

- Мы делили апельсин
- Обыкновенные дроби
- Числитель и знаменатель
- Деление и дроби
- Чему не равен знаменатель
- Как найти часть числа, записанную обыкновенной дробью
- Как найти число, если известна его часть
- Дольные единицы измерения

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

Мы делили апельсин

Помните песенку из мультфильма?

Мы делили апельсин.
Много нас, а он один.

Сколько зверят получили по своей
дольке апельсина?

А что бы они получили, окажись это
яблоко или пицца, у которых долек нет?
Как же быть?

Что получит каждый из пятерых друзей,
если мама поставила на стол одну
большую пиццу на всех?

Каждый получит одну пятую пиццы.

Если есть одна пятая пиццы, то должно
быть и число одна пятая. Не среди
натуральных чисел, конечно. Одна пятая
меньше единицы – самого маленького
натурального числа.

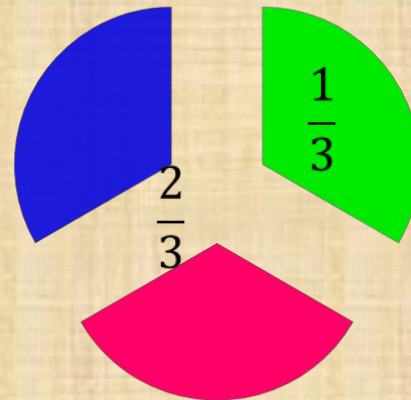


Обыкновенные дроби

Число одна пятая записывают так: $\frac{1}{5}$

Числа вида $\frac{1}{5}$ называют **обыкновенными дробями**.

В русском языке слово «дробь» появилось в VIII веке. Оно происходит от глагола ДРОБИТЬ, то есть разбивать, ломать на части. В первых учебниках математики (в XVII веке) дроби так и назывались «ломаные числа». У многих народов название дроби тоже связано с глаголами ломать, разбивать, дробить. В английском дробь называется fraction (фрэкшн), что также означает доля, часть, обломок, кусок, в немецком – Bruch (брух) – разлом, разрыв, в испанском – fracción – часть, доля, дробление, раздробление.



Числитель и знаменатель дроби

Напишем и прочитаем несколько обыкновенных дробей:

$\frac{1}{3}$ - одна треть

$\frac{2}{15}$ - две пятнадцатых

Оба раза два числа записываются одно под другим без учёта регистра, разделённые чертой, напоминающей тире в русском языке.

Конечно чёрточка между расположенными одно под другим числами – это не тире. Это **дробная черта**, говорящая, что мы имеем дело не просто с числами, а с обыкновенной дробью.

Число под дробной чертой называется знаменателем дроби и обозначает на сколько долей делят единицу (одно яблоко, одну пиццу, единичный отрезок на координатном луче, один сантиметр). **Число над дробной чертой называется числителем дроби и обозначает сколько долей взято.**

$\frac{1}{3}$ означает, что что-то разделили на три части и взяли одну из них.

$\frac{2}{15}$ означает, что что-то разделили на пятнадцать частей и взяли две из них.

Задания

1. Начертите в тетради квадрат со стороной 6 клеток. Разделите его на 3 равные доли. Начертите отдельно треть квадрата.
2. Начертите в тетради координатный луч с единичным отрезком 12 клеток. Обозначьте на координатном луче точки $O(0)$ и $A(1)$. Отметьте на координатном луче дроби $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$.
3. Прочитайте записи: $\frac{1}{7}$ отрезка, $\frac{1}{100}$ кг, $\frac{1}{12}$ суток, $\frac{1}{3}$ дороги, $\frac{1}{4}$ дыни, $\frac{1}{2}$ яблока.
4. Запишите в виде обыкновенной дроби:
семь десятых одиннадцать сотых одиннадцать сорок восьмых
5. В апреле 30 дней, в феврале невисокосного года 28 дней, а в невисокосном году 365 дней. Какую часть года составляет: апрель, февраль?
6. Площадь поля 16 км^2 . Пшеницей засеяли 11 км^2 , а рожью – 5 км^2 . Какая часть поля засеяна пшеницей, а какая – рожью?

Деление и дроби

Деля одну пиццу на троих друзей, мы получили по $\frac{1}{3}$ пиццы на каждого друга.

Если надо разделить на троих два яблока, мы разделим каждое из двух яблок на три части и дадим каждому человеку по два кусочка, равных $\frac{1}{3}$ яблока, то есть по $\frac{2}{3}$ яблока.

Дробь $\frac{2}{3}$ получилась при делении 2 яблок на 3 равные части. Поэтому дробную черту можно понимать как знак деления:

$$\frac{2}{3} = 2 : 3$$

С помощью дробей можно записать результат деления двух любых натуральных чисел.

Если деление двух натуральных чисел выполнено нацело, то частное от деления будет натуральным числом.

$$\frac{6}{2} = 6 : 2 = 3$$

$$\frac{4}{1} = 4 : 1 = 4$$

Если разделить нацело нельзя, то частное от деления будет дробным числом, то есть дробью, в числителе которой записано делимое, а в знаменателе - делитель.

Чему не равен знаменатель

Так как обыкновенная дробь – это результат деления двух чисел, а деление на 0 невозможно, то знаменатель дроби не может быть равен нулю никогда!

$$\frac{\cancel{5}}{\cancel{0}}$$

~~5:0~~

Задания

7. Запишите в виде дроби частные:

2:5

1:10

15:8

7:1

20:4

77:10

8. Запишите дробь в виде частного:

$\frac{5}{9}$

$\frac{18}{13}$

$\frac{11}{6}$

$\frac{139}{100}$

9. Заполните пустые клетки таблицы:

Частное	Дробь	Делимое	Делитель	Числитель	Знаменатель
5:8					
		3	14		
				5	14

10. В январе 1995 года с 1 января по 10 января были зимние каникулы. 15, 22 и 29 января были воскресными днями, а остальные – учебными. Какую часть января составили свободные от учёбы дни? Какую часть оставили учебные дни?
11. За неделю израсходовано 3 кг сахара. Сколько килограммов сахара в среднем расходовали за один день?

Как найти часть известного числа, то есть дробь от числа

Если нам известно какое-либо число, а надо найти его часть, записанную обыкновенной дробью, то надо разделить это число на знаменатель дроби и умножить полученное частное на её числитель.

Дробь $\frac{a}{b}$ от числа c равна $c : b \cdot a$

Например, надо найти $\frac{2}{3}$ пути от города до деревни, если весь путь 24 км.

Сначала находим $\frac{1}{3}$ пути, то есть делим длину пути на 3.

Получаем $24 : 3 = 8$ (км)

Так как $\frac{2}{3}$ - это не только 2:3, но и две части из трёх, на которые разбит весь путь, то есть вдвое больше, чем $\frac{1}{3}$, то длину одной трети пути надо умножить на 2.

$8 \cdot 2 = 16$ (км)

То есть $\frac{2}{3}$ пути, равного 24 км будет равно 16 км.

То же самое можно записать и одним выражением.

$24 : 3 \cdot 2 = 16$ (км)

	число	количество действий
Целое	24	равно
часть		2

умножить

Для наглядности можно нарисовать табличку. Последняя стрелочка приведёт нас к ответу.

$$24 : 3 \cdot 2 = 16$$

Задания

12. Купили кусок ткани длиной 2 м 50 см и из $\frac{1}{5}$ этого куска сшили платье для куклы. Сколько сантиметров ткани ушло на платье? (Для решения задачи переведите 2 м 50 см в сантиметры).
13. От дыни массой 2 кг 400 г Ване отрезали $\frac{1}{5}$ дыни, а Маше – $\frac{1}{6}$ дыни. Чему равна масса каждого отрезанного куска? Сколько граммов дыни осталось?
14. Петя готовил уроки 1 час 40 минут. На математику он потратил $\frac{1}{5}$ этого времени, а на историю – $\frac{1}{4}$ оставшегося времени. Сколько минут Петя готовил уроки по математике и сколько по истории?
15. На базу в Антарктиду доставили 22 собаки. Из $\frac{5}{11}$ собак составили упряжку, на которой полярники отправились в поход. Сколько собак не вошло в упряжку?
16. Дорога от Фабричного до Отдыха составляет $\frac{3}{4}$ дороги от Фабричного до Ильинского. Чему равно расстояние от Фабричного до Отдыха, если от Фабричного до Ильинского 8 км?

Как найти число, если известна его часть

(как найти число по его дроби)

Если нам известно, что часть какого-то неизвестного числа, записанная обыкновенной дробью, равна какому-то другому числу, то неизвестное число будет равно известному числу, составляющему его часть, делённому на числитель дроби, которой записана эта часть, и умноженному на знаменатель этой дроби.

Если $\frac{a}{b}$ от неизвестного числа c равно числу d , то $c = d : a \cdot b$

Например, $\frac{4}{5}$ поля равно 20 га. Какова площадь целого поля?

Так как $\frac{4}{5}$ поля равны 20 га, то $\frac{1}{5}$ поля в 4 раза меньше, чем $\frac{4}{5}$ поля.

То есть $\frac{1}{5}$ от 20 га равна $20 : 4 = 5$ (га)

Площадь всего поля в 5 раз больше, чем площадь $\frac{1}{5}$ поля.

$$5 \cdot 5 = 25 \text{ (га)}$$

То есть площадь всего поля равна 25 га.

То же самое можно записать и одним выражением.

$$20 : 4 \cdot 5 = 25 \text{ (га)}$$

Для наглядности можно нарисовать табличку. Последняя стрелочка приведёт нас к ответу.

$$20 : 4 \cdot 5 = 25$$

	число	количество частей	
Целое		делить	умножить
часть	20		4

Задания

17. Сколько молока в бидоне, если $\frac{1}{5}$ этого молока составляет 13 л?
18. За день бригада вспахала 20 га, что составило $\frac{2}{5}$ площади всего поля. Какова площадь поля?
19. В коллекции Антона имеются клипы нескольких типов: видео, рисунки и музыкальные клипы (сэмплы). 16 новогодних видеоклипов составляют $\frac{8}{45}$ числа всех видеоклипов и $\frac{8}{37}$ числа всех остальных клипов его коллекции. Сколько клипов в коллекции Антона.
20. После того, как туристы прошли $\frac{5}{8}$ пути, им осталось пройти 120 км. Найдите длину туристического маршрута.
21. Решите уравнение (помните, что дробная черта – это деление):
- $$\frac{x}{9} = 13 \qquad \frac{132}{k} = 11 \qquad \frac{n-11}{16} = 7$$
22. Выполните действия:
- $$90\ 720:(207:23 \cdot 840) \qquad 22\ 624:56 \cdot (816:8)$$
- $$14\ 700:21:7 \cdot 49 \qquad 140:10:(49:7):(10:5)$$

измерения.

Единицы длины

Мы знаем, что в одном сантиметре 10 миллиметров ($1\text{ см} = 10\text{ мм}$). На наших линейках каждое сантиметровое деление разбито на 10 делений по 1 миллиметру. Это значит, что один миллиметр – это одна десятая доля от одного сантиметра ($1\text{ мм} = \frac{1}{10}\text{ см}$).

$$1\text{ см} = 10\text{ мм}$$

$$1\text{ мм} = \frac{1}{10}\text{ см}$$

$$1\text{ дм} = 10\text{ см}$$

$$1\text{ см} = \frac{1}{10}\text{ дм}$$

$$1\text{ м} = 10\text{ дм}$$

$$1\text{ дм} = \frac{1}{10}\text{ м}$$

$$1\text{ м} = 100\text{ см}$$

$$1\text{ см} = \frac{1}{100}\text{ м}$$

$$1\text{ км} = 1000\text{ м}$$

$$1\text{ м} = \frac{1}{1000}\text{ км}$$

Единицы площади

$$1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2$$

$$1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2$$

$$1 \text{ см}^2 = 10\,000 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ га} = 100 \text{ а}$$

$$1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ км}^2 = 100 \text{ га}$$

$$1 \text{ км}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ мм}^2 = \frac{1}{100} \text{ см}^2$$

$$1 \text{ см}^2 = \frac{1}{100} \text{ дм}^2$$

$$1 \text{ дм}^2 = \frac{1}{100} \text{ м}^2$$

$$1 \text{ см}^2 = \frac{1}{10\,000} \text{ м}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = \frac{1}{100} \text{ а}$$

$$1 \text{ а} = \frac{1}{100} \text{ га}$$

$$1 \text{ м}^2 = \frac{1}{10\,000} \text{ га}$$

$$1 \text{ га} = \frac{1}{100} \text{ км}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = \frac{1}{1\,000\,000} \text{ км}^2$$

Единицы объёма

$$1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3$$

$$1 \text{ мм}^3 = \frac{1}{1000} \text{ см}^3$$

$$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ см}^3 = \frac{1}{1000} \text{ дм}^3 = \frac{1}{1000} \text{ л}$$

$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ л}$$

$$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3 = \frac{1}{1000} \text{ м}^3$$

$$1 \text{ м}^3 = 1\,000\,000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ см}^3 = \frac{1}{1\,000\,000} \text{ м}^3$$

Единицы массы

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$$

$$1 \text{ г} = \frac{1}{1000} \text{ кг}$$

$$1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$$

$$1 \text{ кг} = \frac{1}{100} \text{ ц}$$

$$1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$$

$$1 \text{ кг} = \frac{1}{1000} \text{ т}$$

$$1 \text{ т} = 10 \text{ ц}$$

$$1 \text{ ц} = \frac{1}{10} \text{ т}$$

Единицы времени

1 минута=60 секунд

1 секунда = $\frac{1}{60}$ минуты

1 час=60 минут

1 минута = $\frac{1}{60}$ часа

1 сутки= 24 часа

1 час = $\frac{1}{24}$ суток

1 неделя=7 суток

1 сутки = $\frac{1}{7}$ недели

1 год=365 суток

1 сутки = $\frac{1}{365}$ года

1 год=12 месяцев

1 месяц = $\frac{1}{12}$ года

Задания

23. Как называется:

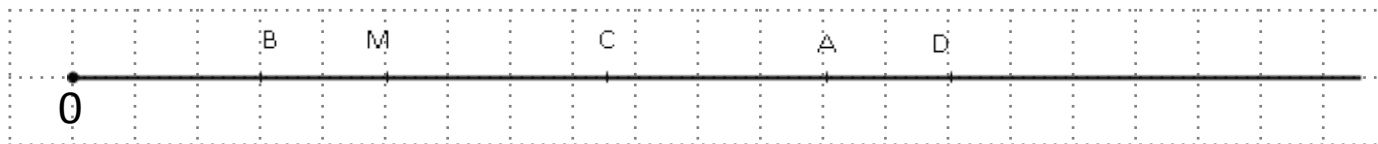
- одна сотая доля метра;
- одна двадцать четвёртая доля суток;
- одна шестидесятая доля часа;
- одна миллионная доля кубического метра?

24. Сколько минут в:

трети часа четверти часа половине часа

десятой доле часа двенадцатой доле часа шестой доле часа

25. Укажите координаты точек А, В, С и D, если М(10). Сравните координаты точек В и С; С и D.



Из истории математики: как появились обыкновенные дроби

Дроби встречаются в египетских папирусах и вавилонских табличках. Но выглядят они совсем не так, как мы привыкли их видеть. У египтян, например, были специальные иероглифы, обозначающие дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$ и общий способ записи дробей с числителем 1, а все остальные дроби записывались в виде суммы дробей с числителем 1 и разными знаменателями, что вы научитесь делать только в шестом классе. Способ записи дроби в Древнем Вавилоне я смогу вам объяснить только после того, как мы пройдём почти все темы за пятый класс, так как там была не десятичная система счисления, которой мы пользуемся, а другая. Современное обозначение дробей при помощи числителя, записанного сверху и знаменателя, записанного снизу, но без дробной черты, берёт начало в Древней Индии. Потом такую запись дробей, как и позиционную запись чисел, у древних индийцев переняли арабы, а в XII-XIV веках такую запись обыкновенных дробей переняли у арабов европейцы. Историки называют первым европейским учёным, который стал использовать и распространять современную запись дробей, итальянского учёного, путешественника и купца Фибоначчи или Леонардо Пизанского, который в 1212 году и ввёл слово «дробь». Слова «числитель» и



Фибоначчи

Проверочные задания

Проверочные задания ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

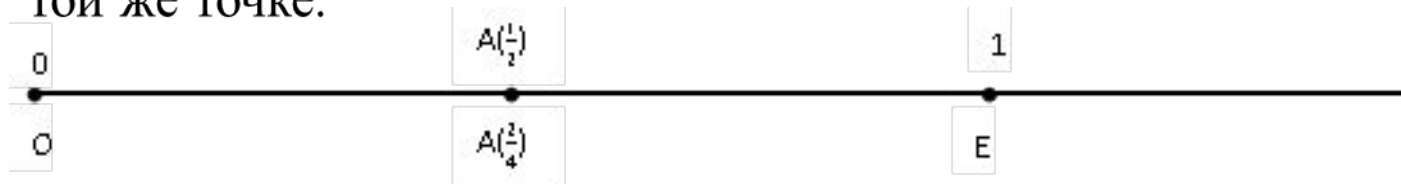
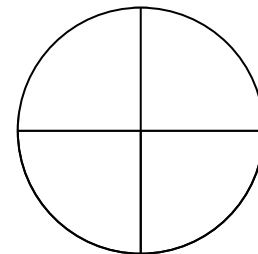
1. Разделите тремя способами квадрат со стороной 4 см на 4 доли. Начертите отдельно четверть квадрата, половину квадрата.
2. Как называется:
 - а. одна тысячная доля тонны;
 - б. одна миллионная доля квадратного метра?
3. Начертите отрезок длиной 8 см. Отметьте цветным карандашом $\frac{3}{8}$ отрезка. Сколько сантиметров составляют: $\frac{1}{8}$ от отрезка в 8 см; $\frac{3}{8}$ от отрезка в 8 см?
4. Дорога от Фабричного до Ильинского равна 8 км. Лена прошла по этой дороге 3 км. Какую часть дороги она прошла?
5. Начертите квадрат со стороной 6 клеток. Разделите его на 3 доли и закрасьте $\frac{2}{3}$ квадрата. Какая часть квадрата осталась незакрашенной?
6. Запишите в виде обыкновенной дроби:
три шестых одна треть половина три четверти
7. В январе 31 день, а в году 365 дней. Какую часть года составляет январь?
8. Длина дороги 20 км. Заасфальтировали $\frac{2}{5}$ дороги. Сколько километров дороги заасфальтировали? Сколько осталось заасфальтировать?
9. Дорога от Фабричного до Кратова равна 5 км, что составляет $\frac{5}{8}$ дороги от Фабричного до Ильинского. Найдите расстояние от фабричного до Ильинского.
10. Сколько сантиметров в:
четверти метра десятой доле дециметра десятой доле метра двадцать пятой доле метра
11. Запишите в виде дроби частное:
4:7 8:11 1:6 9:1
12. Запишите каждую из дробей $\frac{299}{23}$ и $\frac{527}{31}$ в виде частного и найдите его значение.
13. Верёвку длиной в 7 м разрезали на 12 равных кусков. Найдите длину каждого куска.
14. Найдите значение выражения:
87 619+57 994:271–15 975:75 532·109–48 016+13 631:43

СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ

Разделим круг на 4 равные части. Две такие части вместе составляют половину круга. Значит, $\frac{2}{4}$ круга равны $\frac{1}{2}$ круга.

Поэтому говорят, что дроби $\frac{2}{4}$ и $\frac{1}{2}$ **равны**. Пишут $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

На координатном луче равные дроби соответствуют одной и той же точке.

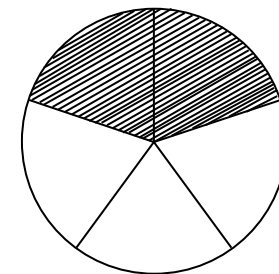


Две равные дроби обозначают одно и то же **дробное число**.

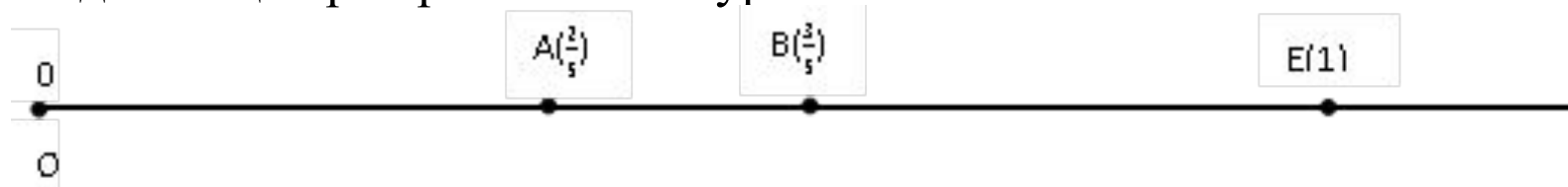
Дробные числа можно сравнивать, складывать, вычитать, умножать и делить. Для краткости обычно говорят о сравнении, сложении, вычитании, умножении и делении дробей.

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями меньше та, у которой меньше числитель, и больше та, у которой больше числитель.

Точка, имеющая меньшую координату, лежит на координатном луче слева от точки, имеющей большую координату. Это мы видели ещё при сравнении натуральных чисел.



$$\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$$

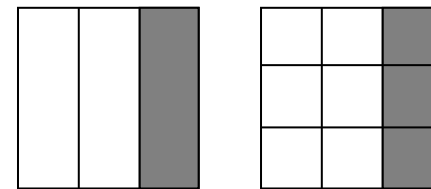


Задания

1. Объясните с помощью рисунка, почему $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$.
2. Начертите в тетради отрезок длиной в 18 клеток. С помощью отрезка объясните, почему $\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$.
3. Единичный отрезок равен 12 клеткам. Отметьте на координатном луче точки $A(\frac{5}{6})$ и $B(\frac{10}{12})$. Объясните результат.
4. Отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$.
5. Единичный отрезок равен 6 клеток тетради. Отметьте на координатном луче точки с координатами $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$. Какая из точек левее всех расположена на луче? Какая правее всех?
6. Расставьте в порядке возрастания дроби: $\frac{7}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{4}{12}$.
7. Какая из точек лежит левее на координатном луче $A(\frac{3}{7})$ или $B(\frac{5}{7})$?
8. Замените звёздочку знаком $<$ или $>$ в записях:

$$\frac{3}{10} * \frac{7}{10}$$

$$\frac{5}{8} * \frac{1}{8}$$



Задания

9. Какая из дробей больше:

$$\frac{4}{5} \text{ или } \frac{2}{5} \quad \frac{23}{1000} \text{ или } \frac{21}{1000}$$

10. Прочитайте дроби, назовите в них числитель и знаменатель: $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{10}{11}$,

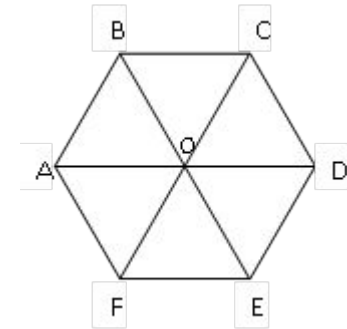
$$\frac{12}{13}, \frac{20}{57}, \frac{1}{61}, \frac{11}{90}, \frac{17}{100}, \frac{111}{120}, \frac{100}{277}$$

11. На координатном луче отметьте точки: $A(\frac{2}{8})$, $B(\frac{1}{7})$, $C(\frac{1}{4})$, $D(\frac{2}{14})$, $E(\frac{5}{20})$, $F(\frac{10}{70})$. Есть ли среди них совпадающие?

12. Какую часть на рисунке составляет:

треугольник АВО от четырёхугольника АВСО;

треугольник АВО от четырёхугольника АВСD?



13. Вычислите устно:

$$27+33 \quad 15 \cdot 10 \quad 17+28 \quad 10 \cdot 18 \quad 40 \cdot 4$$

$$\cdot 5 \quad +50 \quad \cdot 2 \quad +70 \quad +520$$

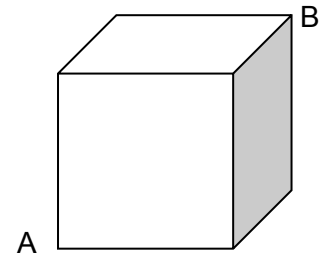
$$+180 \quad :40 \quad -15 \quad :5 \quad -200$$

$$:80 \quad \cdot 70 \quad :25 \quad \cdot 8 \quad :60$$

$$\cdot 15 \quad :50 \quad \cdot 90 \quad :25 \quad \cdot 125$$

Задания

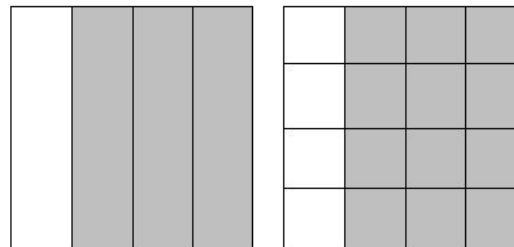
14. Выполните деление с остатком:
5 на 2 100 на 11
15. Какую долю составляют:
сутки от года? 1 см³ от литра?
16. Объём кувшина 5 л. В него налили a литров воды. Какая часть объёма кувшина занята водой? Дайте ответ при $a=1$ л, 2 л, 3 л, 4 л.
17. Продолжительность урока 45 минут. На решение задачи ушло 7 минут. Какая часть урока ушла на решение задачи?
18. Андрей гулял 2 часа. В хоккей он играл $\frac{4}{5}$ этого времени. Сколько времени Андрей играл в хоккей?
19. В аквариум налили 6 л воды, заполнив $\frac{6}{7}$ его объёма. Сколько литров воды вмещает аквариум?
20. Можно ли из прямоугольного листа фанеры длиной 6 дм и шириной 4 дм вырезать круг радиусом 3 дм? 2 дм?
21. Попробуйте найти самый короткий путь по поверхности куба от точки А к точке В. Сколько таких путей можно указать?
22. Выполните действия:
229 372:286·506 195 840:(32·18)



Проверочные задания

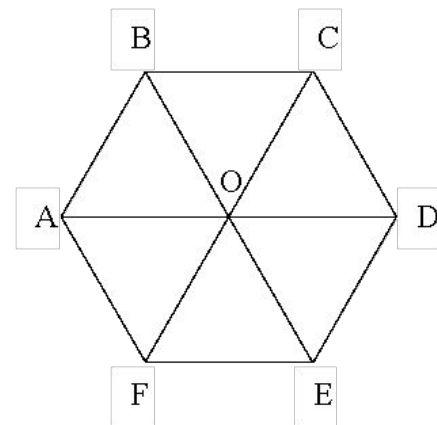
СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ

1. Объясните с помощью рисунка, почему $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.
2. Начертите в тетради отрезок длиной в 18 клеток. С помощью отрезка объясните, почему $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$.
3. Отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$.
4. Замените звёздочку знаком < или > в записях:
 $\frac{9}{16} * \frac{13}{16}$ $\frac{5}{7} * \frac{3}{7}$



5. Расставьте в порядке убывания дроби: $\frac{7}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{4}{12}$.
6. Какая из дробей больше:
 $\frac{3}{19}$ или $\frac{13}{19}$ $\frac{87}{100}$ или $\frac{78}{100}$

7. Какая из точек лежит левее на координатном луче A($\frac{11}{13}$) или B($\frac{9}{13}$)?
8. Какую часть на рисунке составляет:
 четырёхугольник ABCO от четырёхугольника ABCD;
 четырёхугольник ABCO от шестиугольника ABCDEF?



9. Выполните деление с остатком:
 100 на 30 29 на 9
10. Какую долю составляют:
 сутки от недели? дециметр от метра?
11. Какую часть периметра квадрата составляет длина одной стороны? Длина трёх сторон?
12. От доски длиной 9 м отпилили 4 м. Какую часть доски отпилили?
13. Около дома стояло 7 машин. Из них две были серыми, а остальные – синими. Какую часть всех машин составляли синие машины?
14. Дом занимает $\frac{1}{15}$ всего садового участка. Найдите площадь участка, если площадь земли под домом 40 м^2 .
15. Можно ли из прямоугольного листа фанеры длиной 6 дм и шириной 4 дм вырезать круг радиусом 1 дм?

16. Выполните действия:

Неправильные дроби и смешанные числа.



1. Правильные и неправильные дроби
2. Смешанные числа
3. Перевод неправильных дробей в смешанные числа
4. Перевод смешанных чисел в неправильные дроби

Правильные и неправильные дроби

Начиная изучать обыкновенные дроби, мы делили одну пиццу на трёх друзей, каждый из которых получал по $\frac{1}{3}$ пиццы. Если разделить 3 яблока на двоих друзей, каждый из них получит по 3:2, то есть по $\frac{3}{2}$ яблока.

В дроби $\frac{1}{3}$ числитель меньше знаменателя.

Такие дроби, где числитель меньше знаменателя называются **правильными дробями**.

В дроби $\frac{3}{3}$ числитель равен знаменателю, а в дроби $\frac{3}{2}$ числитель больше знаменателя.

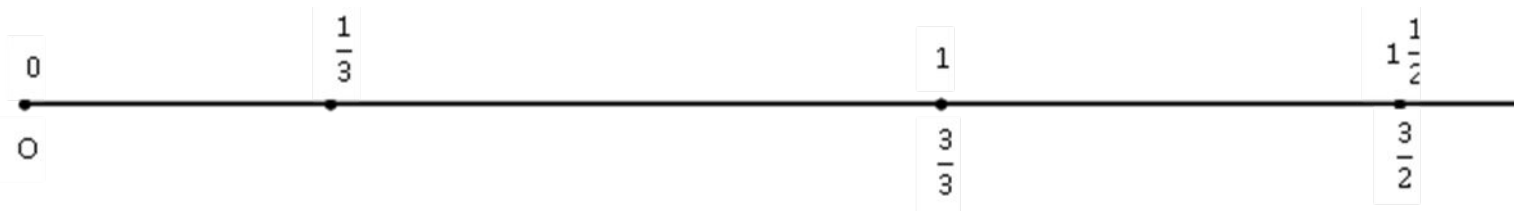
Такие дроби, в которых числитель больше знаменателя или равен ему, называются **неправильными дробями**.

Правильная дробь меньше единицы, а неправильная дробь больше или равна единице.

Задания

1. Длина отрезка АВ равна 8 см. Начертите синим карандашом отрезок, длина которого равна $\frac{3}{4}$ длины отрезка АВ, а красным карандашом отрезок, длина которого равна $\frac{5}{4}$ длины отрезка АВ.
2. Отметьте на координатном луче с единичным отрезком 12 клеток точки с координатами $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}$ и $\frac{8}{4}$.
3. Напишите все неправильные дроби с числителем 5.
4. При каких значениях a дробь $\frac{16}{a}$ будет неправильной.
5. Машина за 6 минут может вырыть канаву длиной в 1 м. Какой длины канаву выроет машина за 1 минуту? За 5 минут? За 11 минут?
6. Одним килограммом краски можно покрасить 5 м^2 поверхности. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить 3 м^2 ? 13 м^2 ?

ДРУГОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕПРАВИЛЬНЫХ ДРОБЕЙ



□ Деля три яблока на двух друзей, мы можем разрезать пополам каждое яблоко и раздать каждому из друзей по три половинки, то есть по $\frac{3}{2}$ яблока, а можно дать каждому по целому яблоку, а оставшееся третье яблоко разделить пополам и дать каждому из друзей ещё по половине яблока, то есть дать каждому из друзей по $1 + \frac{1}{2}$ яблока.

Сумму $1 + \frac{1}{2}$ обычно записывают короче $1\frac{1}{2}$. Запись $1\frac{1}{2}$ читают как одна целая и одна вторая. Число 1 называют целой частью числа $1\frac{1}{2}$, а число $\frac{1}{2}$ – его дробной частью.



Смешанные числа

Сумму натурального числа и правильной дроби записывают сокращённо, без знака «+», и называют **смешанной дробью** или **смешанным числом**. При этом натуральное число называют **целой частью**, а правильную дробь – **дробной частью смешанной дроби** или **смешанного числа**.

Запись числа, содержащую целую и дробную части, называют **смешанной записью**.

Задания

7. Бригада строителей построила ферму за 48 дней. По плану требовалось $\frac{5}{4}$ этого времени. Сколько дней отводилось на постройку фермы по плану?
8. Токарь за 3 часа выточил на токарном станке 135 деталей, выполнив $\frac{3}{5}$ дневной нормы. Сколько деталей он должен был выточить за рабочий день (8 часов) по норме? Сколько деталей он выточит за рабочий день, если будет работать с той же производительностью?
9. Сколько минут в часе? Какую часть часа составляет 1 минута? 7 минут? 15 минут?
10. Сложите $\frac{2}{5}$ числа 40 и $\frac{2}{3}$ числа 60.
11. Выразите в граммах:
3 кг 400 г 2 кг 30 г 15 кг
12. Расположите в порядке возрастания дроби: $\frac{4}{11}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{10}{11}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{7}{11}$.
13. Представьте число в виде суммы его целой и дробной частей:
 $3\frac{4}{5}$ $\frac{11}{14}$
14. Запишите в виде смешанного числа сумму $4 + \frac{3}{17}$

* Пример на яблоках

При делении трёх яблок на двоих друзей каждый из них может получить по $\frac{3}{2}$ яблока или по $1\frac{1}{2}$ яблока. Так как в обоих случаях получается равное количество яблок на каждого из друзей, то числа $\frac{3}{2}$ и $1\frac{1}{2}$ равны. $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Чтобы перейти от записи $\frac{3}{2}$ к записи $1\frac{1}{2}$, надо разделить 3 на 2.

Полученное неполное частное даст целую часть числа, а остаток – числитель дробной части числа. Знаменатель дробной части будет таким же, как знаменатель неправильной дроби, которую мы переписываем в виде целой и дробной частей. Так как остаток всегда меньше делителя, то и числитель дробной части будет меньше её знаменателя, то есть дробная часть полученного числа будет правильной дробью.

Неправильную дробь можно представить в виде смешанного числа, а смешанное число можно представить в виде неправильной дроби.

$$\frac{3}{2} = 3 : 2 = 1 \text{ (остаток 1)}$$

$$\frac{3}{2} = 3 : 2 = 1 + 1 : 2 = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Перевод неправильной дроби в смешанное число

Чтобы из неправильной дроби сделать смешанное число, то есть выделить целую и дробную части, надо:

1. разделить числитель неправильной дроби на её знаменатель;
2. частное или неполное частное от деления числителя неправильной дроби на её знаменатель будет целой частью смешанного числа;
3. остаток от деления числителя неправильной дроби на её знаменатель, если он есть, даёт числитель дробной части, а знаменатель дробной части равен знаменателю неправильной дроби, из которой мы делали смешанное число.

Перевод смешанного числа в неправильную дробь

Чтобы представить смешанное число в виде неправильной дроби, надо:

1. умножить целую часть смешанного числа на знаменатель дробной части;
2. к полученному произведению прибавить числитель дробной части смешанного числа;
3. записать полученную сумму в числитель неправильной дроби, а знаменатель дробной части записать знаменателем неправильной дроби.

$$1\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{3}{2}$$

Задания

15. Выделите целую часть из дробей: $\frac{5}{4}$, $\frac{18}{7}$, $\frac{69}{14}$, $\frac{83}{25}$, $\frac{98}{11}$, $\frac{37}{10}$, $\frac{503}{100}$, $\frac{2073}{1000}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{18}{6}$, $\frac{77}{77}$, $\frac{77}{7}$.

16. Запишите в виде смешанного числа частные:

7:3 15:4 20:7 87:10

247:23 377:18 249:100

17. Примите за единичный отрезок длину 6 клеток тетради и отметьте на координатном луче точки с координатами $3\frac{1}{3}$, $2\frac{5}{6}$, $2\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{2}$.

18. За неделю семья израсходовала 8 кг картофеля. Сколько килограммов картофеля расходовали в среднем в 1 день?

19. Турист прошёл 25 км за 4 часа. Найдите его скорость.

20. Запишите в виде неправильной дроби числа: 2, 4, 5, 27 со знаменателями 7 и 11.

21. Запишите в виде неправильной дроби: $7\frac{1}{8}$, $3\frac{4}{5}$, $1\frac{7}{10}$, $9\frac{14}{15}$, $5\frac{3}{16}$.

Проверочные задания

ПРАВИЛЬНЫЕ И НЕПРАВИЛЬНЫЕ ДРОБИ. СМЕШАННЫЕ ЧИСЛА.

1. Напишите все правильные дроби со знаменателем 6.
2. При каких значениях a дробь $\frac{a}{10}$ будет правильной.
3. Машина за 6 минут может вырыть канаву длиной в 1 м. Какой длины канаву выроет машина за 7 минут?
4. Одним килограммом краски можно покрасить 5 м^2 поверхности. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить 6 м^2 ?
5. Токарь выточил на токарном станке 135 деталей, выполнив $\frac{27}{20}$ дневной нормы. Какова его дневная норма?
6. Во сколько раз центнер больше килограмма? Какую часть центнера составляет килограмм? На сколько центнер больше килограмма?
7. Сколько минут в $\frac{1}{10}$ ч, в $\frac{1}{4}$ ч, в $\frac{1}{3}$ ч, в $\frac{2}{5}$ ч, в $\frac{3}{4}$ ч?
8. Из $\frac{5}{6}$ числа 72 вычтите $\frac{2}{9}$ числа 81.
9. Представьте число в виде суммы его целой и дробной частей:
 $8\frac{7}{10}$ $25\frac{15}{17}$
10. Запишите в виде смешанного числа сумму $18 + \frac{27}{100}$
11. Ученик решил 12 уравнений за 40 минут. Сколько минут он решал в среднем каждое уравнение? Сколько секунд он потратил на каждое уравнение?
12. Запишите в виде неправильной дроби числа: 7, 9 и 10 со знаменателем 4 и числа 2, 3 и 8 со знаменателем 5.
13. Запишите в виде неправильной дроби числа: $3\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{7}$, $2\frac{9}{10}$.
14. Найдите значение выражения $883 \cdot 336 : 218 + 2967 \cdot 305$.