

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2 + d_1 + d_2 + d_3}{n(n^2 - 1)}$$

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

$$d_3 = \frac{(n^3 - n) + (k^3 - k)}{12}$$

$$d_2 = \frac{k^3 - k}{12}$$

$$d_1 = \frac{n^3 - n}{12}$$

Случай одинаковых рангов

Равным числовым значениям приписывается ранг, равный **средней величине** тех **рангов**, которые эти величины получили бы, если бы они стояли по порядку друг за другом и не были бы равны.

№ испытуемого	Показатели интеллекта	Ранги
1	113	6
2	107	4
3	123	11
4	122	10
5	117	(8) 8,5
6	117	(9) 8,5
7	105	3
8	108	5
9	114	7
10	102	1
11	104	2

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Коэффициент определяет **степень тесноты** связи **порядковых признаков**, которые представляют собой ранги сравниваемых величин.

Величина коэффициента линейной корреляции Спирмена лежит в интервале **+1** до **-1**.

Коэффициент может быть **положительным** и **отрицательным**, характеризую **направленность** связи между двумя признаками, измеренными в ранговой шкале.

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Ранговый коэффициент линейной корреляции
Спирмена

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum (d^2)}{n(n^2 - 1)}$$

n - количество ранжируемых признаков
(показателей, испытываемых);

d - разность между рангами по двум переменным
для каждого испытываемого;

$\sum (d^2)$ - сумма квадратов разностей рангов.

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

При наличии одинаковых рангов в формулу расчета коэффициента линейной корреляции Спирмена добавляются два новых члена, учитывающие одинаковые ранги.

$$d_1 = \frac{n^3 - n}{12}$$

$$d_2 = \frac{k^3 - k}{12}$$

n – число одинаковых рангов в первом столбце

k – число одинаковых рангов во втором столбце

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Если имеется две группы одинаковых рангов в каком либо столбце то формула поправки имеет вид

$$d_3 = \frac{(n^3 - n) + (k^3 - k)}{12}$$

n – число одинаковых рангов в первой группе ранжируемого столбца

k – число одинаковых рангов во второй группе ранжируемого столбца

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Если имеется две группы одинаковых рангов
в каком либо столбце

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2 + d_1 + d_2 + d_3}{n(n^2 - 1)}$$

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример Психолог, используя тест умственного развития (ШТУР) проводит исследование интеллекта у 12 учащихся 9 класса. Одновременно с этим он просит учителей литературы и математики провести ранжирование этих же учащихся по показателям умственного развития. Задача заключается в том, чтобы определить, как **связаны** между собой объективные **показатели умственного развития** (данные ШТУРа) и **экспертные оценки учителей**

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример Экспертные данные представлены в таблице

1	2	3	4
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе
1	6	5	5
2	7	10	8
3	4	8	7
4	5	4	11
5	9	6	3
6	12	8	6
7	2,5	2	11
8	2,5	3	11
9	10	8	1
10	8	11	3
11	11	12	3
12	1	1	9
Сумма	78	78	78

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример Рассчитаем поправку на одинаковые ранги для второго, третьего и четвертого столбцов таблицы

1	2	3	4
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе
1	6	5	5
2	7	10	8
3	4	8	7
4	5	4	11
5	9	6	3
6	12	8	6
7	2,5	2	11
8	2,5	3	11
9	10	8	1
10	8	11	3
11	11	12	3
12	1	1	9
Сумма	78	78	78

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример
ранга

Во втором столбце таблицы два одинаковых

1	2	3	4
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе
1	6	5	5
2	7	10	8
3	4	8	7
4	5	4	11
5	9	6	3
6	12	8	6
7	2,5	2	11
8	2,5	3	11
9	10	8	1
10	8	11	3
11	11	12	3
12	1	1	9
Сумма	78	78	78

$$d_1 = \frac{2^3 - 2}{12} = 0,5$$

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример
ранга

В третьем столбце таблицы три одинаковых

1	2	3	4
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе
1	6	5	5
2	7	10	8
3	4	8	7
4	5	4	11
5	9	6	3
6	12	8	6
7	2,5	2	11
8	2,5	3	11
9	10	8	1
10	8	11	3
11	11	12	3
12	1	1	9
Сумма	78	78	78

$$d_2 = \frac{3^3 - 3}{12} = 2$$

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример
ранга

В третьем столбце таблицы три одинаковых

1	2	3	4
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе
1	6	5	5
2	7	10	8
3	4	8	7
4	5	4	11
5	9	6	3
6	12	8	6
7	2,5	2	11
8	2,5	3	11
9	10	8	1
10	8	11	3
11	11	12	3
12	1	1	9
Сумма	78	78	78

$$d_3 = \frac{(3^3 - 3) + (3^3 - 3)}{12} = 4$$

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример

Составим вспомогательную таблицу

1	2	3	4	5	6	7	8
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе	d второго и третьего столбцов	d второго и четвертого столбцов	d ² второго и третьего столбцов	d ² второго и четвертого столбцов
1	6	5	5				
2	7	10	8				
3	4	8	7				
4	5	4	11				
5	9	6	3				
6	12	8	6				
7	2,5	2	11				
8	2,5	3	11				
9	10	8	1				
10	8	11	3				
11	11	12	3				
12	1	1	9				
Сумма	78	78	78				

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример В пятом столбце приведены величины разности рангов между **экспертными оценками психолога по тесту ШТУР** для каждого ученика и величинами **экспертных оценок учителей по математике**

1	2	3	4	5
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе	d второго и третьего столбцов
1	6	5	5	1
2	7	10	8	-3
3	4	8	7	-4
4	5	4	11	1
5	9	6	3	3
6	12	8	6	4
7	2,5	2	11	0,5
8	2,5	3	11	-0,5
9	10	8	1	2
10	8	11	3	-3
11	11	12	3	-1
12	1	1	9	0
Сумма	78	78	78	0

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример В шестом столбце приведены величины разности рангов между **экспертными оценками психолога по тесту ШТУР** для каждого ученика и величинами **экспертных оценок учителей по литературе**

1	2	3	4	5	6
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе	d второго и третьего столбцов	d второго и четвертого столбцов
1	6		5		1
2	7		8		-1
3	4		7		-3
4	5		11		-6
5	9		3		6
6	12		6		6
7	2,5		11		-8,5
8	2,5		11		-8,5
9	10		1		9
10	8		3		5
11	11		3		8
12	1		9		-8
Сумма	78		78		0

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример В седьмом столбце приведены квадраты разностей рангов второго и третьего столбцов

1	2	3	4	5	6	7
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе	d второго и третьего столбцов	d второго и четвертого столбцов	d ² второго и третьего столбцов
1	6	5		1		1
2	7	10		-3		9
3	4	8		-4		16
4	5	4		1		1
5	9	6		3		9
6	12	8		4		16
7	2,5	2		0,5		0,25
8	2,5	3		-0,5		0,25
9	10	8		2		4
10	8	11		-3		9
11	11	12		-1		1
12	1	1		0		0
Сумма	78	78		0		66,5

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример В восьмом столбце приведены квадраты разностей рангов второго и четвертого столбцов

1	2	3	4	5	6	7	8
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе	d второго и третьего столбцов	d второго и четвертого столбцов	d ² второго и третьего столбцов	d ² второго и четвертого столбцов
1	6		5		1		1
2	7		8		-1		1
3	4		7		-3		9
4	5		11		-6		36
5	9		3		6		36
6	12		6		6		36
7	2,5		11		-8,5		77,25
8	2,5		11		-8,5		77,25
9	10		1		9		81
10	8		3		5		25
11	11		3		8		64
12	1		9		-8		64
Сумма	78		78		0		471,5

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример Вспомогательная таблица имеет вид

1	2	3	4	5	6	7	8
№ учащихся	Ранг тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе	d второго и третьего столбцов	d второго и четвертого столбцов	d ² второго и третьего столбцов	d ² второго и четвертого столбцов
1	6	5	5	1	1	1	1
2	7	10	8	-3	-1	9	1
3	4	8	7	-4	-3	16	9
4	5	4	11	1	-6	1	36
5	9	6	3	3	6	9	36
6	12	8	6	4	6	16	36
7	2,5	2	11	0,5	-8,5	0,25	77,25
8	2,5	3	11	-0,5	-8,5	0,25	77,25
9	10	8	1	2	9	4	81
10	8	11	3	-3	5	9	25
11	11	12	3	-1	8	1	64
12	1	1	9	0	-8	0	64
Сумма	78	78	78	0	0	66,5	471,5

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример Первый ранговый коэффициент с учетом добавок (зависимость величин рангов по тесту ШТУР с экспертными оценками по математике)

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot 66,5}{12 \cdot 143} = 1 - 0,232 = 0,768$$

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример Первый ранговый коэффициент без учета добавок (зависимость величин рангов по тесту ШТУР с экспертными оценками по математике)

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot 66,5}{12 \cdot 143} = 1 - 0,232 = 0,768$$

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример Второй ранговый коэффициент с учетом добавок (зависимость величин рангов по тесту ШТУР с экспертными оценками по литературе)

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot 471,5 + 0,5 + 4}{12 \cdot 143} = 1 - 1,651 = -0,651$$

Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

Пример Второй ранговый коэффициент без учета добавок (зависимость величин рангов по тесту ШТУР с экспертными оценками по литературе)

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot 471,5}{12 \cdot 143} = 1 - 1,648 = -0,648$$

Лабораторная работа 5

Выборке петербуржцев в возрасте от 20 до 78 лет (31 мужчина, 46 женщин), уравновешенной по возрасту таким образом, что лица в возрасте старше 55 лет составляли в ней 50%, предлагалось ответить на вопрос: «Какой уровень развития каждого из перечисленных ниже качеств необходим для депутата Городского собрания Санкт-Петербурга?». Оценка проводилась по 10- бальной шкале.

Параллельно с этим обследовалась выборка из депутатов и кандидатов в Городское собрание Санкт-Петербурга. Индивидуальная диагностика политических деятелей и претендентов производилась с помощью Оксфордской системы экспресс-видеодиагностики по тому же набору личностных качеств, который предъявлялся выборке избирателей.

Лабораторная работа 5

В таблице представлены средние значения, полученные для каждого из качеств в выборке избирателей и индивидуальных значений одного из депутатов Городского собрания.

Лабораторная работа 5

Таблица средних значений

Наименование качеств	Усредненные эталонные оценки избирателей	Индивидуальные показатели депутата К-ва
1. Общий уровень культуры	8,64	15
2. Обучаемость	7,89	7
3. Логика	8,38	12
4. Способность к творчеству	6,97	5
5. Самокритичность	8,28	14
6. Ответственность	9,56	18
7. Самостоятельность	8,12	13
8. Энергия, активность	8,41	17
9. Целеустремленность	8,00	19
10. Выдержка, самообладание	8,71	9
11. Стойкость	7,74	16
12. Личностная зрелость	8,10	11
13. Порядочность	9,02	12
14. Гуманизм	7,89	10
15. Умение общаться с людьми	8,74	8
16. Терпимость к чужому мнению	7,84	6
17. Гибкость поведения	7,67	4
18. Способность производить благоприятное впечатление	7,23	8

Указание по выполнению лабораторной работы

Для удобства подсчета рангового коэффициента составить вспомогательную таблицу:

Наименование качеств	Усредненные эталонные оценки избирателей	Индивидуальные показатели депутата К-ва	<i>d</i> Разность между рангами	<i>d</i> ² Разность в квадрате
1. Общий уровень культуры	8,64	15		
2. Обучаемость	7,89	7		
3. Логика	8,38	12		
4. Способность к творчеству	6,97	5		
5. Самокритичность	8,28	14		
6. Ответственность	9,56	18		
7. Самостоятельность	8,12	13		
8. Энергия, активность	8,41	17		
9. Целеустремленность	8,00	19		
10. Выдержка, самообладание	8,71	9		
11. Стойкость	7,74	16		
12. Личностная зрелость	8,10	11		
13. Порядочность	9,02	12		
14. Гуманизм	7,89	10		
15. Умение общаться с людьми	8,74	8		
16. Терпимость к чужому мнению	7,84	6		
17. Гибкость поведения	7,67	4		
18. Способность производить благоприятное впечатление	7,23	8		
Суммы				

Литература

