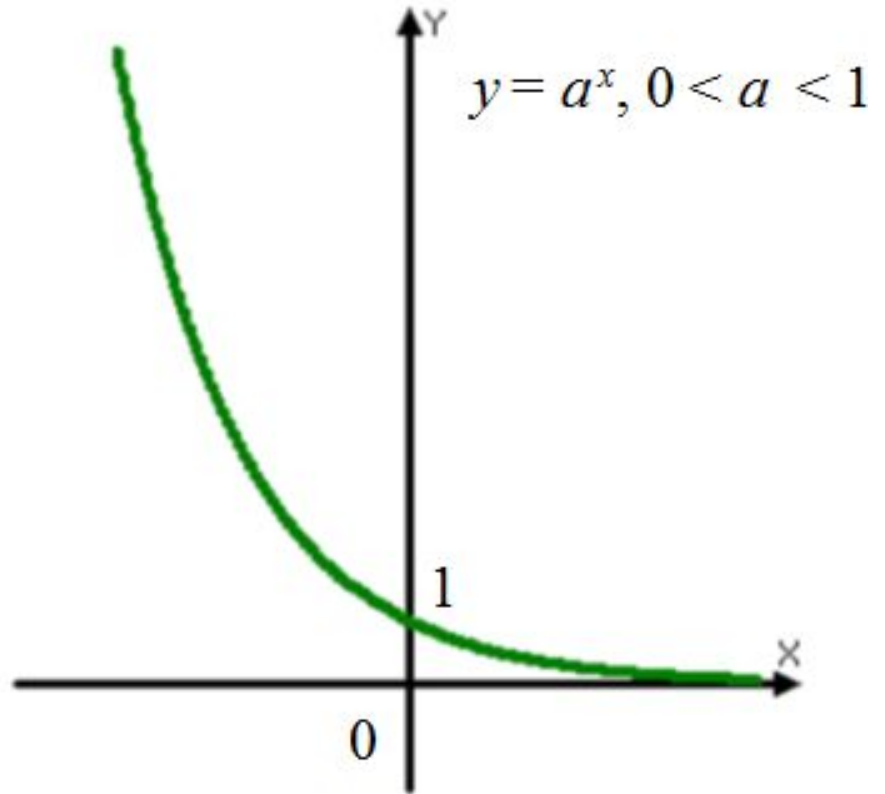
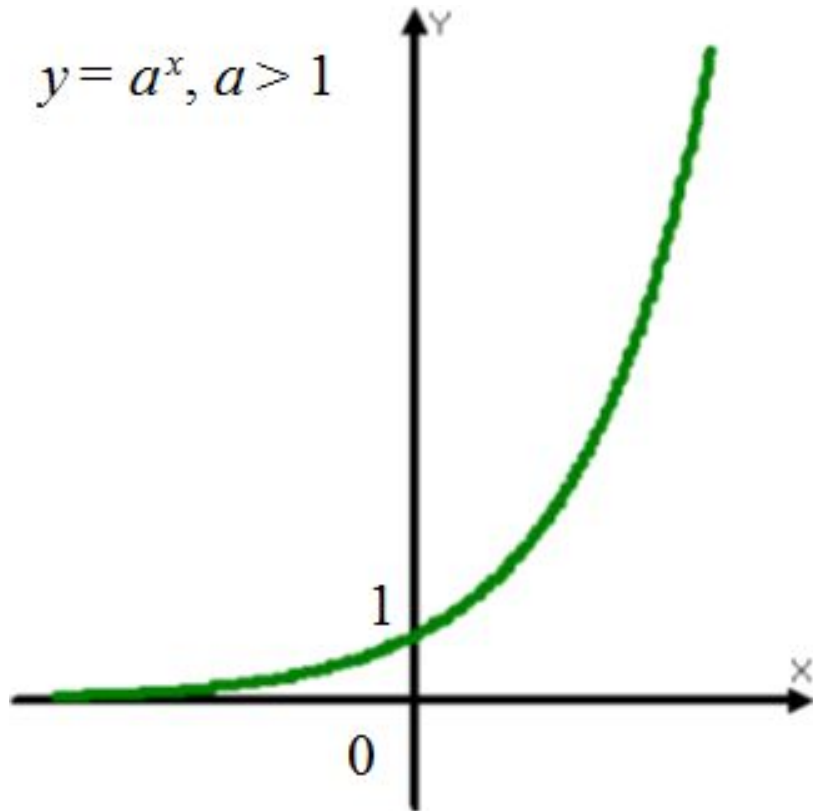


# **Показательная и логарифмическая функции**

# Показательная функция



## Показательные уравнения

$$1) a^{f(x)} = 1 \Rightarrow a^{f(x)} = a^0 \Rightarrow f(x) = 0$$

$$2^{x+1} = 1, \quad 2^{x+1} = 2^0, \quad x+1 = 0 \dots$$

$$2) a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x)$$

$$2^{x+1} = 2^{x^2-2}, \quad x+1 = x^2 - 2 \dots$$

# Показательные уравнения

3) **Вынесение за скобки общего множителя**

$$2^{x+2} - 2^x = 12, \quad 2^x (2^2 - 1) = 12 \dots$$

4) **Приведение к квадратному уравнению**

$$4^x - 3 \cdot 2^x + 4 = 0, \quad 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 4 = 0,$$

*Пусть  $2^x = t$ , тогда....*

# Показательные уравнения

## 5) Однородные уравнения

$$5 \cdot 4^x - 3 \cdot 6^x + 9^x = 0, \quad ,$$

*Делим обе части на  $4^x$  или на  $9^x$*

*Получаем уравнение квадратное*

## Показательные уравнения

$$6) \quad 2^{x+2} - 2^{2-x} = 15$$

$$2^2 \cdot 2^x - \frac{2^2}{2^x} - 15 = 0$$

$$4 \cdot 2^x - \frac{4}{2^x} - 15 = 0$$

*Пусть  $2^x = t$ , тогда*

$$4 \cdot t - \frac{4}{t} - 15 = 0 \quad | \cdot t$$

$$4t^2 - 15t - 4 = 0 \dots\dots$$

## Показательные неравенства

$$1) a^{f(x)} > a^{g(x)},$$

*если  $0 < a < 1$ , то  $f(x) < g(x)$*

$$0,2^{x+1} \leq 0,2^{x^2-2}$$

*Так как  $0,2 < 1$ , то*

$$x+1 \geq x^2 - 2 \dots\dots$$

## Показательные неравенства

$$1) \quad a^{f(x)} > a^{g(x)},$$

*если  $a > 1$ , то  $f(x) > g(x)$*

$$2^{x+1} \leq 2^{x^2-2}$$

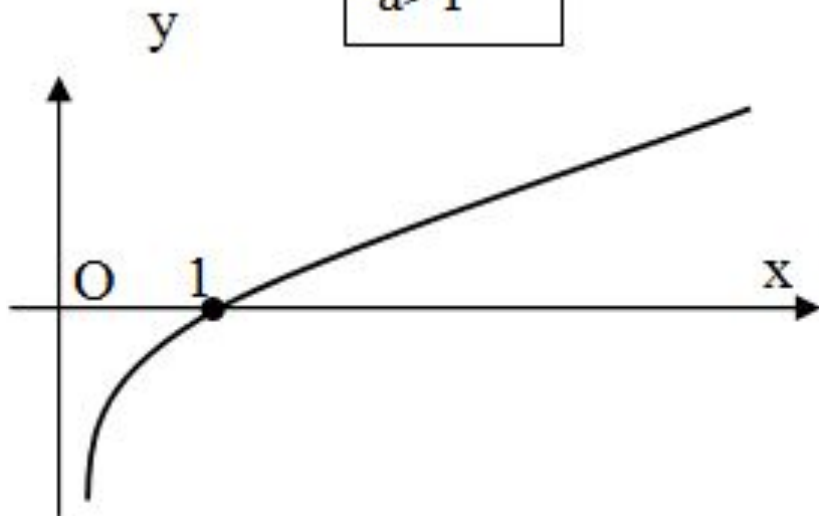
*Так как  $2 > 1$ , то*

$$x+1 \leq x^2 - 2 \dots\dots$$



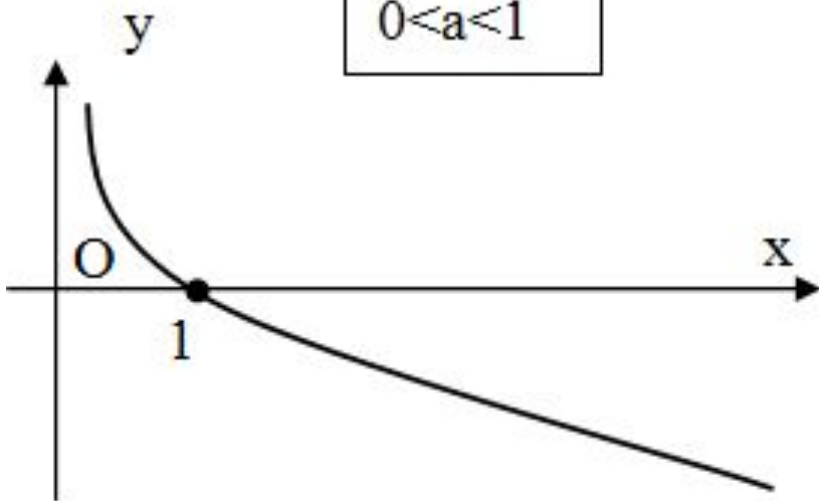
# Логарифмическая функция

$$a > 1$$



$$y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$$

$$0 < a < 1$$



# Основные свойства логарифмов

$$1. \log_a 1 = 0$$

$$2. \log_a a = 1$$

$$3. \log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$4. \log_a \left( \frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$5. \log_a x^p = p \log_a x$$

$$6. \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$7. \log_{ag} x = \frac{1}{g} \log_a x$$

$$8. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

# Логарифмические уравнения

$$1) \log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$$

$$\log_2(x+4) = 5 \Leftrightarrow x+4 = 2^5 \dots\dots$$

$$2) \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \text{ или } g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\log_2(x+4) = \log_2(x^2 - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 = x^2 - 1 \\ x+4 > 0 \dots\dots \end{cases}$$

3) Приведение к квадратному уравнению

$$\log_2^2 x + 5 \log_2 x - 4 = 0$$

Пусть  $\log_2 x = t \dots\dots$

4) Применение свойств логарифмов

$$\log_a f(x) + \log_a g(x) = \log_a h(x),$$

$$\log_a (f(x)g(x)) = \log_a h(x),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x)g(x) = h(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ h(x) > 0 \dots\dots \end{array} \right.$$

# Логарифмические уравнения

5)

$$\log_{g(x)} f(x) = a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = (g(x))^a \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_x (x + 4) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = x^2 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

# Логарифмические неравенства

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Rightarrow$$

*Если  $a > 1$ , то  $f(x) > g(x)$*

$$\log_2(x+4) > \log_2(x^2-1) \Rightarrow \begin{cases} x+4 > x^2-1 \\ x^2-1 > 0 \dots \end{cases}$$

(обязательно проверяем меньшее в системе...)

# Логарифмические неравенства

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Rightarrow$$

*Если  $0 < a < 1$ , то  $f(x) < g(x)$*

$$\log_{\frac{2}{3}}(x+4) > \log_{\frac{2}{3}}(x^2-1) \Rightarrow \begin{cases} x+4 < x^2-1 \\ x+4 > 0 \dots \end{cases}$$

(обязательно проверяем меньшее в системе...)

# Логарифмические неравенства

$$\log_{g(x)} f(x) > \log_{g(x)} h(x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} g(x) > 1 \\ f(x) > h(x) \\ f(x) > 0 \\ h(x) > 0 \end{array} \right. \text{ или } \left\{ \begin{array}{l} 0 < g(x) < 1, \\ f(x) < h(x) \\ f(x) > 0 \\ h(x) > 0 \end{array} \right.$$