



OnlyRise

ЕГЭ профильная математика

№ 5



Простейшие уравнения

5 задание – это проверка навыков умения решать уравнения. Чаще встречаются логарифмические, квадратные и показательные уравнения, реже тригонометрические. Будьте внимательны, записывая ответ. В любом случае, **ОБЯЗАТЕЛЬНО** делайте проверку, много времени это не займёт, а вас избавит от ошибок. Помните, что ответ это целое число или конечная десятичная дробь.

Обратите внимание:

1. решая уравнения, в которых получается больше одного корня, выбирайте правильный ответ, в вопросе всегда указывается, какое значение требуется найти.
2. вы можете знать, как решать, но не дорешать, иногда из-за спешки выпускники записывают какой-либо промежуточный результат.



OnlyRise

Теори Я

Итак, задачи включают в себя: Линейные и квадратные уравнения; Рациональные уравнения; Иррациональные уравнения; Показательные уравнения; Логарифмические уравнения; Тригонометрические уравнения.

Для решения вам понадобятся следующие

формулы:

Формулы сокращенного

умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Степени и

корни:

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b > 0$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-1}a = aa^{-1} = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$



OnlyRise

Логарифм

М

Логарифмом числа a по основанию b называется показатель степени, в который нужно возвести b , чтобы получить a .

$$\log_b a = x \quad b^x = a \quad (a > 0, b > 0, b \neq 1)$$

$$\log_3 9 = 2, \text{ так как } 3^2 = 9$$

Частные случаи
логарифмов:

$$\ln x = \log_e x - \text{натуральный}$$

$$\lg x = \log_{10} x - \text{десятичный}$$



OnlyRise

Свойства логарифмов:

$$b^{\log_b a} = a$$

$$\log_a a^x = x$$

$$\log_x(ab) = \log_x a + \log_x b$$

$$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$$

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$



Тригонометрические уравнения

$$\sin x = a$$

имеет решение при $-1 \leq a \leq 1$

Решением являются два корня (Z – целое число):

$$x_1 = \arcsin a + 2\pi n, \quad n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n, \quad n \in Z$$

Обе формулы можем объединить в одну:

$$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \quad k \in Z$$



OnlyRise

$$\cos x = a$$

имеет решение при $-1 \leq a \leq 1$

Решением являются два корня:

$$x_1 = \arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = -\arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Обе формулы можем объединить в одну:

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Если получите $\cos x = 7$ или $\sin x = -\frac{10}{7}$



OnlyRise

$$\operatorname{tg} x = a$$

имеет решение при любом a

Решением является корень:

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x = a$$

имеет решение при любом a

Решением является корень:

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



OnlyRise

Значения \sin \cos tg ctg от 0 до 90 градусов, которые следует запомнить:

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-



OnlyRise

Практик

а
Найдите корень
уравнений:

1 $(x - 10)^2 = (x + 4)^2.$

3 $\sqrt{\frac{6}{4x - 54}} = \frac{1}{7}.$

2 $\frac{1}{4x - 1} = 5.$

4 $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4.$



OnlyRise

Практик

Найдите ^а корень
уравнений:

1 $\log_2(15 + x) = \log_2 3.$

3 $\log_5(5 - x) = \log_5 3.$

2 $\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + 1.$

4 $3^{\log_9(5x-5)} = 5.$



OnlyRise

Практик а

Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решите уравнение $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.