



OnlyRise

---

# ЕГЭ профильная математика

## № 5

---



# Простейшие уравнения

5 задание – это проверка навыков умения решать уравнения. Чаще встречаются логарифмические, квадратные и показательные уравнения, реже тригонометрические. Будьте внимательны, записывая ответ. В любом случае, **ОБЯЗАТЕЛЬНО** делайте проверку, много времени это не займёт, а вас избавит от ошибок. Помните, что ответ это целое число или конечная десятичная дробь.

## **Обратите внимание:**

1. решая уравнения, в которых получается больше одного корня, выбирайте правильный ответ, в вопросе всегда указывается, какое значение требуется найти.
2. вы можете знать, как решать, но не дорешать, иногда из-за спешки выпускники записывают какой-либо промежуточный результат.



OnlyRise

# Теори я

Итак, задачи включают в себя: Линейные и квадратные уравнения; Рациональные уравнения; Иррациональные уравнения; Показательные уравнения; Логарифмические уравнения; Тригонометрические уравнения.

**Для решения вам понадобятся следующие**

**формулы:**

Формулы сокращенного

умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Степени и

корни:

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b > 0$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-1}a = aa^{-1} = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$



OnlyRise

# Логарифм

## М

Логарифмом числа  $a$  по основанию  $b$  называется показатель степени, в который нужно возвести  $b$ , чтобы получить  $a$ .

$$\log_b a = x \quad b^x = a \quad (a > 0, b > 0, b \neq 1)$$

$$\log_3 9 = 2, \text{ так как } 3^2 = 9$$

Частные случаи  
логарифмов:

$$\ln x = \log_e x - \text{натуральный}$$

$$\lg x = \log_{10} x - \text{десятичный}$$



OnlyRise

## Свойства логарифмов:

$$b^{\log_b a} = a$$

$$\log_a a^x = x$$

$$\log_x(ab) = \log_x a + \log_x b$$

$$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$$

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$



# Тригонометрические уравнения

$$\sin x = a$$

имеет решение при  $-1 \leq a \leq 1$

Решением являются два корня ( $Z$  – целое число):

$$x_1 = \arcsin a + 2\pi n, \quad n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n, \quad n \in Z$$

Обе формулы можем объединить в одну:

$$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \quad k \in Z$$



OnlyRise

$$\cos x = a$$

имеет решение при  $-1 \leq a \leq 1$

Решением являются два корня:

$$x_1 = \arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = -\arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Обе формулы можем объединить в одну:

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Если получите  $\cos x = 7$  или  $\sin x = -\frac{10}{7}$



OnlyRise

$$\operatorname{tg} x = a$$

имеет решение при любом  $a$

Решением является корень:

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

\*\*\*

$$\operatorname{ctg} x = a$$

имеет решение при любом  $a$

Решением является корень:

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



OnlyRise

Значения  $\sin$   $\cos$   $\operatorname{tg}$   $\operatorname{ctg}$  от 0 до 90 градусов, которые следует запомнить:

$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-



OnlyRise

# Практик

а  
Найдите корень  
уравнений:

1  $(x - 10)^2 = (x + 4)^2.$

3  $\sqrt{\frac{6}{4x - 54}} = \frac{1}{7}.$

2  $\frac{1}{4x - 1} = 5.$

4  $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4.$



OnlyRise

# Практик

а  
Найдите корень  
уравнений:

1  $\log_2(15 + x) = \log_2 3.$

3  $\log_5(5 - x) = \log_5 3.$

2  $\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + 1.$

4  $3^{\log_9(5x-5)} = 5.$



OnlyRise

# Практик а

Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1$ . В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.