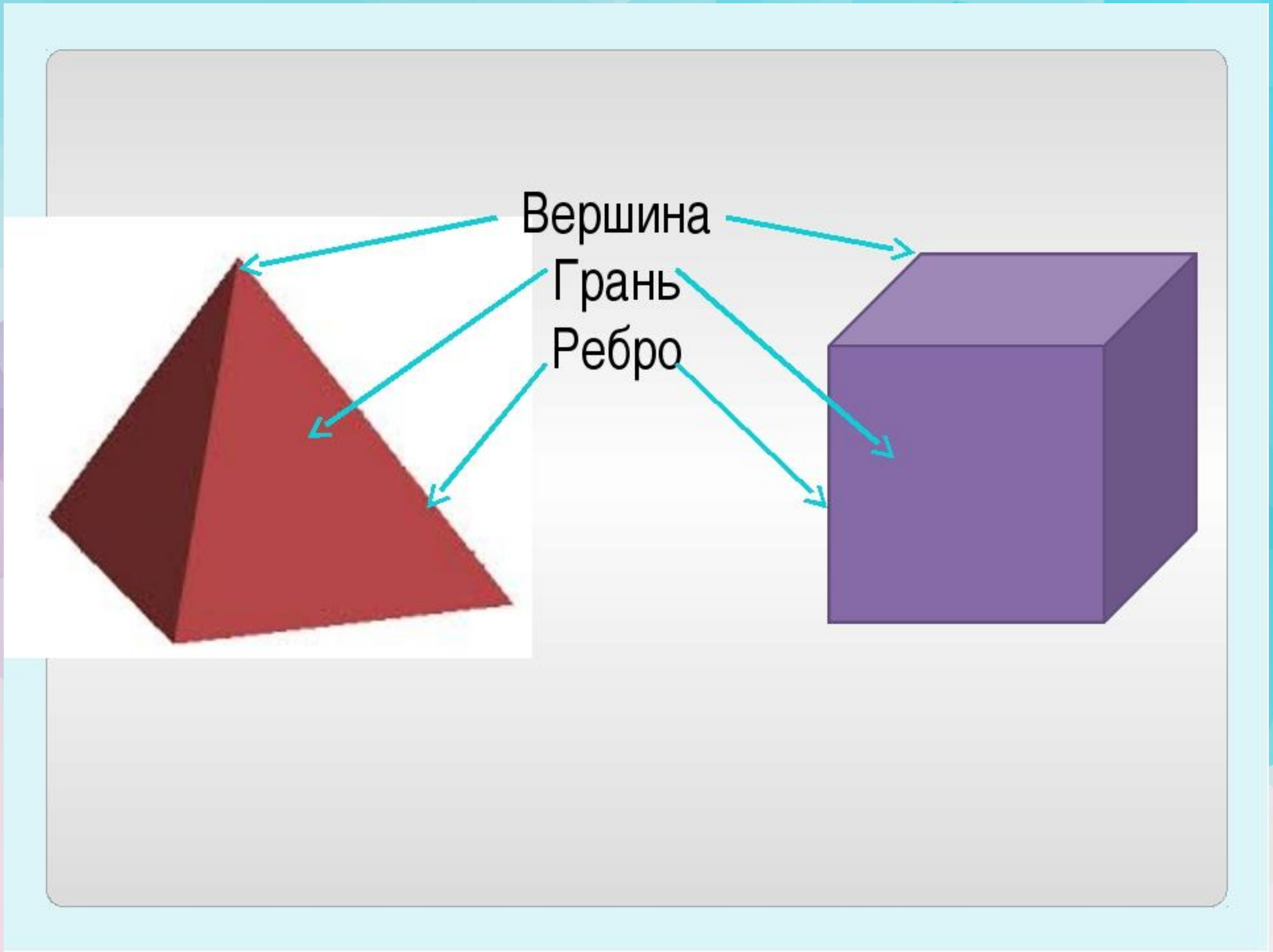
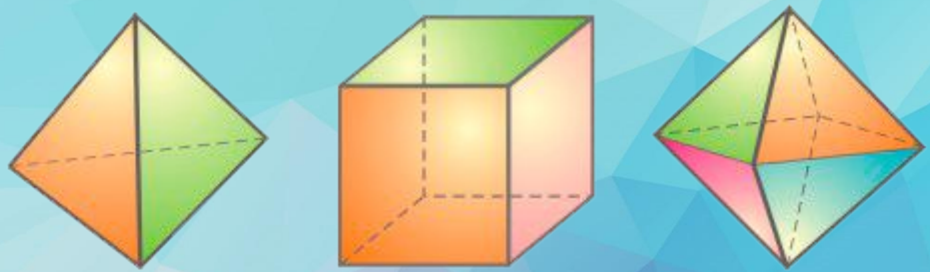
МНОГОГРАННИКИ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

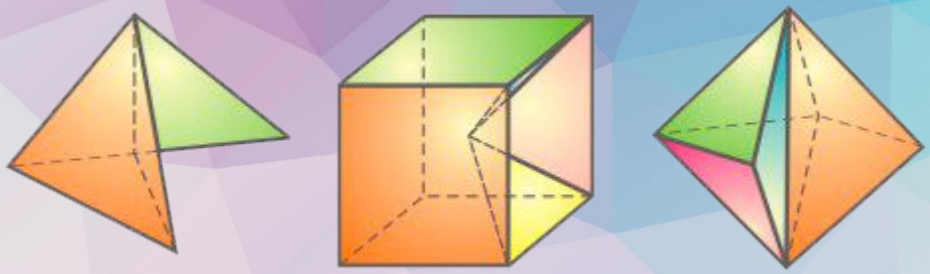
Многогранник – это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая геометрическое тело.
Многоугольники, составляющие многогранную поверхность, называются ее **гранями;** стороны многоугольников называются **ребрами,** а вершины - **вершинами многогранной поверхности**.



Многогранники могут быть **выпуклые и невыпуклые.**
Многогранник называется **выпуклым**, если отрезок соединяющий любые две точки, принадлежащие данному многограннику, полностью принадлежит данному многограннику



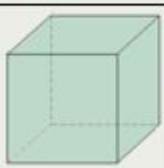
Многогранник называется **невыпуклым**, если можно построить отрезок не принадлежащий полностью данному многограннику, но соединяющий две точки, принадлежащие данному многограннику.



Некоторые характеристики правильных многогранников

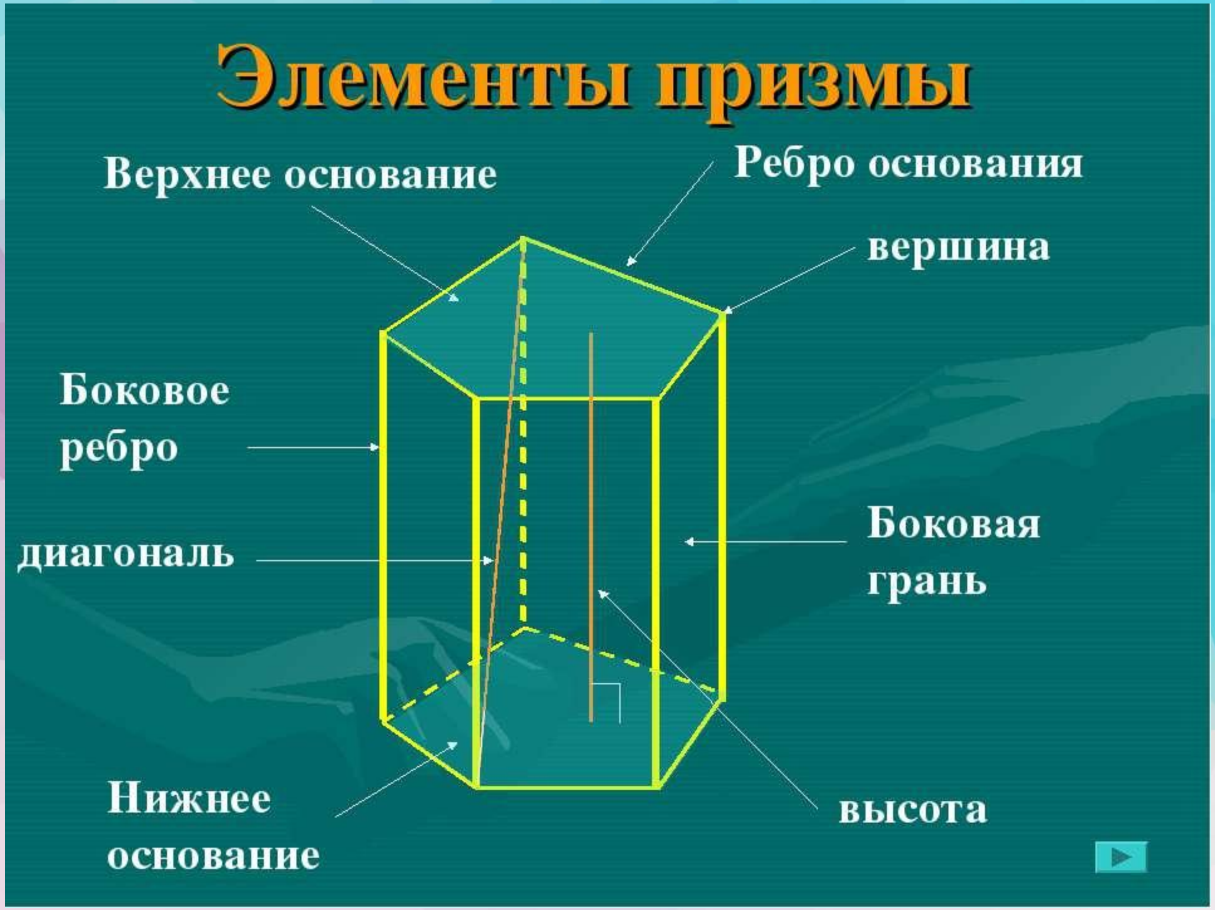
1 – число сторон у каждой грани
2 – число вершин
3 – число рёбер
4 – число граней
5 – число рёбер при вершине

a – длина ребра многогранника
S – площадь полной поверхности
V – объём многогранника
R – радиус описанной сферы
r – радиус вписанной сферы

Многогранники	1	2	3	4	5	S	V	R	r
	3	4	6	4	3	$a^2\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$	$\frac{\sqrt{6}}{4}a$	$\frac{\sqrt{6}}{12}a$
	4	8	12	6	3	$6a^2$	a^3	$\frac{\sqrt{3}}{2}a$	$\frac{1}{2}a$
	3	6	12	8	4	$2a^2\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$	$\frac{\sqrt{2}}{2}a$	$\frac{\sqrt{6}}{6}a$
	5	20	30	12	3	$3a^2\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}$	$\frac{a^3}{4}(15+7\sqrt{5})$	$\frac{a\sqrt{3}}{4}(1+\sqrt{5})$	$\frac{a}{4}\sqrt{10+\frac{22}{\sqrt{5}}}$
	3	12	30	20	5	$5a^2\sqrt{3}$	$\frac{5}{12}(3+\sqrt{5})a^3$	$\frac{a}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$	$\frac{a}{4\sqrt{3}}(3+\sqrt{5})$

Призмой называется многогранник, состоящий из двух плоских многоугольников, которые лежат в разных плоскостях и совмещаются параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников. Многоугольники называются **основаниями призмы**, а отрезки, соединяющие их соответствующие вершины – **боковыми рёбрами призмы**.

Высотой призмы называется любой из перпендикуляров, проведённых из точки одно



Призма называется **прямой**, если её рёбра перпендикулярны плоскостям оснований. В противном случае призма называется **наклонной.**

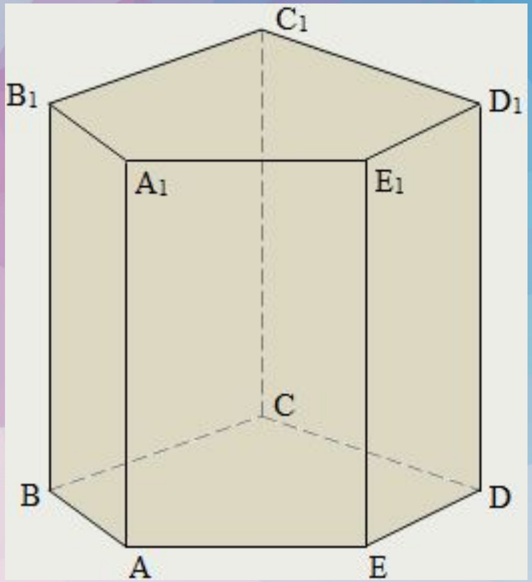
Боковые грани прямой призмы – прямоугольники.

Боковое ребро прямой призмы является её высотой.

Боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы:

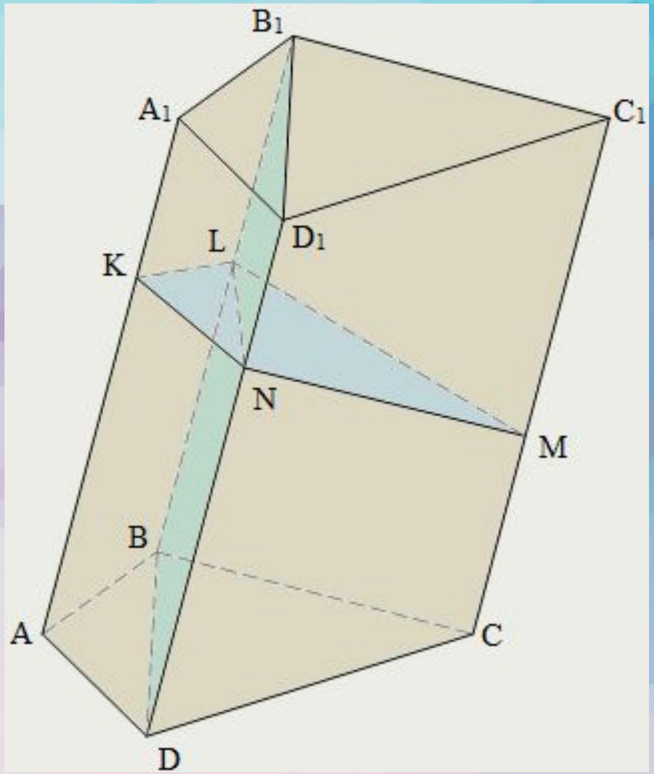
$$S_б = P_{осн} \cdot AA_1.$$

Прямая призма называется **правильной,** если её основания являются правильными многоугольниками.



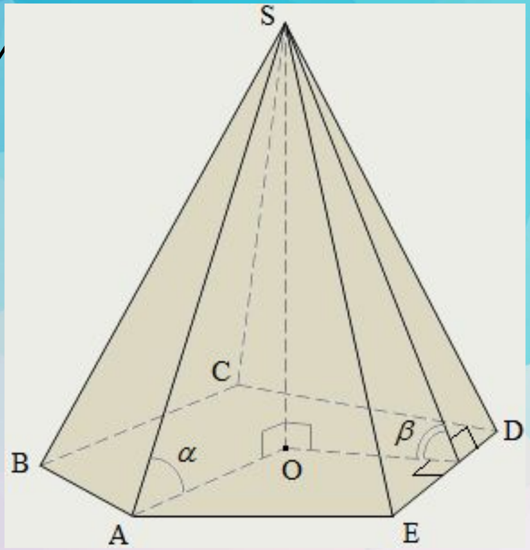
Сечения призмы плоскостями, параллельными боковым рёбрам,являются параллелограммами. В частности, параллелограммами являются диагональные сечения. Это сечения плоскостями, проходящими, через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани:

BB_1D_1D – диагональное сечение.



Пирамидой (например, SABCDE) называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника (пятиугольник ABCDE) – **основания пирамиды,** точки (S), не лежащей в плоскости основания**,– вершины пирамиды** и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.
Отрезки (SA, SB, SC, SD, SE), соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются **боковыми ребрами**.
Поверхность пирамиды состоит из основания (пятиугольник ABCDE) и боковых граней. Каждая боковая грань – треугольник. Одной из его вершин является вершина пирамиды, а противолежащей стороной – сторона основания пирамиды:
ΔSAB, ΔSBC, ΔSCD, ΔSDE, ΔSEA – боковые грани.
Боковой поверхностью пирамиды называется сумма площадей ее боковых граней.
Высотой пирамиды (SO) называется перпенди … вершины пирамиды к плоскости основания.

Объём пирамиды равен трети произведения площади основания на высоту пирамиды:
$V = 1/3 \cdot S_{осн} h$.
Площадь полной поверхности любой пирамиды равна сумме площадей боковой поверхности и основания:
$S_п = S_б + S_{осн}$.



<u>Сечения пирамиды плоскостями</u>, проходящими через ее вершину, представляют собой треугольники. В частности, треугольниками являются диагональные сечения. Это сечения плоскостями, проходящими через два несоседних боковых ребра пирамиды.