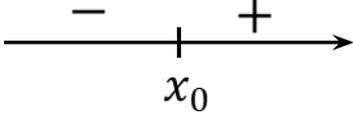
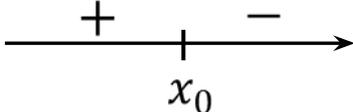
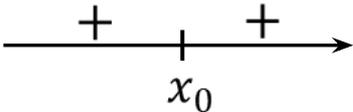
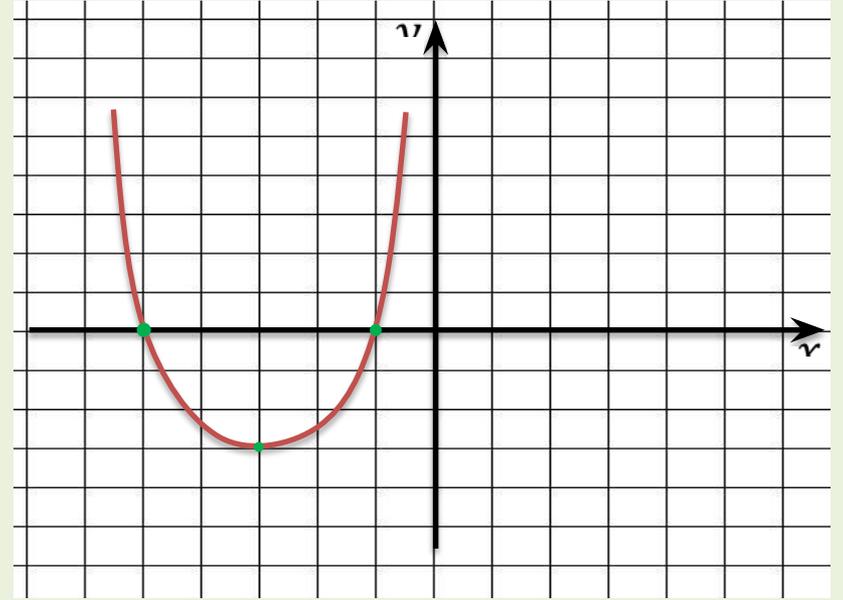
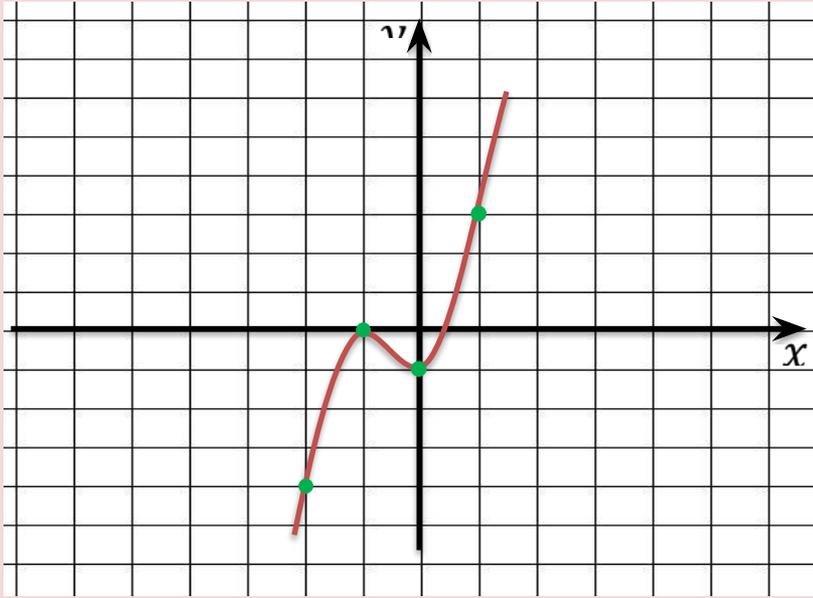


# Построение графиков функций

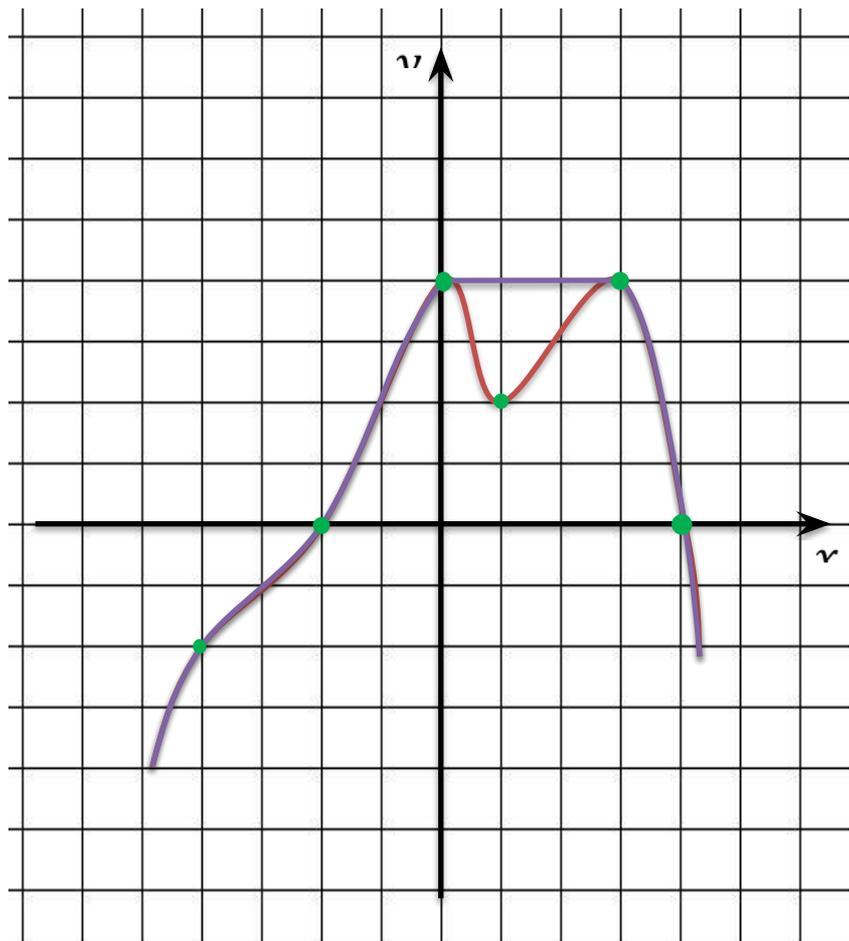
# Упражнение:

Составьте верные высказывания:

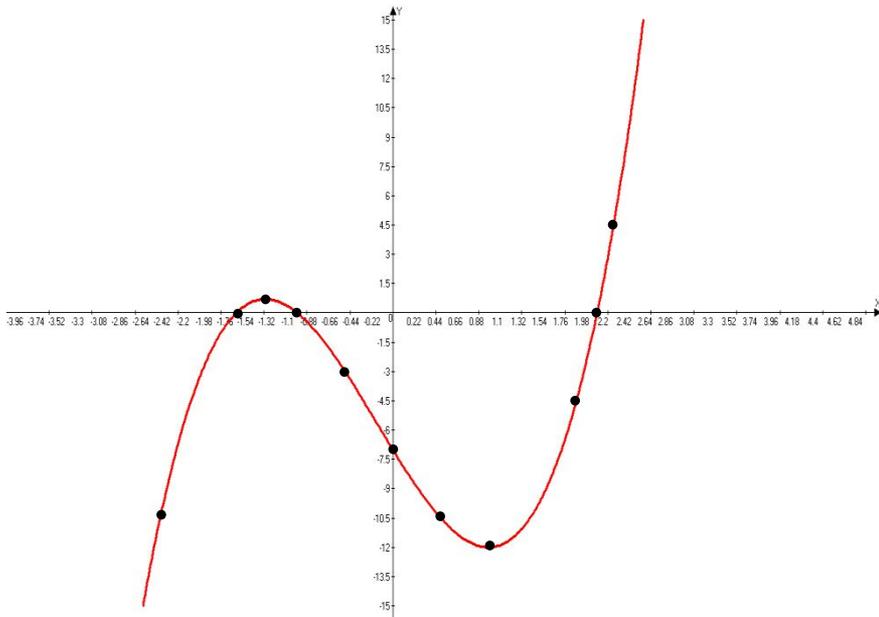



$$x = -\frac{b}{2a}$$




- стационарные и критические точки;
- точки экстремума;
- точки пересечения графика функции с осями координат;
- точки разрыва функции.

1. Если функция  $y = f(x)$  непрерывна на всей числовой прямой, то достаточно найти стационарные и критические точки, точки экстремума, промежутки монотонности, точки пересечения графика с осями координат и при необходимости выбрать еще несколько контрольных точек.
2. Если функция  $y = f(x)$  определена не на всей числовой прямой, то начинать следует с нахождения области определения (если область не задана) и с указания ее точек разрыва.
3. Полезно исследовать функцию на четность, поскольку график четной или нечетной функции обладает симметрией (соответственно относительно оси  $OY$  или относительно начала координат), и, следовательно, можно сначала построить только ветвь графика при  $x \geq 0$ , а затем дорисовать симметричную ветвь.
4. Если  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$ , то прямая  $y = b$  является горизонтальной асимптотой графика функции  $y = f(x)$ .
5. Если  $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ , при  $x = a, q(x) = 0, p(x) \neq 0$ , то  $x = a$  – вертикальная асимптота графика функции  $y = f(x)$ .

Построить график функции

$$y = 2x^3 + x^2 - 8x - 7.$$

Решение:

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 8x - 7$$

1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ .

2.  $f'(x) = 6x^2 + 2x - 8 = 0$  — не решено

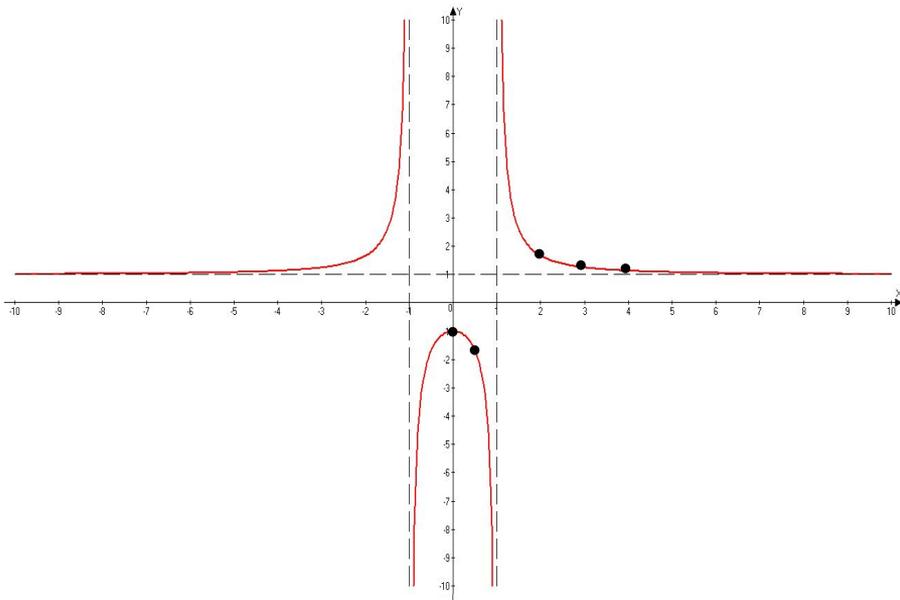
3. Вертикальной асимптоты нет  
 Горизонтальной асимптоты — нет  
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$   
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

4.  $f(x) = 2x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow 8x = -1 \frac{1}{3}, x = 1$

	↘	$\frac{19}{27}$ min	↗	-12 max	↘

5.  $x = 0 \Rightarrow y = -7;$

$y = 0 \Rightarrow -1,64; x = -1; x = 2,14$

Построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

Решение:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

1.  $D(f) = (-\infty; -1) \cup (1; 1) \cup (1; +\infty)$

2. Функция четная  $\frac{(-x)^2 + 1}{(-x)^2 - 1} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = f(x)$

3.  $x = \pm 1$  - вертикальные асимптоты

$y = 1$  - горизонтальная асимптота

4.  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$\frac{2x(x^2 - 1) - 2x(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}$	$\frac{-4x^3}{(x^2 - 1)^2}$					
	Не сущ.		0			
$\nearrow$	Не сущ.	$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$

# Схема исследования функции для построения графика:

1. Находим  $D(f)$ .
2. Проверяем функцию на четность или нечетность.
3. Находим асимптоты графика функции, если они есть.
4. Находим промежутки возрастания и убывания функции, точки экстремума функции.
5. Находим точки пересечения графика функции с осями координат.
6. Строим таблицу значений функции для некоторых точек.
7. Отмечаем на координатной плоскости найденные точки, соединяем их и получаем график исходной функции.