

Ранее была описана модель для определения ранга пожара на основе метода экспертной классификации. Ниже предложены альтернативные модели для решения данной задачи, основанные на использовании математического аппарата теории нечетких множеств для формализации параметров, влияющих на определение ранга.

2.2.1. Математические основы построения экспертной модели при расплывчатости границ между смежными рангами пожара

Приведем краткий обзор основных положений теории нечетких множеств, изложенных в трудах [31, 133, 134] основоположника данной теории Л. Заде, а также в работах других авторов [14, 47, 122]. Данные понятия, положения и определения будут в дальнейшем использоваться нами при построении моделей определения ранга пожара.

Расплывчатость (нечёткость) имеет место при отнесении объекта (предмета, параметра, переменной и т.д.) к некоторому классу в том случае, когда последний характеризуется качественной оценкой альтернатив [31, 47, 122, 134]. Например, при решении задачи определения ранга пожара таким объектом является площадь пожара, которая выражается в следующих оценках: "малая", "средняя", "большая".

Согласно [63, 122], нечеткое множество – это математическая модель класса с нечеткими, или, иначе говоря, размытыми границами. В этом понятии учитывается возможность постепенного перехода от принадлежности к непринадлежности элемента множеству. Рассматриваемые элементы характеризуются различной степенью принадлежности μ множеству - между полной принадлежностью "1" и полной непринадлежностью "0", т.е. $\mu \in [0, 1]$.

С математической точки зрения, нечеткое множество A можно представить совокупностью пар вида $[u, \mu_A(u)]$, где $u \in U$. Здесь U – некоторое множество (в обычном смысле) элементов, которое называется универсальным множеством, а $\mu_A(u)$ – это так называемая функция принадлежности, определяющая степень принадлежности элемента $u \in U$ к нечеткому множеству A [31]. Нечеткое множество можно записать следующим образом:

$$A = \bigcup \mu_{A(u)}(u). \quad (2.10)$$

Например, если элементы $u = (a, b, c)$, а $\mu_{A(u)} = (0, 0.5, 1)$, то A можно представить как $A = (0/a, 0.5/b, 1/c)$.

Отметим, что несмотря на сходство, функция принадлежности $\mu_A(u)$ и вероятность $p(x)$, имеющие одну и ту же область значений $[0,1]$, существенно отличны по способу их определения. Поэтому, в отличие от вероятности $p(x)$, функцию $\mu_A(u)$ с учетом её происхождения называют **возможностью** элемента [74].

Целью введения нечеткого множества чаще всего является формализация нечетких понятий и отношений естественного языка. Данную формализацию можно выполнить, воспользовавшись нечеткой и лингвистической переменными.

Нечеткой переменной называют кортеж вида $\langle X, U, X_u \rangle$, где

X - наименование нечеткой переменной;

$U = \{u\}$ - область ее определения (обычное множество);

$X_u = M_X(u) / u$ – нечеткое множество на U , описывающее ограничения на возможные числовые значения нечеткой переменной X .

Лингвистической переменной называется кортеж вида (β, T, U, G, S) , где

- β - наименование лингвистической переменной;
- T - множество ее значений (термов), представляющих собой наименование нечетких переменных, областью определения каждой из которых является множество U ;
- G - синтаксическая процедура, описывающая процесс образования из множества T новых, осмысленных для данной задачи значений лингвистической переменной;
- S - семантическая процедура, позволяющая приписать каждому новому значению, образованному процедурой G , некоторую семантику, путем формирования соответствующего нечеткого множества, т.е. отобразить новое значение в нечеткую переменную [14].

Для лингвистической переменной ($\beta; T; U; G; S$),

представленной на

рис. 2.2. множество $T = \{T_1, T_2, T_3\}$ является базовым терм-множеством лингвистической переменной, а пары обычного множества

$U = \{[u_0, u_1]; [u_2, u_3]; [u_4, u_5]\}$ образуют границы нечеткой переменной. Приведем для иллюстрации следующий пример из области деятельности пожарной охраны.

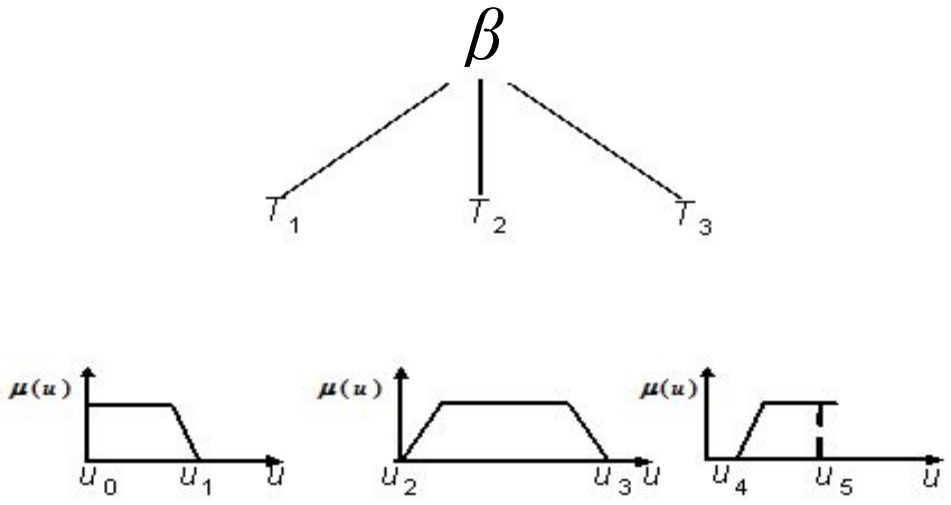


Рис. 2.2. Взаимосвязь лингвистической и нечеткой переменных

Пусть β – скорость распространения пламени в помещении. Тогда кортеж $(T; G; S)$ "скорость распространения пламени" в терминах лингвистической переменной записывается как ("малая", "средняя", "большая"; $G; M$) где:
 G - процедура перебора элементов базового терм-множества;
 S - процедура экспертного опроса.

В зависимости от характера множества U , лингвистические переменные делятся на числовые и нечисловые.

Числовой называется лингвистическая переменная, у которой $U \subset R$, где $R = (-\infty, \infty)$. Нечеткие переменные, соответствующие значениям числовой лингвистической переменной, называются нечеткими числами [14].

Таким образом, скорость распространения пламени - это числовая лингвистическая переменная, при этом нечеткие переменные из ее терм-множеств являются нечеткими числами $(u / \mu_{A(u)})$.

В качестве примера нечисловой лингвистической переменной можно привести понятие "сложность" со значениями: "низкая", "средняя", "умеренная", "высокая".
Рассмотрим характеристики простых отношений между нечеткими переменными.

Отметим, что структура лингвистической переменной представляет сложный термин, то есть является сочетанием некоторых элементарных терминов. Согласно [14, 47, 122, 134], эти элементарные термины можно разбить на четыре основные категории:

- первичные термины, которые являются символами специальных нечетких подмножеств, например *низкая*, *высокая* плотность задымления здания и т.д.;
- отрицание *НЕ* и союзы *И*, *ИЛИ*;
- неопределенности типа *очень*, *слабо*, *более или менее* и т.д.;
- маркеры, чаще всего это вводные слова (*весьма*).

Отрицание *НЕ*, союзы *И*, *ИЛИ*, неопределенности типа *очень*, *весьма*, *больше*, *меньше* и другие термины, которые входят в определение значений лингвистических переменных, могут рассматриваться как символы различных операций, определенных на нечетких подмножествах U .

Рассмотрим наиболее существенные из этих операций, такие как: объединение, пересечение, дополнение, алгебраическая сумма, разность, декартово произведение [4, 14, 30, 31, 47, 63, 122, 133, 134].

Пусть A и B - нечеткие множества. Объединением нечетких множеств A и B в U называется нечеткое множество $A \cup B$ с функцией принадлежности вида:

$$\mu_{A \cup B}(u) = \max [\mu_A(u), \mu_B(u)], \quad u \in U \quad (2.11)$$

$$\mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) + \mu_B(u) - \mu_A(u) \cdot \mu_B(u), \quad u \in U \quad (2.12)$$

Объединение соответствует союзу *ИЛИ*. Таким образом, если X и Y символы нечетких множеств, то:

$$(X \text{ или } Y) = X \cup Y. \quad (2.13)$$

Пересечением нечетких множеств A и B в U называется нечеткое множество $A \cap B$ с функцией принадлежности вида:

$$\mu_{A \cap B}(u) = \min [\mu_A(u), \mu_B(u)], u \in U \quad (2.14)$$

$$\mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) \cdot \mu_B(u), u \in U \quad (2.15)$$

Пересечение соответствует союзу \cap :

$$(X \cap Y) = X \cap Y. \quad (2.16)$$

Алгебраическая сумма нечетких множеств A и B определяется операцией сложения с функцией принадлежности вида:

$$M_{A+B} = \mu_A(u) + \mu_B(u), \text{ и } U. \quad (2.17)$$

Разность нечетких множеств A и B определяется введением двух независимых операций:

$$M_{A-B} = \mu_A(u) - \mu_B(u), \text{ если } \mu_A(u) \geq \mu_B(u), \text{ и } U, \quad (2.18)$$

$$M_{A-B} = 0, \text{ если } \mu_A(u) < \mu_B(u), \text{ и } U. \quad (2.19)$$

Декартово произведение $A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n$ нечетких множеств A , в U_i ,

определяется как нечеткое множество A в декартовом произведении $U = U_1 \cdot U_2 \cdot \dots \cdot U_n$, с функцией принадлежности вида:

$$\mu_A(u) = \min [\mu_{A_1}(u), \dots, \mu_{A_n}(u)], u = (u_1, \dots, u_n) \in U. \quad (2.20)$$

В дальнейшем из представленных выше операций над нечеткими множествами при решении задачи определения ранга пожара нами будет использована алгебраическая сумма функций принадлежности.