

Булевы функции

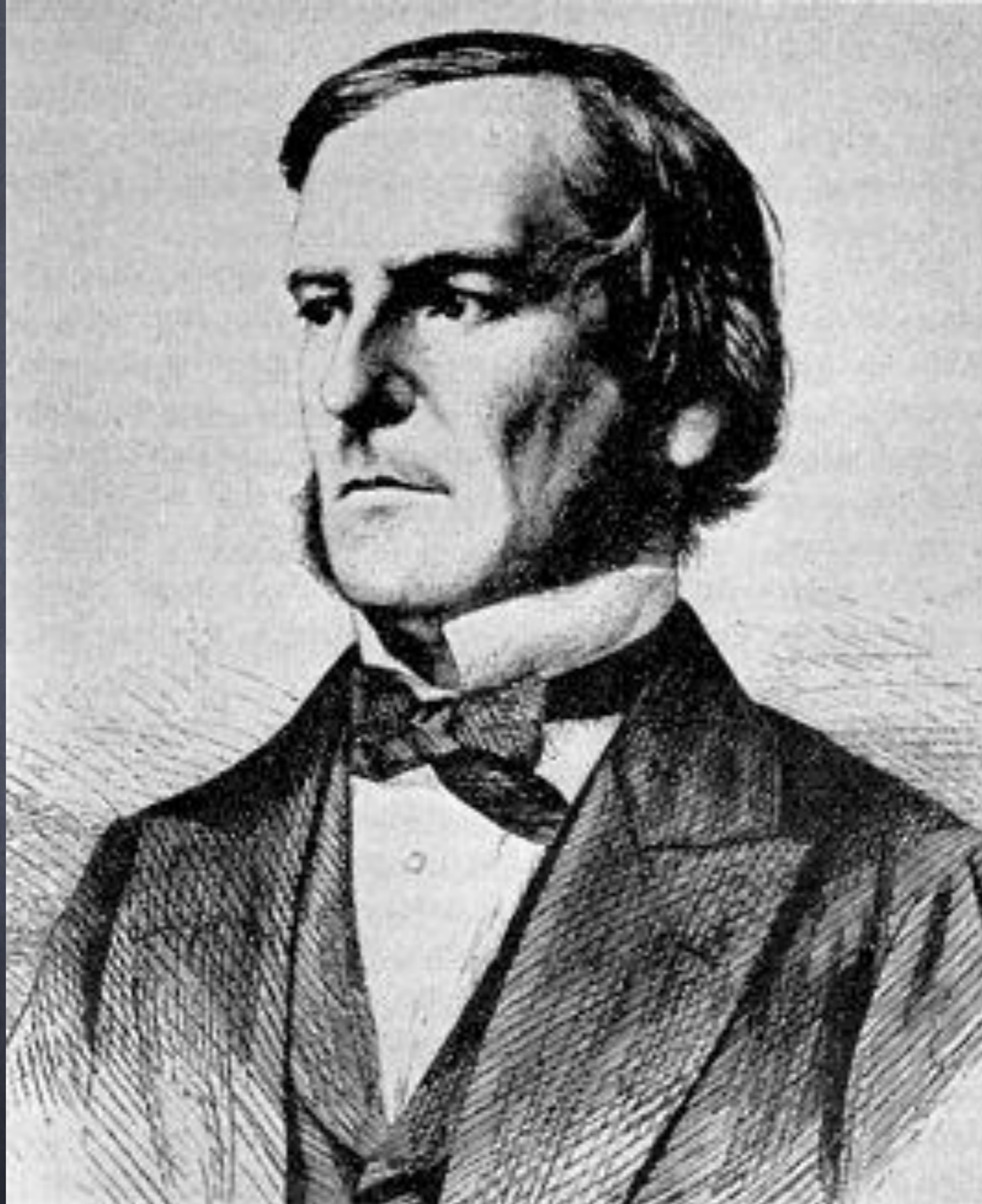
Подготовили:

Пазыч Владимир

Павлов Валерий

Гайдаржи Артем

267 группа



Джордж Буль (1815-1864)

Операции

a	b	$c = a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Сложение по модулю

a	b	$a \downarrow b$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Стрелка Пирса

x_1	x_2	$x_1 x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Штрих Шеффера

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Конъюнкция

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Дизъюнкция

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Импликация

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Эквивалентность

Булева функция

Булевой функцией от n аргументов называется функция f из n -ой степени множества $\{0, 1\}$ в множество $\{0, 1\}$.

Булеву функцию от n аргументов можно рассматривать как n -местную алгебраическую операцию на множестве B . При этом алгебра $\langle B; W \rangle$, где W – множество всевозможных булевых функций, называется *алгеброй логики*.

Формы функций

- Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) — нормальная форма, в которой булева формула имеет вид дизъюнкции нескольких конъюнкций.
- Конъюнктивная нормальная форма (КНФ) — нормальная форма, в которой булева формула имеет вид конъюнкции нескольких дизъюнктов.
- Элементарная конъюнкция - конъюнкция любого числа переменных, взятых по одному разу с отрицанием или без.

Элементарные КОНЪЮНКЦИИ

$$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

$$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

$$x_2 \bar{x}_2 x_2 x_1$$

$$x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$$

Формулы в ДНФ

$$A \vee B$$

$$(A \wedge B) \vee \neg A$$

$$(A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg D \wedge E \wedge F) \vee (C \wedge D) \vee B$$

Формулы в КНФ

$$\neg A \wedge (B \vee C),$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C \vee \neg D) \wedge (D \vee \neg E),$$

$$A \wedge B.$$

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ

$$\overline{x|y} = x \wedge y$$

$$\overline{x \wedge y} = x|y$$

$$\overline{x \sim y} = x \oplus y$$

$$\overline{x \downarrow y} = x \vee y$$

$$\overline{x \oplus y} = x \sim y$$

$$\overline{x \vee y} = x \downarrow y$$

$$x \rightarrow y = \bar{x} \vee y$$

$$\overline{x \rightarrow y} = x \wedge \bar{y}$$

$$x \vee y = x \oplus y \oplus x \wedge y$$

$$x \oplus y = \bar{x} \wedge y \vee x \wedge \bar{y}$$

$$x \wedge (y \oplus z) = x \wedge y \oplus x \wedge z$$

$$x \sim y = x \wedge y \vee \bar{x} \wedge \bar{y}$$

$$x|x = x$$

$$x \oplus x = 0$$

$$x \oplus 1 = \bar{x}$$

$$x \oplus 0 = x$$

Классификация булевых функций

- По количеству n входных операндов различают нульарные ($n = 0$), унарные ($n = 1$), бинарные ($n = 2$), тернарные ($n = 3$) булевы функции и функции от большего числа операндов.
- По количеству единиц и нулей в таблице истинности отличают узкий класс сбалансированных булевых функций
- По зависимости значения функции от перестановки её входных битов различают симметричные булевы функции и несимметричные булевы функции
- По значению функции на противоположных друг другу наборах значений аргументов отличают самодвойственные функции от остальных булевых функций, не обладающих таким свойством.
- По алгебраической степени нелинейности отличают линейные булевы функции и нелинейные булевы функции.

Пример объявления и использования функции в языке программирования С:

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int multiplication( int num1, int num2 ); //прототип функции
4
5  int main()
6  {
7      int num1;
8      int num2;
9
10     printf( "Введите два числа для умножения: " );
11     scanf( "%d", &num1 );
12     scanf( "%d", &num2 );
13     printf( "Результат умножения %d\n", multiplication( num1, num2 ) ); // вызов функции
14     getchar();
15
16     return 0;
17 }
18
19 int multiplication(int num1, int num2) // определение функции
20 {
21     return num1 * num2;
22 }
```