

«Медицинский Университет Астана» АО
Кафедра общественного здравоохранения №1

Презентация

Подготовили: Айдарбекова
Н.

Қанымбай Ж.
Қайранбай А.

Группа: 221 Ом
Проверила: Атабиева Л.М.

Астана 2018 год

Вариационные ряды

- Значение случайной величины, соответствующее отдельной группе сгруппированного ряда наблюдаемых данных, называется **вариантом**, а изменения этого значения- **варьированием**.
- Результаты наблюдений в общем случае- ряд чисел, расположены в беспорядке , поэтому их необходимо упорядочить.
- Вариационным рядом называется ранжирование в порядке возрастания вариант с соответствующими им частотами (ранжир- в переводе с фр.—«ставить в ряд по росту»)

Вариационные ряды

- Операция, заключающаяся в том, что результаты наблюдений над случайной величиной располагают в порядке неубывания, называется ранжированием опытных данных.
- Для каждой группы сгруппированного ряда данных можно подсчитать их численность, т.е. определить число, которое показывает, сколько раз встречается соответствующий вариант в ряде наблюдений.
- Численность отдельной группы сгруппированного ряда наблюдаемых данных называется **частотой** или **весом соответствующего варианта** и обозначается M_i , где i -индекс варианта.

Вариационные ряды

Пример: Пусть мы интересуемся размерами проданной в магазине мужской обуви за некоторый отрезок времени.

Математическая статистика

Глава 1. Анализ вариационных рядов.

§2. Вариационные ряды.

Интересующий нас признак принимает различные и притом только целые значения, причем он постоянно меняется, как говорят, варьирует.

Упорядочим записанный ряд:

¹ 36	² 37	³⁻⁷ <u>38...38</u> 5	⁸⁻¹⁵ <u>39...39</u> 8	¹⁶⁻³² <u>40...40</u> 17	³³⁻⁵³ <u>41...41</u> 21	⁵⁴⁻⁷¹ <u>42...42</u> 18	⁷²⁻⁷⁹ <u>43...43</u> 8
--------------------	--------------------	---------------------------------------	--	--	--	--	---

Данные о количествах и размерах проданной мужской обуви будут более наглядными, если их представить в виде таблицы.

Вариационные ряды

Размер обуви (варианты) x_i	a)		b)		Таблица 1
	Число проданных пар (частота) m_i		Доля покупок (частотность) \hat{p}_i		
	частота m_i	накопленная частота S_i	частотность \hat{p}_i	накопленная частотность	
36	1	1	0,013	0,013	
37	1	2	0,013	0,026	
38	5	7	0,063	0,089	
39	8	15	0,101	0,190	
40	17	32	0,215	0,405	
41	21	53	0,266	0,671	
42	18	71	0,228	0,899	
43	8	79	0,101	1,0	
<i>Всего</i>	$n = 79$	-	1,0	-	

Методика построения вариационного ряда

1 этап: определение количества групп в вариационном ряду.

Количество групп в вариационном ряду зависит от числа наблюдений (табл. 2):

Таблица 2 Число групп в зависимости от числа наблюдений



2 этап: определение величины **интервала между группами.**

$$i = A / r,$$

Для расчета интервала ряда амплитуду вариационного ряда делят на число групп. Полученный интервал рекомендуется округлить до целого числа.

3 этап: определение начала, середины и конца группы.

Вначале находят середину для первой группы, для чего значение V_{\max} округляют до числа, кратного величине интервала.

Методика построения вариационного ряда

- **Например,** $V_{\max} = 64$, а величина интервала = 5, тогда середина первой группы будет равной 65. Далее определяют середину для каждой последующей группы. Середина каждой последующей группы, отличается от предыдущей на величину интервала. После составления ряда из величин, принятых за середину группы нужно определить границы этих групп. Границы не должны повторяться. Для определения начала группы, к ее середине прибавляют величину $(i - 1) / 2$, конец группы получают при вычитании этой величины из середины группы.
- **4 этап:** распределение случаев наблюдения по группам. Каждое числовое значение – варианту – разносят в соответствующую группу вариационного ряда.
- **5 этап:** графическое изображение вариационного ряда. При этом ось абсцисс (x) служит для изображения градации (середины групп) изучаемого признака, ось ординат (y) - для изображения числа случаев с данной величиной признака

Методика определения средних величин в вариационном ряду

- Для определения достоверности одной из рассчитанных средних величин (M_1 , M_2) пользуются критерием t:
$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

Различие между средними или относительными величинами статистически достоверно, если оно в 2 раза или более превышает корень квадратный из суммы квадратов ошибок этих средних величин.

- Пример.
- **Первый способ** оперативного вмешательства при переломе костей голени - нестабильный остеосинтез - применили у 100 больных; из них осложнения возникли у 10 из них.
- **Второй способ** оперативного вмешательства - стабильный остеосинтез применили у 200 больных, осложнения имели тоже 10 человек.
- Какой способ более эффективен?
- По абсолютным данным стабильный остеосинтез эффективнее, так как процент осложнений при нем меньше ровно в 2 раза. Однако закономерен ли такой вывод, иначе говоря, достоверны ли различия?
- Статистическую обработку данных проводят следующим образом:
первый способ - нестабильный остеосинтез, осложнения составили **10%**;
второй способ - стабильный остеосинтез, осложнения составили 5%;
- Далее находим t по формуле:
Вывод: при имеющемся числе наблюдений различие в процентах осложнений при применении различных способов оперативного вмешательства при переломе костей голени статистически недостоверно ($t=1,5$; $p>0,05$)

Построение сгруппированного вариационного ряда

- Вариационные ряды бывают простыми - **не сгруппированными**, которые состояются, при малом (до 30) числе наблюдений, и **сгруппированными**, которые состояются при большом (более 30) числе наблюдений.
- Основные требования к составлению вариационных рядов:
 1. Расположить все варианты по порядку.
 2. Суммировать единицы, имеющие одинаковый признак, т.е. найти частоту каждой варианты.
 3. Определить число групп и размер интервала.
 4. Разбить весь ряд на группы, используя выбранный интервал и строго соблюдая непрерывность сгруппированного ряда.
 5. Дать графическое изображение.
- **Все 5 требований** выполняют при составлении **сгруппированных** вариационных рядов; требования **1, 2 и 5** - при составлении **не сгруппированных** вариационных рядов.

Построение сгруппированного вариационного ряда

- Число групп в сгруппированном вариационном ряду определяется по табл. 37 в зависимости от числа наблюдений.
- Таблица 37. Сгруппированный вариационный ряд
Число наблюдений 31-45 46-100 101-200 201-500
Число групп 6-7 8-10 11-12 13-17
- Составление простого вариационного ряда при малом и большом числе наблюдений, составление сгруппированного вариационного ряда и особенности их обработки приводятся ниже.
- Графическое изображение вариационного ряда помогает выявить характер распределения признака, т.е. первое свойство статистической совокупности.

- Сущность средней заключается в том, что в ней взаимопогашаются случайные отклонения значений признака и учитываются изменения вызванные основным фактором.
- Статистическая обработка методом средних величин заключается в замене индивидуальных значений варьирующего признака некоторой уравновешенной средней величиной .
- Например, индивидуальная выработка у 5 операционистов коммерческого банка за день составила 136, 140, 154 и 162 операции. Чтобы получить среднее число операций за день, выполненных одним операционистом, необходимо сложить эти индивидуальные показатели и полученную сумму разделить на количество операционистов:
 - операций.
- Как видно из приведенного примера, среднее число операций не совпадает ни с одним из индивидуальных, так как ни один операционист не сделал 150 операций. Но если мы представим себе, что каждый операционист сделал по 150 операций, то их общая сумма не изменится, а будет также равна 750. Таким образом, мы пришли к основному свойству средних величин: сумма индивидуальных значений признака равна сумме средних величин.
- Это свойство еще раз подчеркивает, что средняя величина является обобщающей характеристикой всей статистической совокупности.
- Средние величины широко применяются в различных отраслях знаний. Особо важную роль они играют в экономике и статистике: при анализе, планировании, прогнозировании, при расчете нормативов и при оценке достигнутого уровня. Средняя всегда именованная величина и имеет ту же размерность, что и отдельная единица совокупности
- Важнейшими условиями (принципами) для правильного вычисления и использования средних величин

- Расчеты поясним на конкретном примере (взять ксерокопию одной из экзаменационных ведомостей):
- 1. Допустим, что на экзамене студенты получили следующие оценки: 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5.
- 2. Если определить медиану простым способом, то она будет равняться 3. Это значение занимает центральное положение в ряду из 23 данных (значение медианы подчеркнуто). Т.о., $W = 3$.
- 3. Составим для приведенного выше ряда таблицу частот каждой оценки:
- Итак, ряд подразделяется на четыре класса: "2", "3", "4", "5". Величина классового промежутка между ними равна единице ($K = 1$).
- Сумма частот оценок-двоек, предшествующих классу равно 4 ($\Sigma = 4$).
- Частота медианного класса $f = 8$.
- 4. Производим расчеты:

$$Md = 3 + \frac{1 \cdot \left(\frac{23}{2} - 4 \right)}{8} = 3,9.$$

- Мода $(M_{\{o\}})$ - это такое значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто.
- Практическое задание: определить $M_{\{o\}}$ в ряду цифр: 2, 6, 8, 9, 9, 9, 10.
- Необходимо помнить, что мода представляет собой наиболее частое значение (в приведенном выше задании $M=9$), а не частоту этого значения (в задании равной 3).
- Значение моды можно определить фактически при любом способе измерений, сделанных на основе всех шкал измерения. Однако наибольшее применение она находит в измерениях по шкале наименований, так как другие средние величины к таким измерениям неприменимы.
- Мода имеет определенные особенности:
 1. В случае, когда все значения в группе встречаются одинаково часто, принято считать, что группа не имеет моды. Например, шесть легкоатлетов пробежали дистанцию 100 м и показали результаты: 12, 12, 13, 13, 11, 11, 10, 10 с. В данном случае моду обнаружить невозможно.
 2. Когда два соседних значения имеют одинаковую частоту и они больше частоты любого другого значения, мода есть среднее этих двух значений. Например, десять гимнастов за упражнения на коне получают следующие оценки: 6,9; 7,0; 8,0; 8,0; 8,0; 9,0; 9,0; 9,0; 8,5. в этом случае $M_{\{o\}}=8,5$.
 3. Если два смежных значения в группе имеют равные частоты и они больше частот любого значения, то существуют две моды. Например, в группе значений: 9, 10, 10, 10, 13, 15, 16, 16, 16, 17, 18 модами являются 10 и 16. В этом случае можно говорить, что данные бимодальны.

- Средней величиной называют показатель, который характеризует обобщенное значение признака или группы признаков в исследуемой совокупности.
- Если исследуется совокупность с качественно однородными признаками, то средняя величина выступает здесь как Типическая средняя величинатипическая средняя. Например, для групп работников определенной отрасли с фиксированным уровнем дохода определяется типическая средняя расходов на предметы первой необходимости, т.е. типическая средняя обобщает качественно однородные значения признака в данной совокупности, каковым является доля расходов у работников данной группы на товары первой необходимости.
- При исследовании совокупности с качественно разнородными признаками на первый план может выступить нетипичность средних показателей. Такими, к примеру, являются средние показатели произведенного национального дохода на душу населения (разные возрастные группы), средние показатели урожайности зерновых культур по всей территории России (районы разных климатических зон и разных зерновых культур), средние показатели рождаемости населения по всем регионам страны, средние температуры за определенный период и т.д. Здесь средние величины обобщают качественно разнородные значения признаков или системных пространственных совокупностей (международное сообщество, континент, государство, регион, район и т.д.) или динамических совокупностей, протяженных во времени (век, десятилетие, год, сезон и т.д.). Такие средние величины называют Системная средняя величина системными средними.
- Таким образом, значение средних величин состоит в их обобщающей функции. Средняя величина заменяет большое число индивидуальных значений признака, обнаруживая общие свойства, присущие всем единицам совокупности. Это, в свою очередь, позволяет избежать случайных причин и выявить общие закономерности, обусловленные общими причинами.

- ▶ На этапе статистической обработки могут быть поставлены самые различные задачи исследования, для решения которых нужно выбрать соответствующую среднюю. При этом необходимо руководствоваться следующим правилом: величины, которые представляют собой числитель и знаменатель средней, должны быть логически связаны между собой.
- ▶ Используются две категории средних величин:
 - ▶ степенные средние;
 - ▶ структурные средние.
- ▶ Первая категория степенных средних включает: Средняя арифметическая величина, Средняя гармоническая величина, Средняя квадратическая величина и Средняя геометрическая величина.
- ▶ Вторая категория (структурные средние) - это Мода и Медиана. Эти виды средних будут рассмотрены в теме «Ряды распределения».
- ▶ Введем следующие условные обозначения:
 - ▶ - величины, для которых исчисляется средняя;
 - ▶ - средняя, где черта сверху свидетельствует о том, что имеет место осреднение индивидуальных значений;
 - ▶ - частота (повторяемость индивидуальных значений признака).
- ▶ Различные средние выводятся из общей формулы степенной средней:

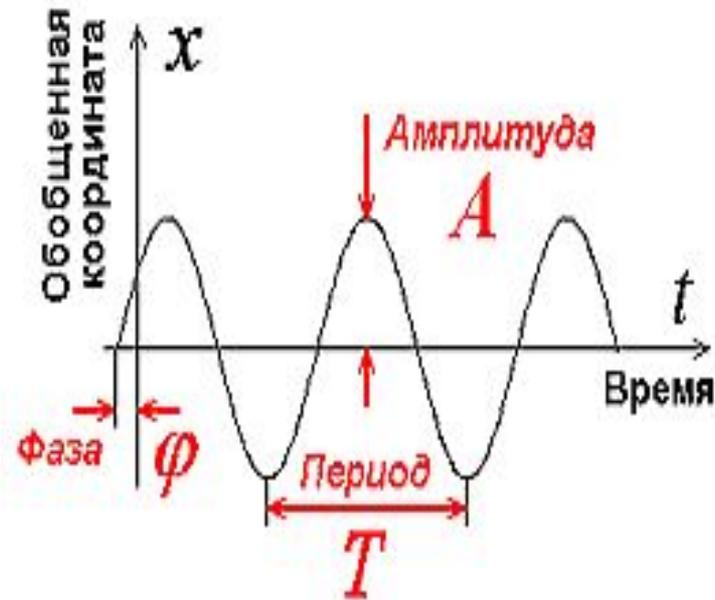
- ▶ Сущность средней заключается в том, что в ней взаимопогашаются случайные отклонения значений признака и учитываются изменения вызванные основным фактором.
- ▶ Статистическая обработка методом средних величин заключается в замене индивидуальных значений варьирующего признака некоторой уравновешенной средней величиной .
- ▶ Например, индивидуальная выработка у 5 операционистов коммерческого банка за день составила 136, 140, 154 и 162 операции. Чтобы получить среднее число операций за день, выполненных одним операционистом, необходимо сложить эти индивидуальные показатели и полученную сумму разделить на количество операционистов:
 - ▶ операций.
- ▶ Как видно из приведенного примера, среднее число операций не совпадает ни с одним из индивидуальных, так как ни один операционист не сделал 150 операций. Но если мы представим себе, что каждый операционист сделал по 150 операций, то их общая сумма не изменится, а будет также равна 750. Таким образом, мы пришли к основному свойству средних величин: сумма индивидуальных значений признака равна сумме средних величин.
- ▶ Это свойство еще раз подчеркивает, что средняя величина является обобщающей характеристикой всей статистической совокупности.
- ▶ Средние величины широко применяются в различных отраслях знаний. Особо важную роль они играют в экономике и статистике: при анализе, планировании, прогнозировании, при расчете нормативов и при оценке достигнутого уровня. Средняя всегда именованная величина и имеет ту же размерность, что и отдельная единица совокупности
- ▶ Важнейшими условиями (принципами) для правильного вычисления и использования средних величин

- ▶ Важнейшими условиями (принципами) для правильного вычисления и использования средних величин являются следующие:
- ▶ В каждом конкретном случае необходимо исходить из качественного содержания осредняемого признака, учитывать взаимосвязь изучаемых признаков и имеющиеся для расчета данные.
- ▶ Индивидуальные значения, из которых вычисляются средние, должны относиться к однородной совокупности, а число их должно быть значительным.
- ▶ Средние величины делятся на два больших класса: степенные средние и структурные средние
- ▶ Степенные средние:
 - Арифметическая
 - Гармоническая
 - Геометрическая
 - Квадратическая
- ▶ Структурные средние:
 - Мода
 - Медиана

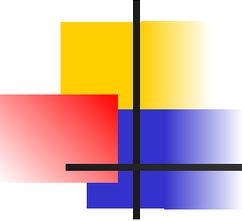
Вид степенной средней	Показатель степени средней (k)	Формула расчета	
		Простая	Взвешенная
Гармоническая	- 1	$\bar{x} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i f_i}{x_i}}$
Геометрическая	1	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_n^{f_n}}$
Арифметическая	0	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$
Квадратическая	2	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$

- ▶ Лимит (лат. limes (limitis) - граница (предел); норма, в пределах которой разрешено пользоваться чем-либо, расходовать что-либо) – это средство управления определёнными формами принимаемого риска. Лимит представляет собой количественное ограничение, накладываемое на определённые характеристики операций организации.

- ▶ Амплитуда (лат. *amplitudo* – значительность, обширность, величие, обозначается заглавной буквой *A*) – максимальное значение смещения или изменения переменной величины от среднего значения при колебательном или волновом движении. Неотрицательная скалярная величина, размерность которой совпадает с размерностью определяемой физической величины. Амплитуда движений (син. объем движений) в спортивной медицине - отклонение частей тела по отношению друг к другу или всего тела относительно исходного положения; измеряется в градусах; изменение амплитуды при выдохе



The screenshot shows a presentation slide with a blue header containing the text 'Наглядный вид изменения амплитуды тока'. Below the header, there are two graphs, labeled 'а)' and 'б)', each showing a sinusoidal wave. Graph 'а)' has a smaller peak height, while graph 'б)' has a larger peak height. Below the graphs, there are two labels: 'А) маленькая амплитуда' and 'Б) большая амплитуда'.



Стандартное отклонение (σ)

- позволяет сказать, насколько большая часть результатов данного исследования отклоняется от среднего значения. Вычисляется по формуле: **квадратный корень, извлекаемый из дисперсии, или:**

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Пример расчета среднего квадратичного отклонения (σ):

Опыт работы у пяти испытуемых составляет: 2,3,4,7 и 9 лет

- **M** (среднее арифметическое значение) = 5 лет

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Где x_i - каждое наблюдаемое значение признака;
 $\bar{x} = M$ - средняя арифметическая признака

$$\sigma = \sqrt{\frac{(2-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2}{5}} = \sqrt{6,80} = 2,607 \sim 2,61 \text{ (года).}$$

- **σ** (среднее квадратичное отклонение) = 2,61 года

Теорема

Среднее квадратичное отклонение суммы конечного числа взаимно независимых случайных величин равно квадратному корню из суммы квадратов средних квадратических отклонений этих величин.

$$\sigma(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \sqrt{\sigma^2(X_1) + \sigma^2(X_2) + \dots + \sigma^2(X_n)}$$

Расчет коэффициента вариации

Для оценки риска, приходящегося на единицу доходности, часто используют **коэффициент вариации**. Коэффициент вариации может изменяться от 0 до 100 %. Чем больше коэффициент, тем сильнее колеблемость.

до 10 % - слабая колеблемость

10-25 % - умеренная

свыше 25 % - высокая

$$v = \pm \frac{\sigma}{A}$$

Пример. Рассчитаем коэффициент вариации для проектов 1 и 2 из примера 4.

$$v_1 = 135,6 / 560 = 0,24$$

$$v_2 = 258,6 / 625 = 0,41$$

Таким образом, хотя ожидаемый доход по проекту 2 на $625 - 560 / 560 \times 100\% = 11,6\%$ выше, чем по проекту 1, но уровень риска по нему, определенный коэффициентом вариации, выше на $0,41 - 0,24 / 0,24 \times 100\% = 70,8\%$.