20$ дБ/дек.

Если $W(0) = \infty$, звено содержит один или несколько *интеграторов*, то есть в знаменателе есть сомножитель s^k. Тогда наклон ЛАЧХ на низких частотах равен $-k \cdot 20$ дБ/дек.

Наклон ЛАЧХ **на высоких частотах** определяется разностью степеней числителя и знаменателя передаточной функции. Если числитель имеет степень m, а знаменатель – степень n, то наклон последней асимптоты равен $20 \cdot (m - n)$ дБ/дек. В нашем примере $m - n = 0 - 1 = -1$. Поэтому вторая асимптота, определяющая свойства звена на высоких частотах, имеет наклон -20 дБ/дек, то есть, за одну декаду значение уменьшается на 20 дБ (проверьте по графику!).

ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ

Усилитель

$$W(s) = k$$

При действии на вход единичного ступенчатого сигнала $1(t)$ (или дельта-функции $\delta(t)$) на выходе будет такой же сигнал, усиленный в k раз, поэтому переходная и импульсная характеристики звена равны

$$h(t) = k \quad (t > 0) \qquad \text{и} \qquad w(t) = k \cdot \delta(t).$$

Если на вход усилителя действует синусоидальный сигнал, на выходе он усиливается в k раз без изменения фазы, поэтому амплитудная и фазовая частотная характеристики не зависят от частоты входного сигнала:

$$A(\omega) = k, \qquad \phi(\omega) = 0.$$

ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ

Апериодическое звено

Одно из самых часто встречающихся звеньев – **апериодическое**, которое описывается дифференциальным уравнением

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \cdot x(t)$$

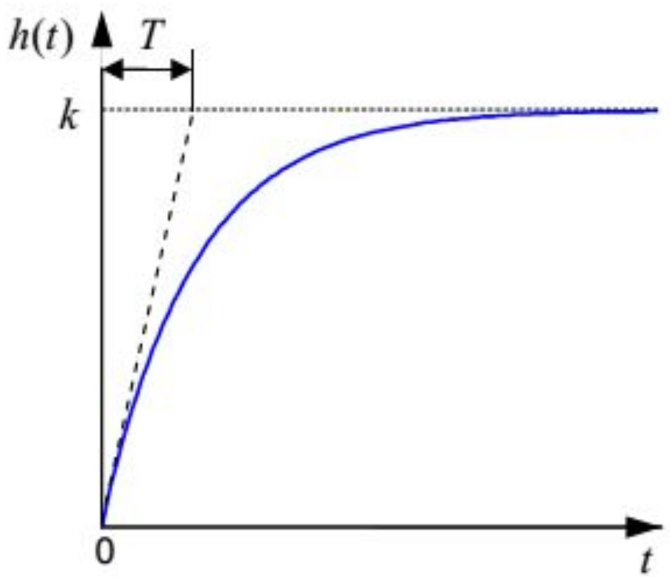
и имеет передаточную функцию $W(s) = \dfrac{k}{Ts+1}$. Здесь k – безразмерный коэффициент, а $T > 0$ – постоянная, которая называется *постоянной времени* звена. Постоянная времени – размерная величина, она измеряется в секундах и характеризует *инерционность* объекта, то есть скорость его реакции на изменение входного сигнала.

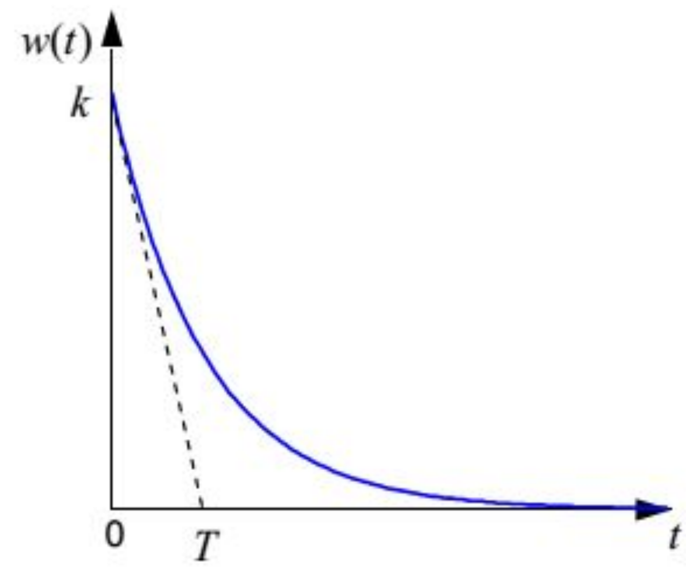
Типовые динамические звенья апериодическое звено

переходная и весовая функция

$$h(t) = k\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right)\right], \quad w(t) = \frac{k}{T}\exp\left(-\frac{t}{T}\right).$$

Типовые динамические звенья апериодическое звено графики переходной и весовой функции





Обратите внимание, что предельное значение переходной характеристики равно k, а касательная к ней в точке $t = 0$ пересекается с линией установившегося значения при $t = T$. Переходная и импульсная характеристики выходят на установившееся значение (с ошибкой не более 5%) примерно за время $3T$. Эти факты позволяют определять постоянную времени экспериментально, по переходной характеристике звена.

Типовые динамические звенья апериодическое звено частотная передаточная функция

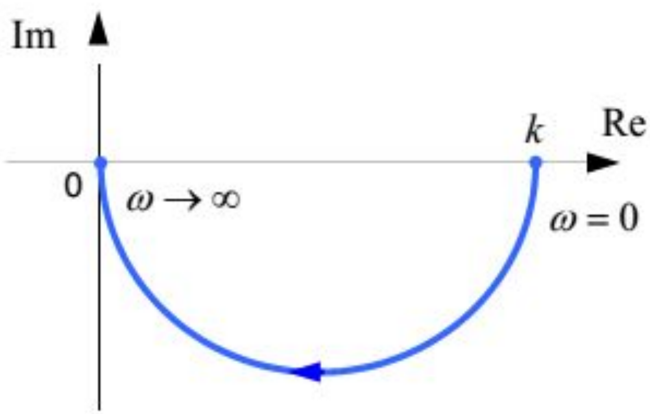
Частотная характеристика определяется выражением

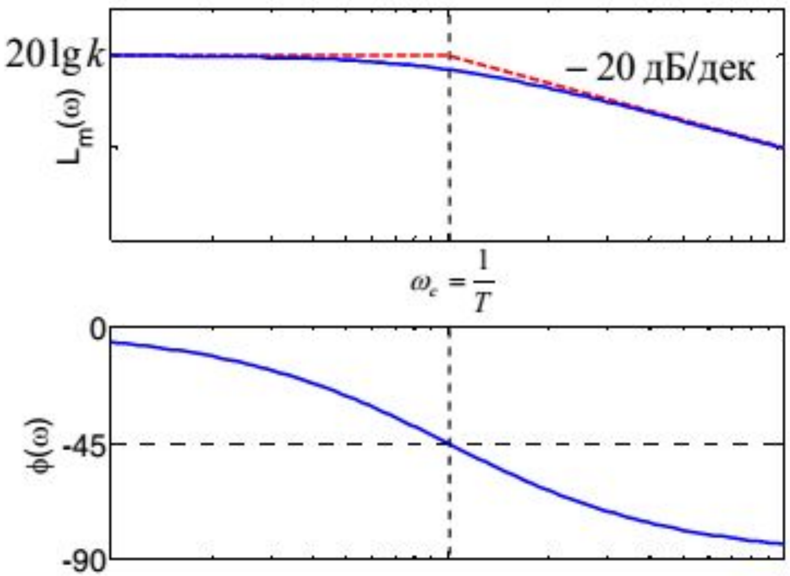
$$W(j\omega)=\frac{k}{Tj\omega+1}=\frac{k(1-Tj\omega)}{T^2\omega^2+1}=\frac{k}{T^2\omega^2+1}-\frac{jkT\omega}{T^2\omega^2+1}.$$

Для каждой частоты ω значение $W(j\omega)$ – это точка на комплексной плоскости. При изменении ω от 0 до ∞ получается кривая, которая называется *годографом Найквиста* (диаграммой Найквиста). В данном случае можно показать, что частотная характеристика – это полуокружность с центром в точке $(0{,}5k;0)$ радиуса $0{,}5k$. Годограф начинается (на нулевой частоте) в точке $(k;0)$ и заканчивается в начале координат (при $\omega\to\infty$).

Типовые динамические звенья апериодическое звено

годограф Найквиста и ЛАЧХ





Асимптотическая ЛАЧХ этого звена образована двумя прямыми, которые пересекаются на *сопрягающей частоте* $\omega_c = \dfrac{1}{T}$. На низких частотах она имеет нулевой наклон $L_m \approx 20\lg k$.

Типовые динамические звенья апериодическое звено

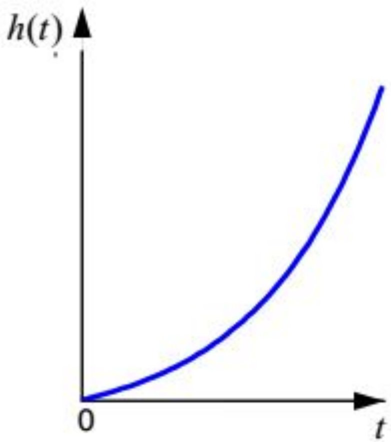
Для сравнения рассмотрим также *неустойчивое апериодическое звено*, которое задаетс
уравнением

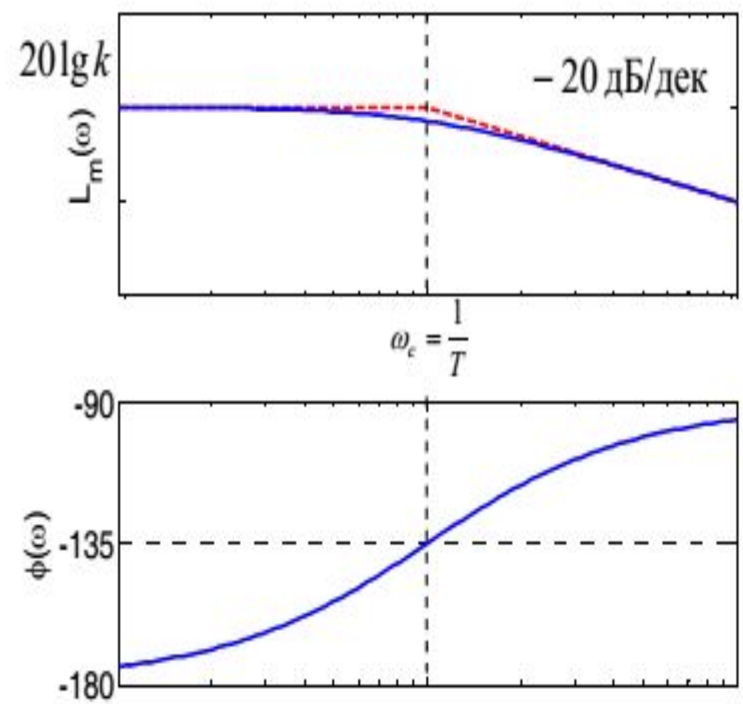
$$T\frac{dy(t)}{dt} - y(t) = k \cdot x(t)$$

Как видим, все отличие только в знаке в левой части уравнения (плюс сменился на минус). Однако при этом кардинально меняются переходная и импульсная характеристики:

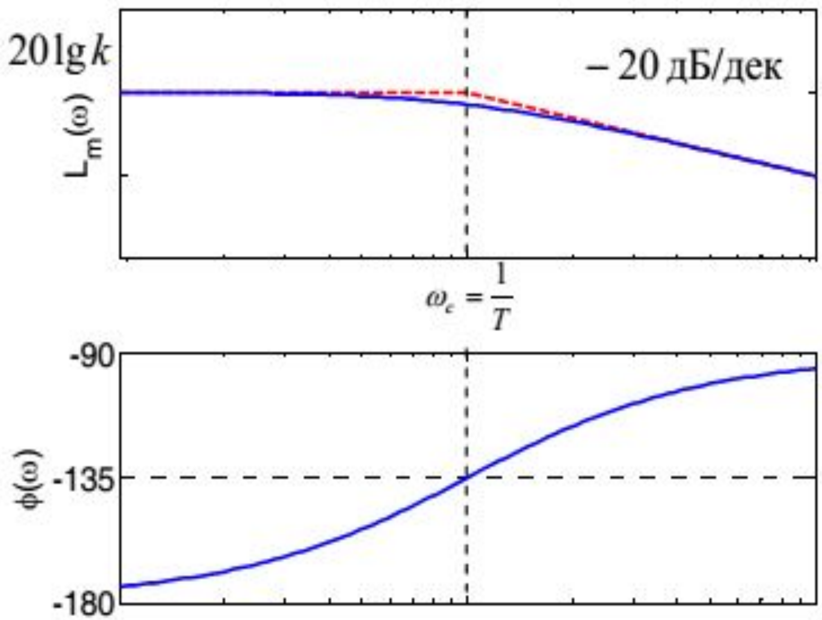
$$h(t) = k\left[\exp\left(\frac{t}{T}\right) - 1\right], \qquad w(t) = \frac{k}{T}\exp\left(\frac{t}{T}\right).$$

Типовые динамические звенья
Апериодическое звено
переходная характеристика и ЛАЧХ





Интересно сравнить частотные характеристики устойчивого и неустойчивого апериодических звеньев с теми же коэффициентами усиления и постоянными времени.



Из этого графика видно, что ЛАЧХ неустойчивого звена точно совпадает с ЛАЧХ аналогичного устойчивого, но отрицательный фазовый сдвиг значительно больше. Устойчивое апериодическое звено относится к *минимально-фазовым* звеньям, то есть его фаза по модулю меньше, чем фаза любого звена с такой же амплитудной характеристикой. Соответственно, неустойчивое звено – *неминимально-фазовое*.

К **неминимально-фазовым** звеньям относятся все звенья, передаточные функции которых имеют *нули или полюса* в правой полуплоскости, то есть, с положительной вещественной частью. Для *минимально-фазовых* звеньев все нули и полюса передаточной функции находятся в левой полуплоскости (имеют отрицательные вещественные части). Например, при положительных постоянных времени T_1, T_2 и T_3 звено с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{T_1 s + 1}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}$$

– минимально-фазовое, а звенья с передаточными функциями

$$W_1(s) = \frac{T_1 s + 1}{(T_2 s + 1)(T_3 s - 1)}, \quad W_1(s) = \frac{T_1 s - 1}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}, \quad W_3(s) = \frac{T_1 s + 1}{(T_2 s - 1)(T_3 s - 1)}$$

– неминимально-фазовые.

Типовые динамические звенья
Колебательное звено

Колебательное звено – это звено второго порядка с передаточной функцией вида

$$W(s) = \frac{k}{b_2 s^2 + b_1 s + 1},$$

знаменатель которой имеет комплексно-сопряженные корни (то есть, $b_1^2 - 4b_2 < 0$). Как известно из теории дифференциальных уравнений, свободное движение такой системы содержит гармонические составляющие (синус, косинус), что дает колебания выхода при изменении входного сигнала.

Несложно представить передаточную функцию колебательного звена в форме

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2T\xi s + 1} \qquad (41)$$

где k – коэффициент, T – постоянная времени (в *секундах*), ξ – *параметр затухания* ($0 < \xi < 1$). Постоянная времени определяет инерционность объекта, чем она больше, тем медленнее изменяется выход при изменении входа. Чем больше ξ, тем быстрее затухают колебания

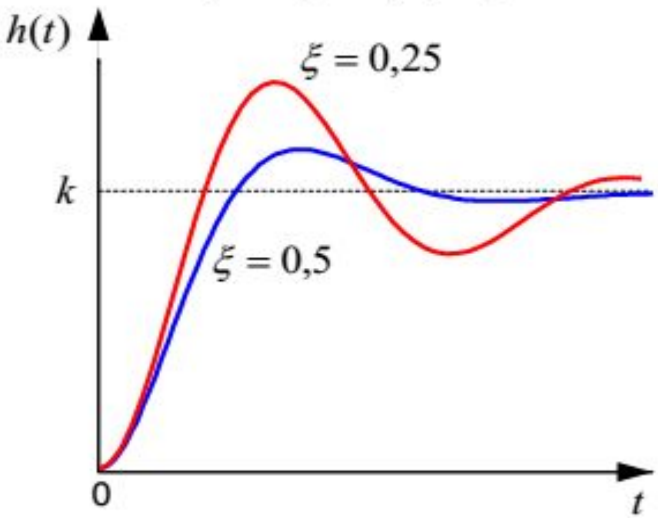
Типовые динамические звенья
Колебательное звено

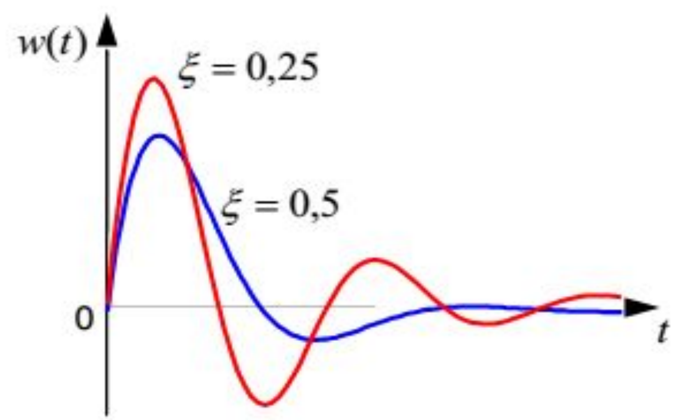
При $\xi = 0$ в (41) получается *консервативное* звено, которое дает незатухающие колебания на выходе. Если $\xi \geq 1$, модель (41) представляет *апериодическое звено второго порядка*, то есть последовательное соединение двух апериодических звеньев.

Колебательное звено относится к позиционным звеньям, его статический коэффициент усиления равен $W(0) = k$.

Колебательное звено относится к позиционным звеньям, его статический коэффициент усиления равен $W(0) = k$.

Переходная и импульсная характеристики отличаются выраженной колебательностью, особенно при малых значениях параметра затухания ξ. На следующих двух графиках синие линии соответствуют $\xi = 0{,}5$, а красные – $\xi = 0{,}25$.



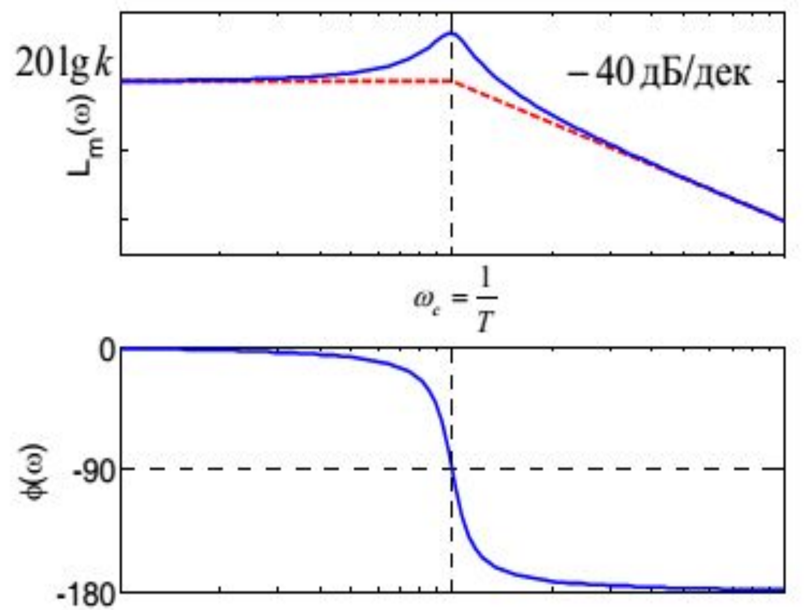


Типовые динамические звенья
Колебательное звено

Асимптотическая ЛАЧХ этого звена образована двумя прямыми, которые пересекаются на *сопрягающей частоте* $\omega_c = \dfrac{1}{T}$. На низких частотах она имеет нулевой наклон (так как звено позиционное), причем в этой области $L_m \approx 20\lg k$.

На высоких частотах наклон ЛАЧХ равен -40 дБ/дек, так как степень знаменателя передаточной функции на два больше степени ее числителя. Фазовая характеристика меняется от 0 до $-180°$, причем на сопрягающей частоте ω_c она равна $-90°$.

При значениях $\xi < 0{,}5$ ЛАЧХ имеет так называемый «горб» в районе сопрягающей частоты, причем его высота увеличивается с уменьшением ξ. Это означает, что при частоте входного сигнала, равной ω_c, наблюдается *резонанс*, то есть частота возмущения совпадает с частотой собственных колебаний системы.



Типовые динамические звенья
Колебательное звено

В предельном случае при $\xi = 0$ (*консервативное звено*) ЛАЧХ терпит разрыв (обращается в бесконечность) на частоте ω_c, при таком входе амплитуда колебаний неограниченно растет и на практике объект разрушается.

Типовые динамические звенья Интегрирующее звено

Интегрирующее звено описывается уравнением

$$\frac{dy(t)}{dt} = k \cdot x(t),$$

которому соответствует передаточная функция $W(s) = \frac{k}{s}$.

Решение уравнения $\frac{dy(t)}{dt} = k \cdot x(t)$, дает

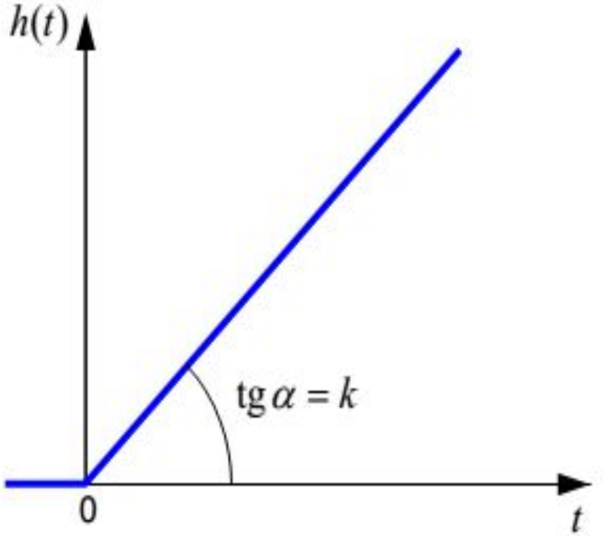
$$y(t) = y(0) + k\int_0^t x(\tau)\,d\tau .$$

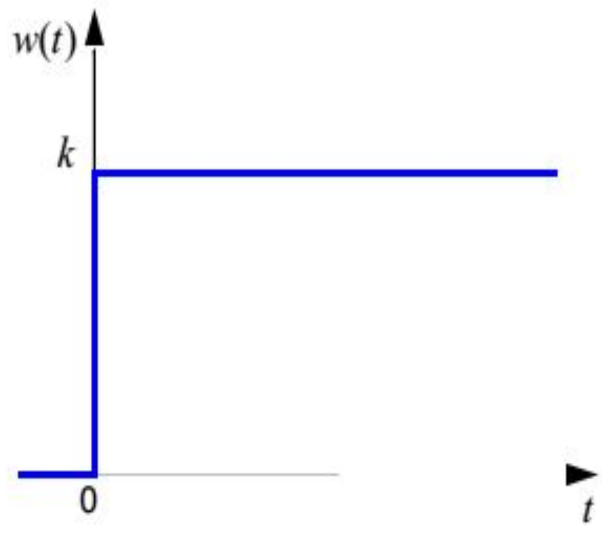
Типовые динамические звенья
Интегрирующее звено

Используя это решение для единичного скачка ($x(t)=1$ при $t \geq 0$) при нулевых начальных условиях ($y(0)=0$), получаем линейно возрастающую *переходную характеристику*:

$$h(t)=k \cdot t\,.$$

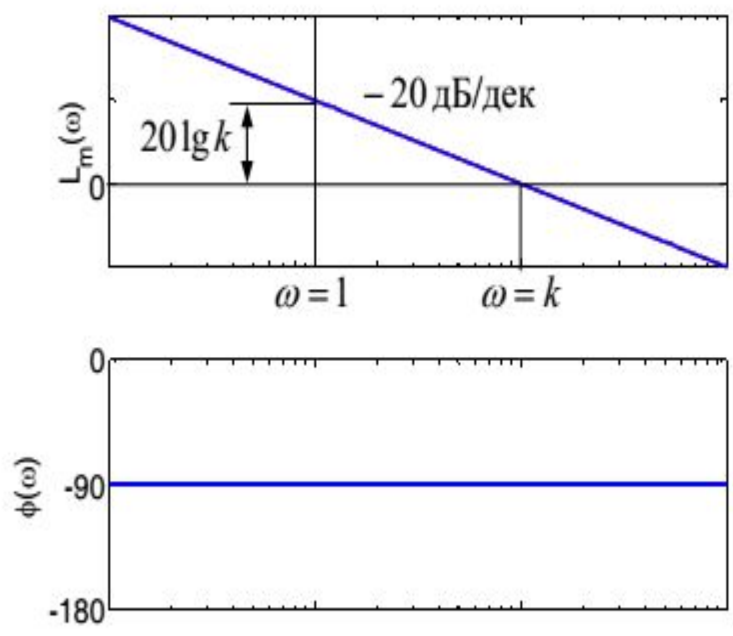
Для того, чтобы найти *импульсную характеристику*, вспомним, что интеграл от дельта-функции на любом интервале, включающем $t=0$, равен 1. Поэтому $w(t)=k$ (при $t \geq 0$).





Типовые динамические звенья Интегрирующее звено

Частотная характеристика интегрирующего звена определяется формулой $W(j\omega)=\frac{k}{j\omega}=-j\frac{k}{\omega}$. Можно показать, что его логарифмическая амплитудная частотная характеристика – это прямая с наклоном -20 дБ/дек. На низких частотах усиление максимально, теоретически на частоте $\omega=0$ оно равно бесконечности. Высокие частоты, наоборот, подавляются интегратором.



Типовые динамические звенья Интегрирующее звено

На частоте $\omega = 1$ значение ЛАЧХ равно $20\lg k$, а при $\omega = k$ ЛАЧХ обращается в нуль, поскольку $\left| W(j\omega) \right| = 1$. Фазовая характеристика $\phi(\omega) = -90°$ – говорит о постоянном сдвиге фазы на всех частотах.

Типовые динамические звенья

Дифференциирующее звено

Дифференцирующее звено дает на выходе производную входного сигнала. Уравнение идеального дифференцирующего звена $y(t)=k\dfrac{dx(t)}{dt}$, его операторная запись $y(t)=k\cdot p\,x(t)$, а передаточная функция $W(s)=k\cdot s$.

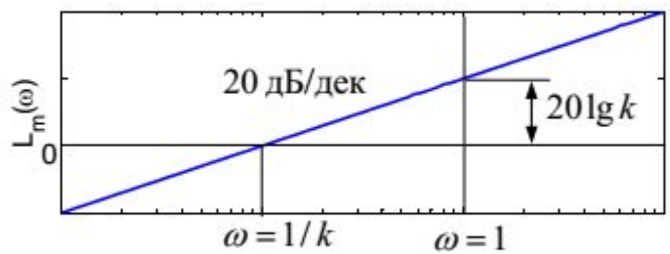
Известно, что производная единичного ступенчатого сигнала $\mathbf{1}(t)$ в точке $t=0$ – это дельта-функция $\delta(t)$. Поэтому переходная и весовая функции дифференцирующего звена

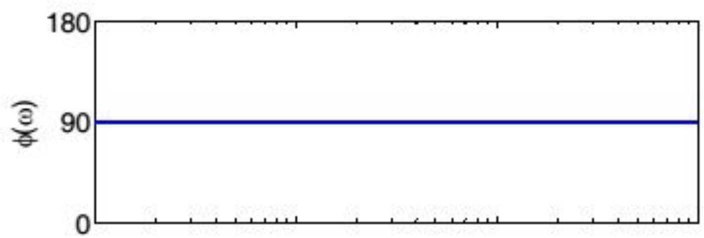
$$h(t)=k\delta(t),\quad w(t)=k\frac{d\delta(t)}{dt}.$$

Это физически нереализуемые функции, так как дельта-функцию и ее производную, имеющие бесконечные значения, невозможно получить на реальном устройстве. Поэтому идеальное дифференцирующее относится к *физически нереализуемым* звеньям.

Типовые динамические звенья
Дифференцииирующее звено

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика дифференцирующего звена – прямая с наклоном 20 дБ/дек, пересекающая ось абсцисс $L_m(\omega)=0$ на частоте $\omega=\dfrac{1}{k}$. При $\omega=1$ ЛАЧХ равна $L_m(1)=20\lg k$. Дифференцирующее звено подавляет низкие частоты (производная от постоянного сигнала равна нулю) и бесконечно усиливает высокочастотные сигналы, что требует бесконечной энергии и невозможно в физически реализуемых системах.





Фазовая характеристика не зависит от частоты, звено дает положительный сдвиг фазы на 90°. Действительно, при дифференцировании сигнала $x(t)=\sin\omega t$ получаем

$$y(t)=\cos\omega t=\sin(\omega t+90^\circ).$$

Типовые динамические звенья
Дифференциирующее звено

Дифференцирующее звено реагирует не на изменение самой входной величины, а на изменение ее производной, то есть на *тенденцию* развития событий. Поэтому говорят, что дифференцирующее звено обладает упреждающим, *прогнозирующим* действием. С его помощью можно ускорить реакцию системы.

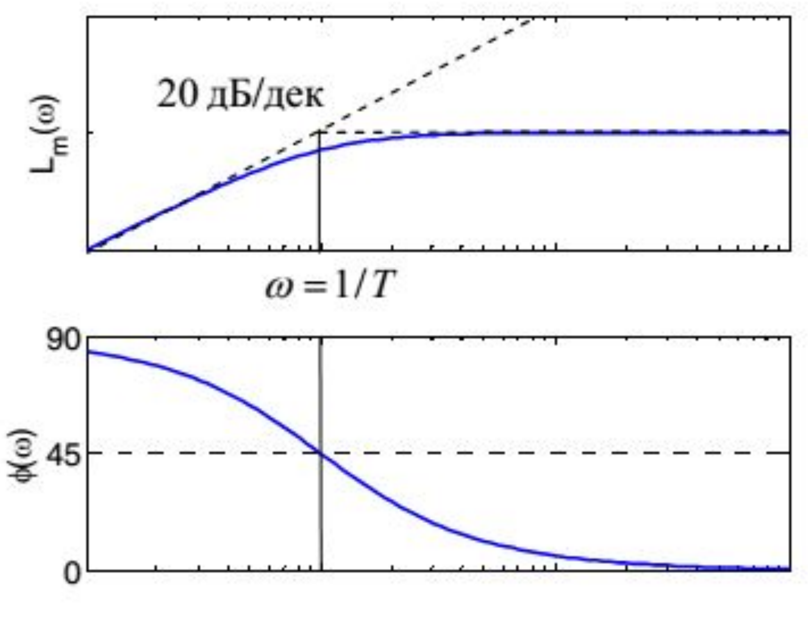
В технике не могут использоваться физически нереализуемые звенья. Поэтому важно рассмотреть аналогичное звено, которое выполняет дифференцирования низкочастотных сигналов и одновременно имеет ограниченное усиление на высоких частотах. *Инерционное дифференцирующее звено* описывается уравнением

$$T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=k\frac{dx(t)}{dt}$$

и имеет передаточную функцию $W(s)=\frac{ks}{Ts+1}$. Фактически это последовательное соединение идеального дифференцирующего и апериодического звеньев.

Типовые динамические звенья
Дифференциирующее звено

Апериодическое звено добавляет инерционность: обладая свойствами фильтра низких частот, оно ограничивает усиление на высоких частотах. Поскольку передаточная функция имеет равные степени числителя и знаменателя, на высоких частотах (выше *сопрягающей частоты* $\omega_c = 1/T$) ЛАЧХ имеет нулевой наклон, поэтому неограниченного роста коэффициента усиления не происходит. Одновременно теряется точность дифференцирования, так как фазовая характеристика изменяется от 90° до нуля.



Типовые динамические звенья

Запаздывание

Запаздывание в системе просто сдвигает сигнал вправо на временной оси, не меняя его формы. Математически это можно записать в виде

$$y(t) = x(t-\tau).$$

Изображение сигнала на выходе звена запаздывания вычисляется по *теореме о смещении аргумента* для преобразования Лапласа:

$$Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\} = \int_0^\infty x(t-\tau)\, e^{-st}\, dt = e^{-s\tau} \int_0^\infty x(t)\, e^{-st}\, dt = e^{-s\tau} X(s),$$

поэтому передаточная функция звена чистого запаздывания равна $W_\tau(s) = e^{-s\tau}$.

Типовые динамические звенья

Запаздывание

Очевидно, что при гармоническом входном сигнале запаздывание не изменяет амплитуду, но вносит дополнительный отрицательный сдвиг фазы. Частотная характеристика этого звена имеет вид $W_\tau(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$. По общим формулам находим:

$$A(j\omega) = \left| W_\tau(j\omega) \right| = 1, \quad \phi(j\omega) = \arg W_\tau(j\omega) = -\omega\tau .$$

Таким образом, фазовая частотная характеристика звена запаздывания – линейная функция частоты ω, чем больше частота, тем больше фазовый сдвиг.

Типовые динамические звенья

Обратные звенья

Звено с передаточной функцией $\widetilde{W}(s)=\dfrac{1}{W(s)}$ назовем *«обратным» звеном* для звена с передаточной функцией $W(s)$ (или *инверсией* для этого звена). Предположим, что мы знаем ЛАФЧХ для исходного звена и хотим найти ЛАФЧХ «обратного» звена без вычислений. Эта задача имеет простое решение.

Для исходного звена $W(j\omega)=P(\omega)+jQ(\omega)$, где $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ – соответственно вещественная и мнимая частотные характеристики. Амплитудная и фазовая характеристики имеют вид

$$A(\omega)=\sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)}, \quad \phi(\omega)=\operatorname{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}.$$

Для «обратного» звена получим

$$\widetilde{W}(j\omega)=\frac{1}{W(j\omega)}=\frac{1}{P(\omega)+jQ(\omega)}=\frac{P(\omega)-jQ(\omega)}{P^2(\omega)+Q^2(\omega)},$$

что после простых преобразований дает

$$\widetilde{A}(\omega)=\frac{1}{\sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)}}=\frac{1}{A(\omega)}, \quad \widetilde{\phi}(\omega)=-\operatorname{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}=-\phi(\omega).$$

Таким образом, для логарифмических характеристик получаем

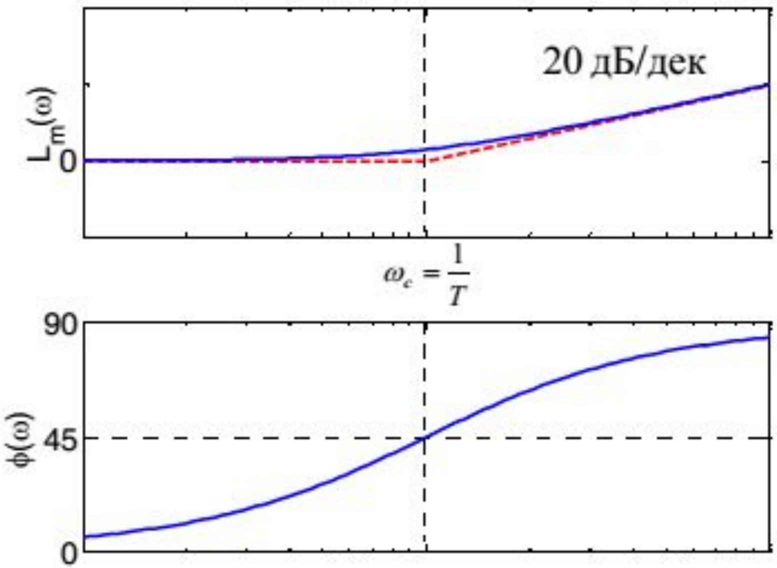
$$20\lg\widetilde{A}(\omega)=20\lg\frac{1}{A(\omega)}=-20\lg A(\omega), \quad \widetilde{\phi}(\omega)=-\phi(\omega).$$

Это значит, что при переходе к «обратной» передаточной функции ЛАЧХ и ЛФЧХ просто меняют знак.

Типовые динамические звенья

Обратные звенья

Рассмотрим, например, звено с передаточной функцией $W(s) = Ts + 1$. Оно является «обратным» для апериодического звена, поэтому можно сразу нарисовать его ЛАФЧХ так, как на рисунке.



Типовые динамические звенья

Обратные звенья

Для звена чистого запаздывания «обратным» будет звено с передаточной функцией $\widetilde{W}_\tau(s) = e^{s\tau}$, его амплитудная частотная характеристика равна 1 на всех частотах, а фазовая вычисляется как $\phi(\omega) = \omega\tau$. Положительный сдвиг фазы говорит о том, что сигнал на выходе появляется *раньше*, чем на входе. Такое звено называется *звеном упреждения* или *предсказания*. Понятно, что в реальных системах нельзя «заглянуть в будущее», поэтому звено упреждения физически нереализуемо. Тем не менее, модели некоторых практических задач могут включать звенья упреждения. Например, известны «автопилоты» для автомобилей, которые используют данные о рельефе дороги на некотором расстоянии *впереди* машины (будущие значения!), полученные с помощью лазерного измерителя.