

РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

- Работа и мощность
- Кинетическая и потенциальная энергия
- Закон сохранения энергии в механике

Работа постоянной силы

Элементарная работа – физическая величина, равная скалярному произведению вектора силы на вектор бесконечно малого перемещения под действием данной силы

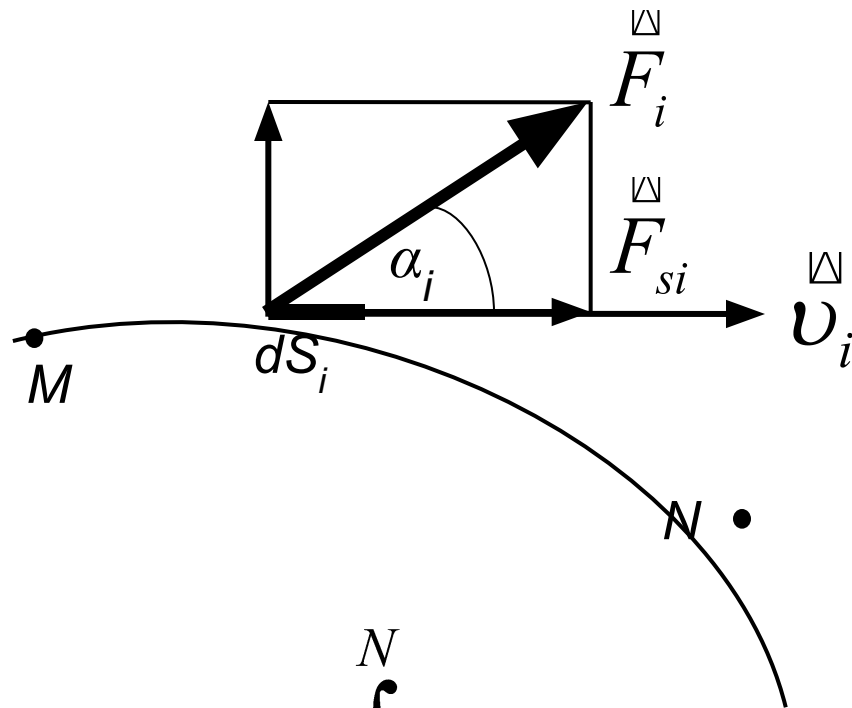
$$\delta A = (\vec{F} d\vec{r}) \quad \longrightarrow \quad \delta A = F dr \cos \alpha$$

α – угол между векторами \vec{F} и $d\vec{r}$

Механическая работа равна нулю, если:

- сила, действующая на тело, равна нулю
- перемещение равно нулю
- сила, действует на тело перпендикулярно перемещению

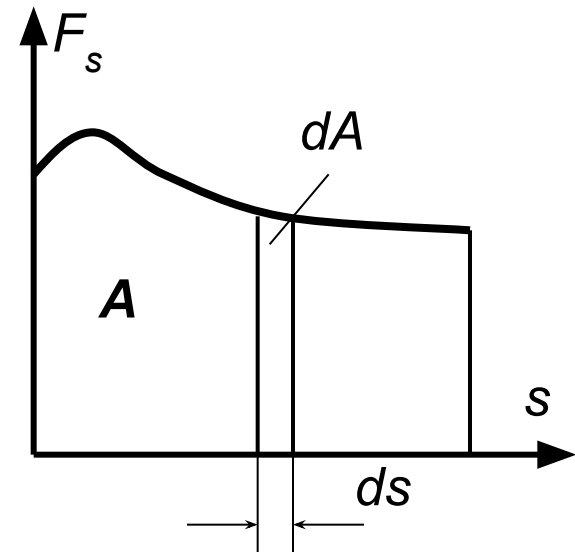
Работа переменной силы



$$A = \int_M^N F_s dS$$

элементарная работа -

$$dA_i = F_{si} ds_i$$



Силы консервативные и диссипативные

Силы с точки зрения
совершаемой
работы

Потенциальные
(консервативные)

Непотенциальные
(диссипативные)

Консервативные силы

- Силы, работа которых не зависит от формы траектории или работа которых по замкнутой траектории равна нулю называются **консервативными**

$$\oint_L \delta A = 0$$

- Поле, работа сил которого не зависит от формы траектории движения тела в данном поле, называется **потенциальным**
- Иначе силы называются **диссипативными**

Мощность

Мощность N – физическая величина, численно равная работе, совершаемой за единицу времени

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$[N] = \text{Ватт (Вт)}$$

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}$$

- МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ

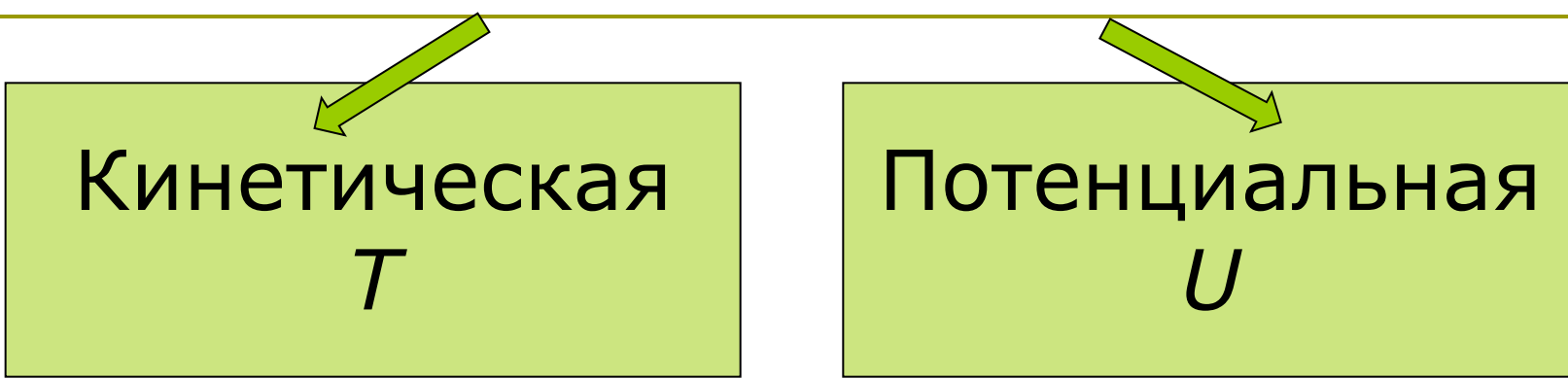
Механическая энергия

- **Энергия** – это физическая величина, показывающая способность тела совершать механическую работу

$$\delta A_{1 \rightarrow 2} = E_2 - E_1 = dE$$

- Энергия выступает как единая мера движения материи и является характеристикой состояния данной системы, т.е. является **функцией состояния системы**

Механическая энергия



Кинетическая
 T

Потенциальная
 U

Полная механическая энергия – сумма кинетической и потенциальной энергии тела или системы тел

$$E = T + U$$

Кинетическая энергия

Работа силы F на пути, который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до v , идет на увеличение кинетической энергии тела

$$dA = dT$$

$$F = m \frac{dv}{dt} \text{ — второй закон}$$

Ньютона

$$m \frac{dv}{dt} ds = F ds = dA$$

$$dA = m v dv = dT$$

$$T = \int_0^v m v dv = \frac{m v^2}{2}$$

Кинетическая энергия

— физическая величина, численно равная работе при переходе тела из состояния со скоростью, равной нулю, в состояние со скоростью u

Потенциальная энергия

Потенциальная энергия U – часть общей механической энергии системы, определяемая взаимным расположением тел и характером сил взаимодействия между ними

$$dA = -dU$$

Потенциальная энергия деформации

$$U = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$$

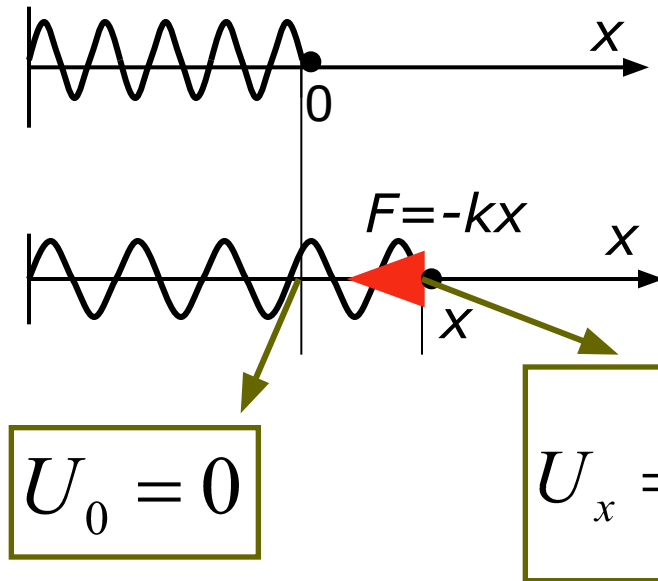
Потенциальная гравитационная энергия

$$U = -G \frac{mM}{R}$$

Потенциальная энергия в однородном поле тяжести

$$U = mgh$$

Потенциальная энергия упруго деформированной пружины (тела)

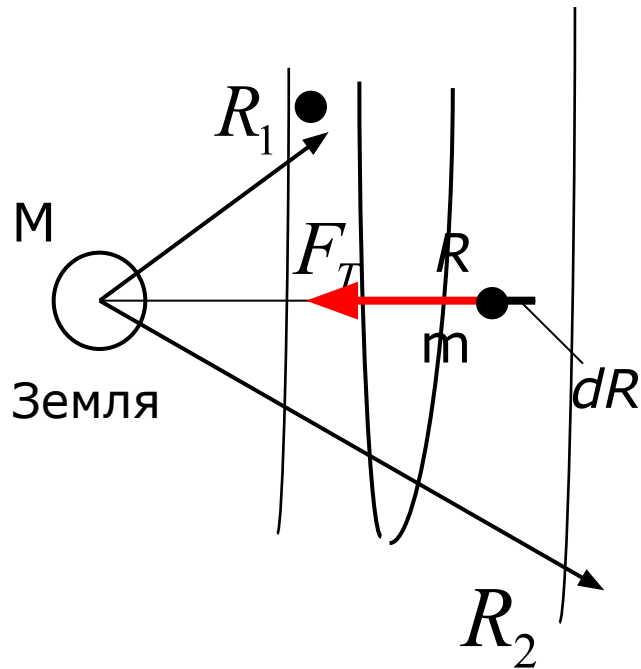


Работа упругой силы

$$A_{\text{упр}} = \int_x^0 (-kx) dx = -\frac{kx^2}{2} \Big|_x^0 = \frac{kx^2}{2}$$

Система совершает работу за счет убыли потенциальной энергии

Потенциальная энергия тела в поле тяготения



Сила тяготения

$$F_T = G \frac{mM}{R^2}$$

Работа силы тяготения

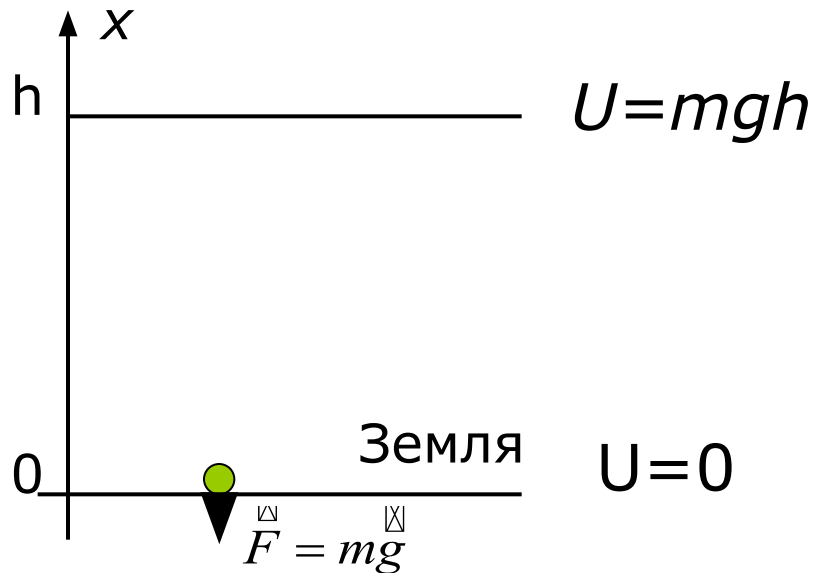
$$dA_T = -G \frac{mM}{R^2} dR$$

$$A_T = \int_{R_1}^{R_2} \left(-G \frac{mM}{R^2} \right) dR = GmM \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

$$A_T (\infty \rightarrow R) = U = -G \frac{mM}{R}$$

потенциальная энергия тела, находящегося на расстоянии R от Земли

Потенциальная энергия тела в однородном поле тяжести

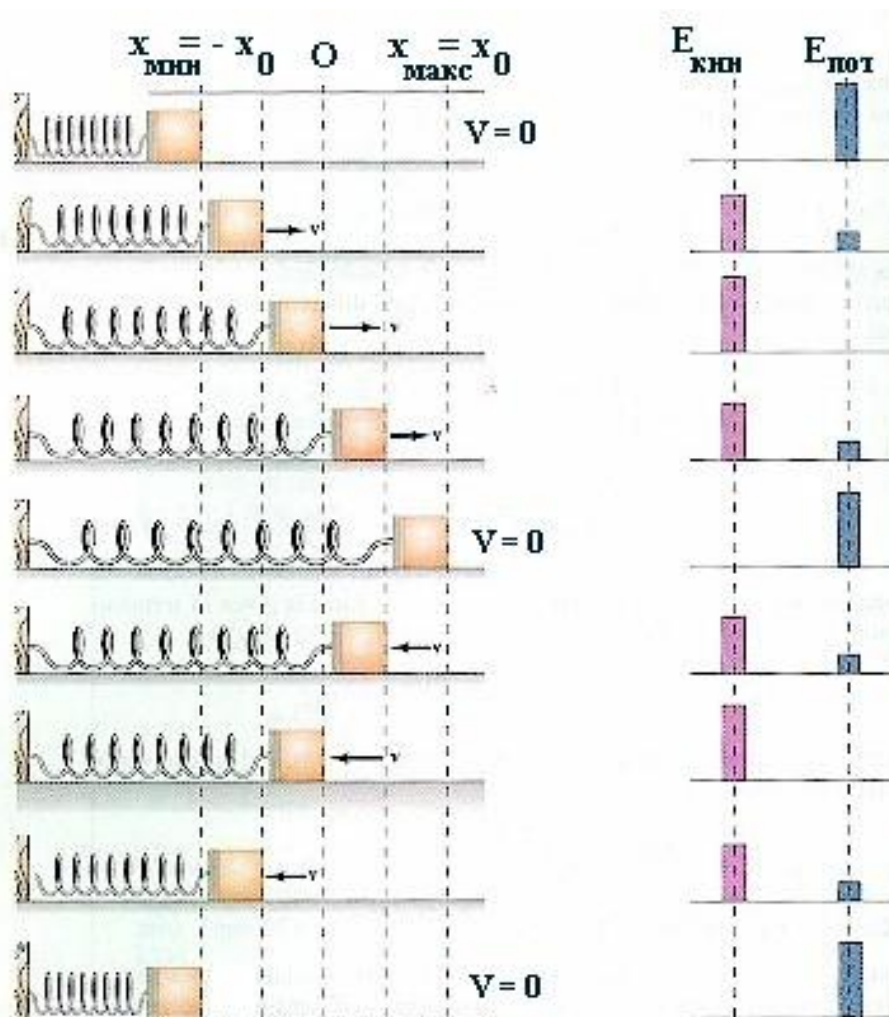


Работа внешней силы:

$$A_{\text{вн}} = \int_0^h mg dx = mgh$$

Потенциальная энергия системы тело – Земля увеличивается за счет работы внешней силы

Взаимное превращение кинетической и потенциальной энергии



Вывод закона сохранения энергии

в механике

$$m_1 \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} = \mathbf{F}'_1 + \mathbf{F}_1 \times d\mathbf{x}_1$$
 Система материальных точек массой m_1, \dots, m_n движется со скоростями $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n$

$$m_n \frac{d\mathbf{v}_n}{dt} = \mathbf{F}'_n + \mathbf{F}_n \times d\mathbf{x}_n$$
 dU - изменение потенциальной энергии

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i \cdot d\mathbf{v}_i - \sum_{i=1}^n \mathbf{F}'_i \cdot d\mathbf{x}_i - \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{x}_i = 0$$
 dT - изменение кинетической энергии
 F'_n - равнодействующая внутренних консервативных сил
 F_n - равнодействующая внешних сил

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i \cdot d\mathbf{v}_i - \sum_{i=1}^n \mathbf{F}'_i \cdot d\mathbf{x}_i - \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{x}_i = 0 \implies dT + dU = 0$$
 или $E = T + U$

(замкнутая система)

Закон изменения полной механической энергии системы тел

Изменение полной механической энергии системы тел равно работе внутренних диссипативных сил и внешних сил, действующих на систему

$$dE = \delta A_{\text{дисс}} + \delta A_{\text{внешн}}$$

Закон сохранения энергии в механике

Полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих только с консервативными силами, остается величиной постоянной

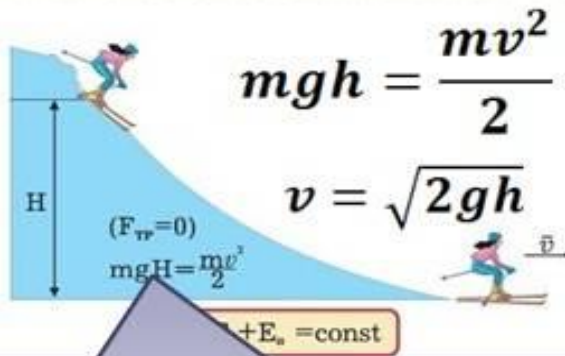
$$dE = 0$$



$$E = \text{const}$$

Закон сохранения энергии в механике

Примеры применения закона сохранения энергии

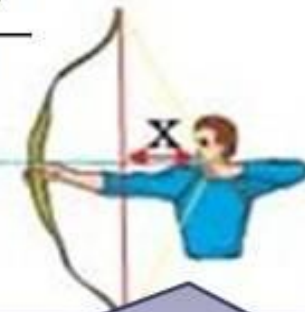


$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}x}$$



Потенциальная энергия тела, поднятого над землей переходит в кинетическую

Потенциальная энергия деформированного тела переходит в кинетическую

Замечания

- Закон сохранения полной механической энергии связан с однородностью времени
- Закон сохранения полной механической энергии – фундаментальный закон природы, справедливый как для макроскопических тел, так и для микроскопических тел
- Физическая сущность закона сохранения полной механической энергии: материя неуничтожима, как и ее движение