Тема: Площадь. Равновеликие и равносоставленные фигуры

Может ли неравное стать равным?

Понятие площади фигуры и её измерение.

Узнаете:

- Что такое площадь.
- Свойства площади.
- Какие фигуры называют равными.
- Какие фигуры называют равновеликими.
- Какие фигуры называют равносоставленными.

Вспомните:

- Единицы измерения площади.
- Формулу площади прямоугольника, квадрата.
- Какая величина называется скалярной.
- Что такое палетка?

Единицы измерения площади: мм^2 , см^2, дм^2 , м^2, км^2, га.

1 га =10 000 м^2 1 м^2=10 000 см^2 1 м^2=100 дм^2 1 км^2=1 000 000 м^2

S = a b

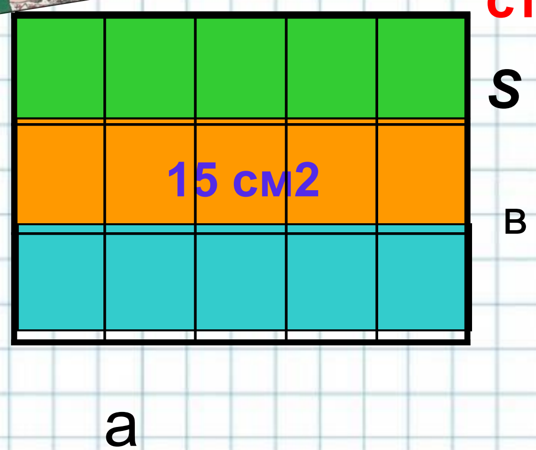
При a=5, b=3 получим:

S= 5 · 3=15(см^2)

Площадь прямоугольника

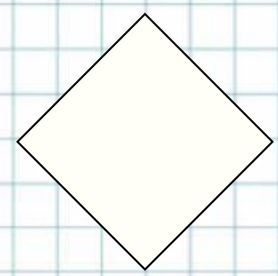
равна произведению длин соседних его сторон.

5 · 3=15 (**квадратов)**



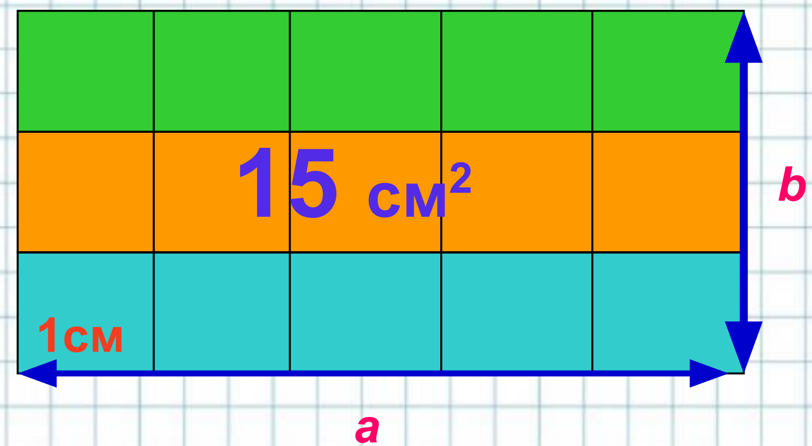
Площадь квадрата равна квадрату длины его стороны.

S = a^2



Величина, которая определяется одним численным значением, называется скалярной величиной. (длина, площадь, объем, масса, время, стоимость и количество)

Инструмент, с помощью которого находят приближенное значение площади, называется палеткой.



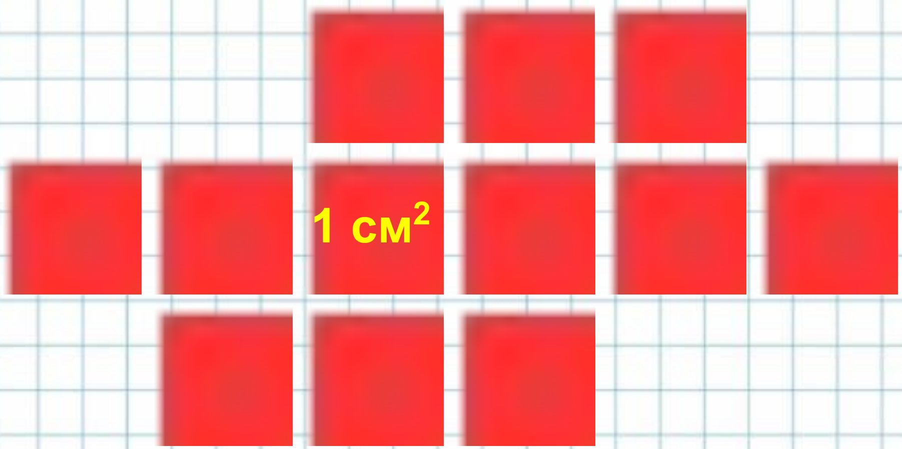
$$S = ab$$

При a=5, b=3 получим:

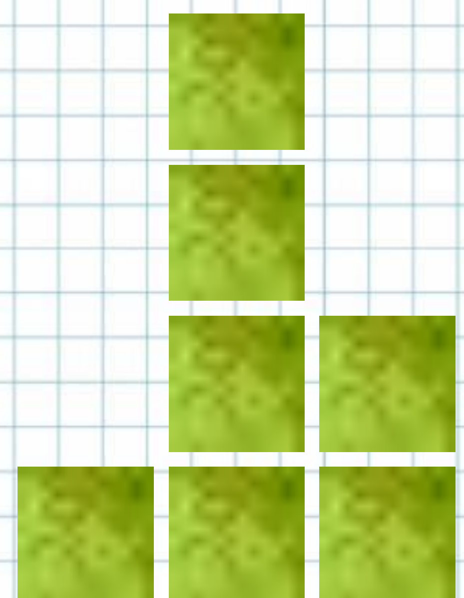
$S = 5 \cdot 3 = 15$(см²)

Площадью фигуры называется неотрицательная скалярная величина, определенная для каждой фигуры так, что:

1) Равные фигуры имеют равные площади;
2) Если фигура состоит из двух частей, то ее площадь равна сумме площадей этих частей



7 см^2



Свойства площадей плоских фигур.

1. Если фигуры равны, то равны численные значения их площадей, т. е. $F_1 = F_2 \Rightarrow S(F_1)=S(F_2)$

2. Если фигура F состоит из фигур F_1 и F_2, то численное значение площади фигуры равно сумме численных значений площадей фигур F_1 и F_2, т.е. $S(F_1 \oplus F_2)=S(F_1)+S(F_2)$

3. Численное значение площади единичного квадрата принимается равным 1, т.е. $S(E)=1$.

4. При замене единицы площади численное значение площади фигуры F увеличивается (уменьшается) во столько раз, во сколько новая единица меньше (дольше) старой.

5. Если фигура F_1 является частью фигуры F_2, то численное значение площади фигуры F_1 не больше численного значения площади фигуры F_2, т.е. $F_1 \subset F_2 \Rightarrow S(F_1) \leq S(F_2)$

ЗАДАЧА №1.

Найдите площадь столешницы, длина которой равна 10дм, а ширина – 5см.

Дано:

a = 10дм,

b = 5см.

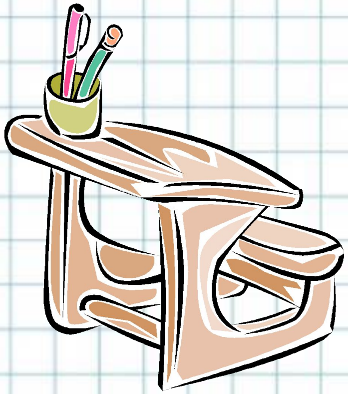
Найти S.

Решение.

$S = a \cdot b.$

10дм=100см.

$S = 100 * 5 = 500(см^2).$



ЗАДАЧА №2

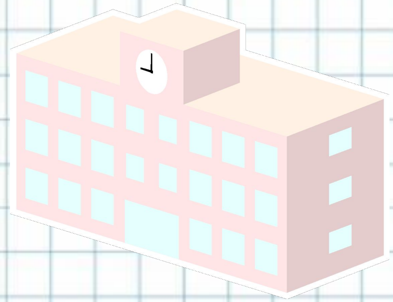
Длина школьного коридора равна 28м, а его ширина в 4 раза меньше. Чему равна площадь коридора?

Дано:

a = 28м,

b – в 4 раза меньше

Найти S.



Решение.

$S = a\,b,\ b - ?$

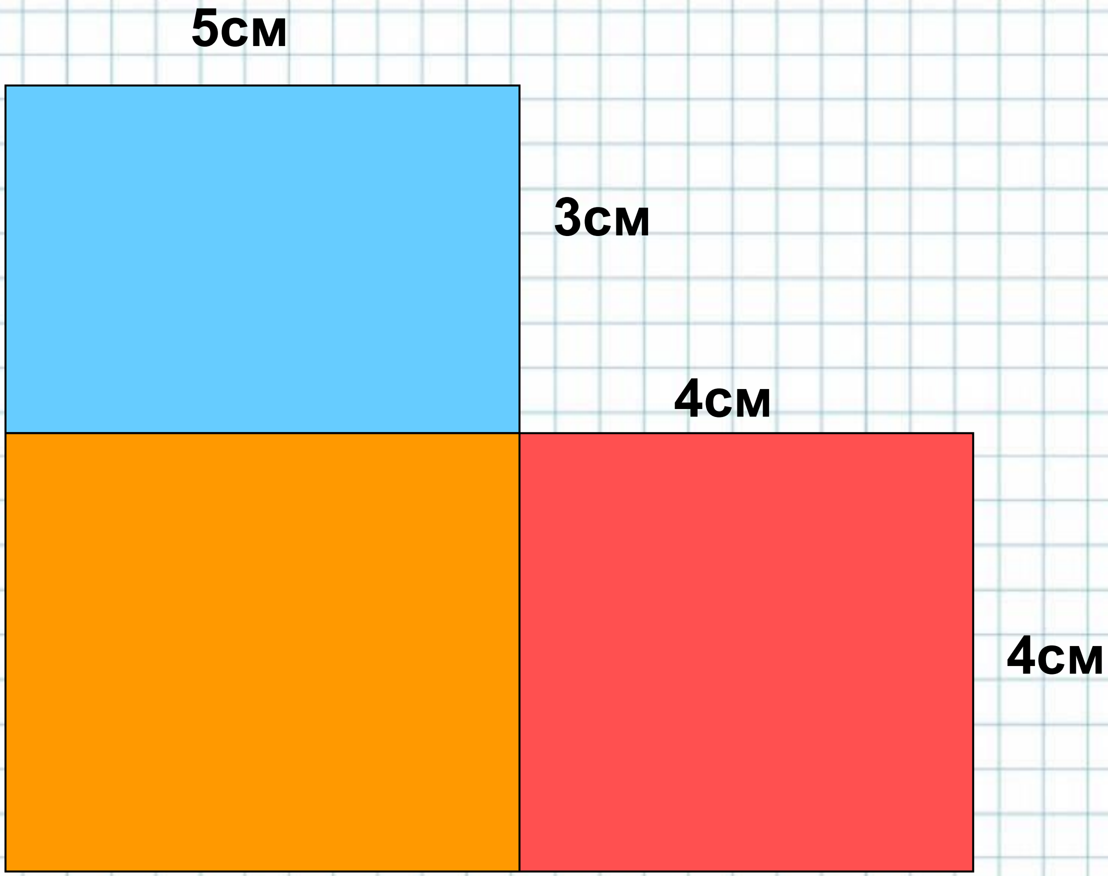
$b = 28 : 4 = 7$(м).

$S = 28 * 7 = 196$(м^2).

Ответ: 196м^2.

РЕШИТЕ ЗАДАЧУ(различными способами):

Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке:

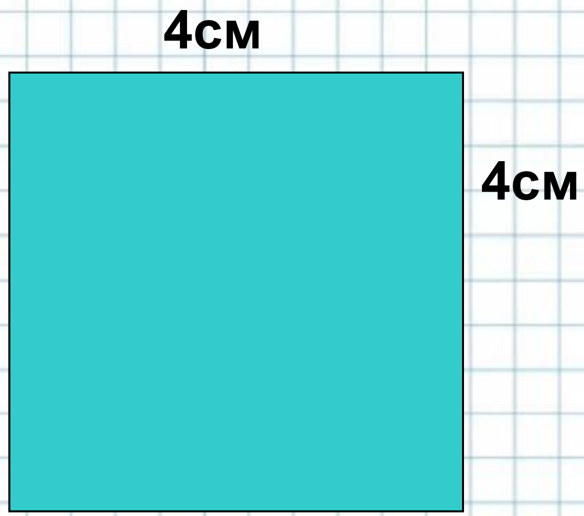


$5*3 + 5*4 + 4*4 = 15 + 20 + 16 = 51(см^2)$

ЗАДАЧА №4

Найдите площадь полной поверхности куба.

$S = 4*4 = 16(см^2)$

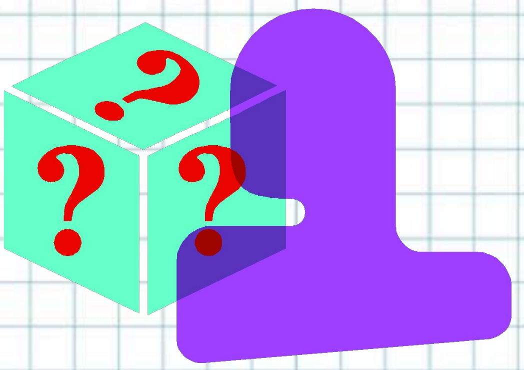


$S = a \cdot a$

$S = a^2$

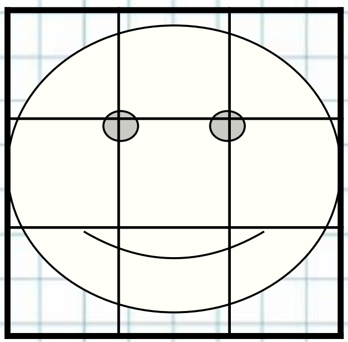
$S_{п} = 6a^2$

$S = 6*4^2 = 96(см^2)$

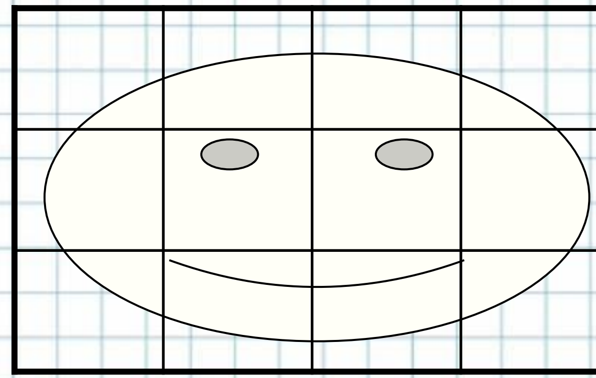


Ответ: 96 см^2

Вычисли площадь фигур, если площадь каждой клетки равна 1см².



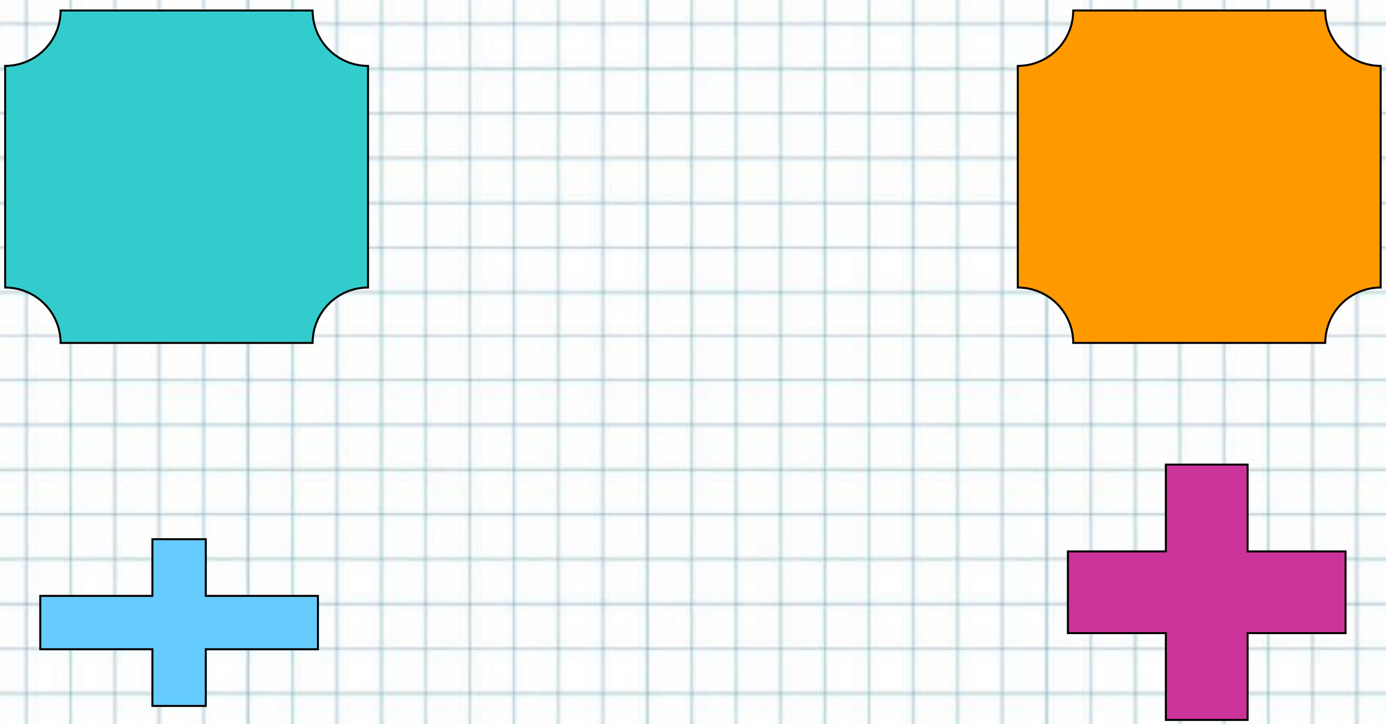
S_1 □ S_2

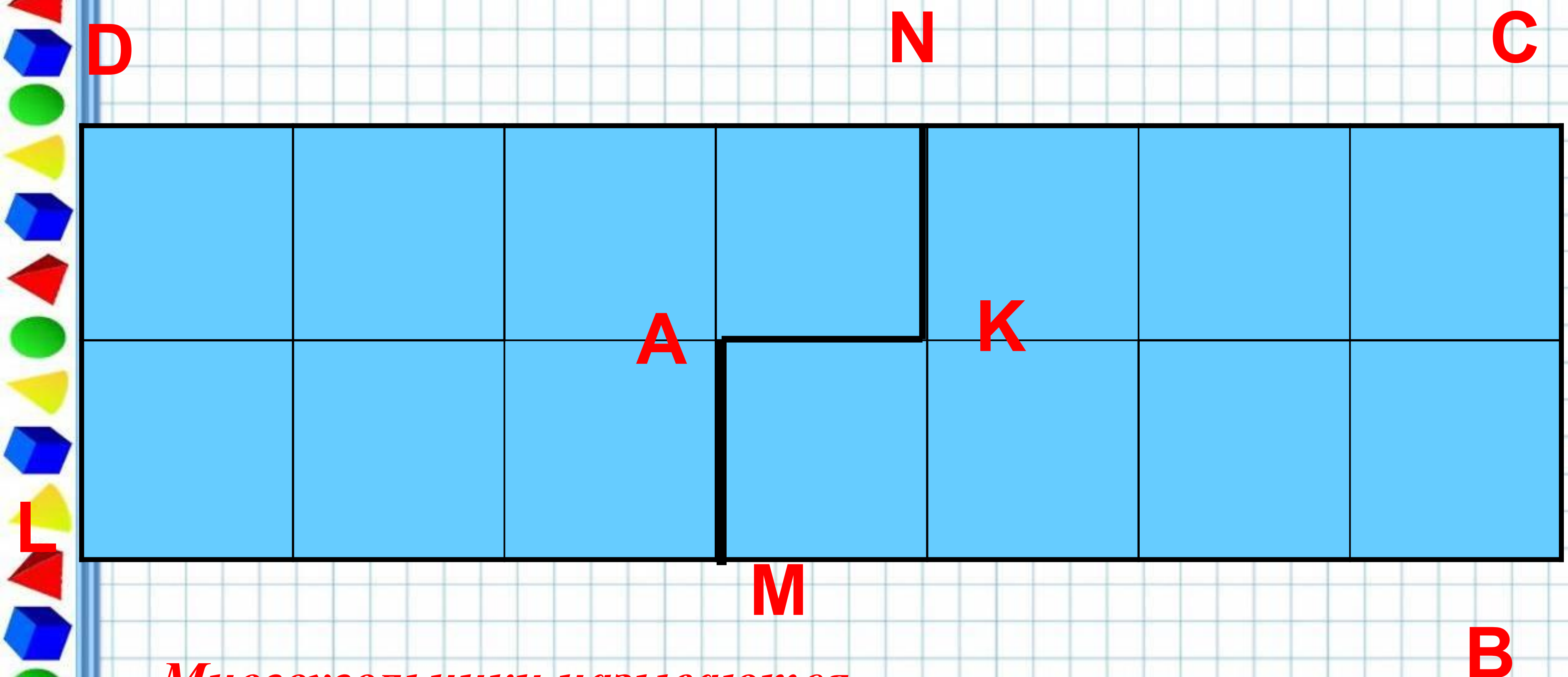


Алгоритм вычисления площади с помощью палетки.

1. **Наложить палетку на фигуру.**
2. **Сосчитать число *а* целых клеток внутри фигуры.**
3. **Сосчитать число *в* клеток, входящих в фигуру частично.**
4. **Сосчитать приближенное значение площади: S ≈а+в:2(если число в нечетно, то увеличить или уменьшить его на 1).**

Две фигуры называют ***равными***, если одну из них можно так наложить на вторую, что эти фигуры совпадут.

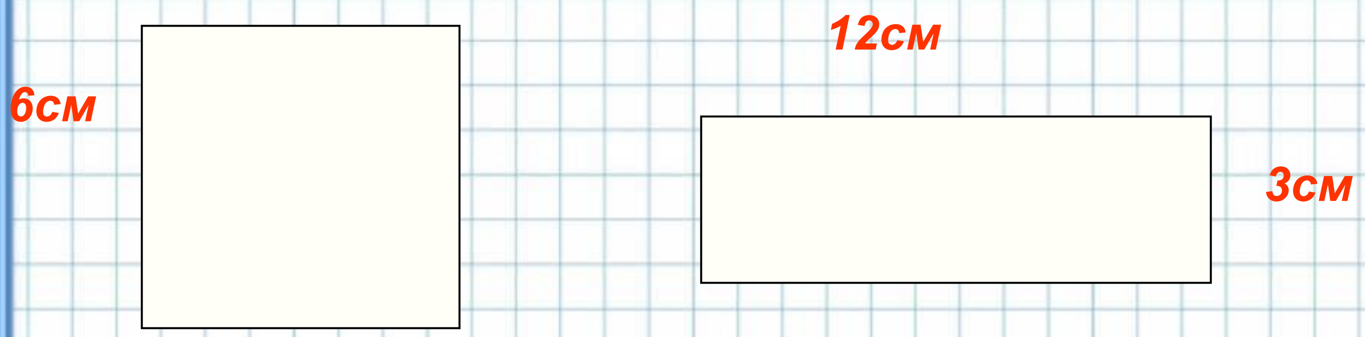




Многоугольники называются равносоставленными, если их можно разбить на соответственно равные части. $S = S_1 + S_2$

ЗАДАЧА №5

Равны ли площади?



Две фигуры, имеющие равные площади, называются равновеликими.

Подумай…

Верно ли, что равносоставленные фигуры всегда равновелики?

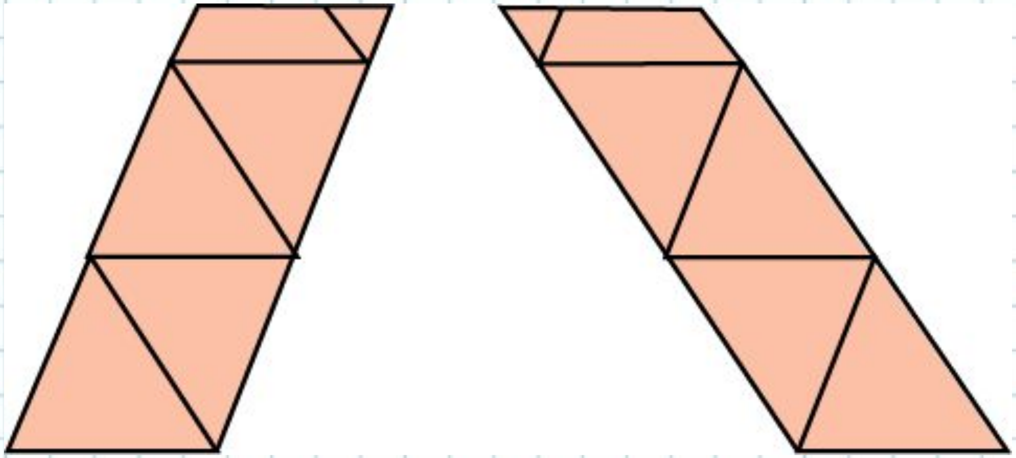
Верно ли, что равновеликие фигуры всегда равносоставленные?

Верно ли, что любые два равновеликих многоугольника всегда равносоставлены?

Может ли 2 равносоставленных треугольника иметь разные площади?

Теорема 1

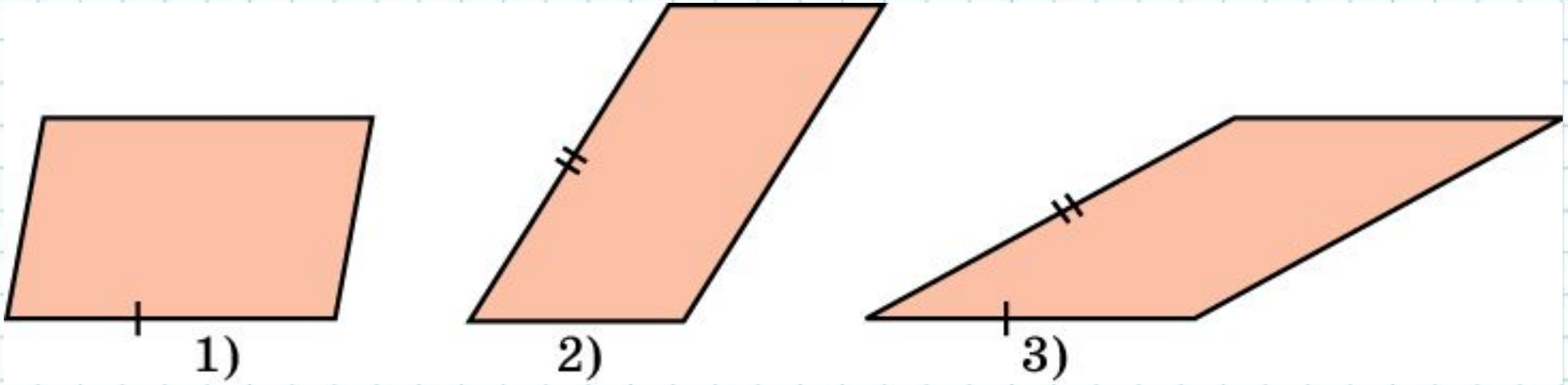
Любые два равновеликих параллелограмма равносоставлены.



Доказательство. Рассмотрим сначала два параллелограмма с равными основаниями. По условию они равновелики, значит, имеют равные высоты. Проведем внутри каждого параллелограмма отрезки, параллельные сторонам другого параллелограмма. Тогда оба параллелограмма разобьются на одинаковое число попарно равных фигур, т.е. они равносоставлены.

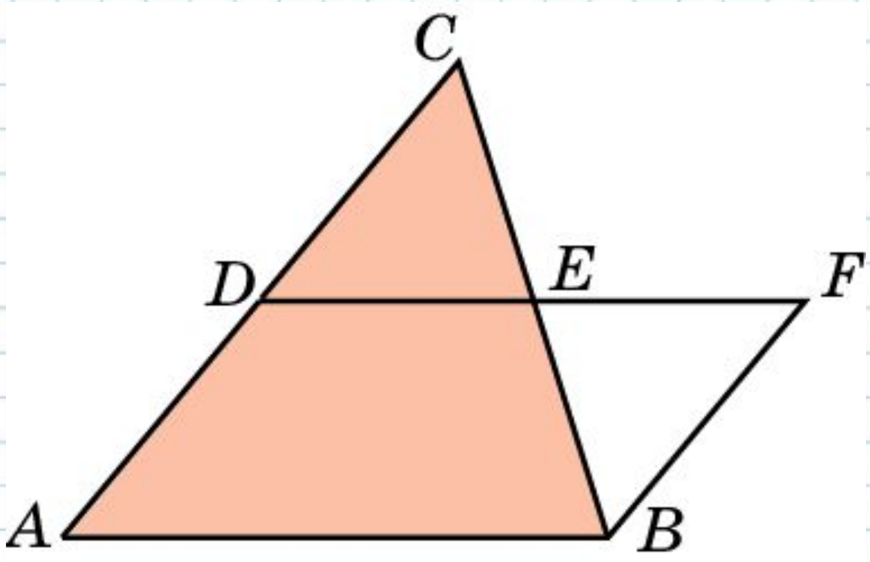
Теорема 1 (продолжение)

Пусть теперь равновеликие параллелограммы не имеют равных сторон. Построим третий параллелограмм, имеющий с первым одинаковые основание и высоту. Поскольку при этом другую сторону третьего параллелограмма можно выбирать произвольно, сделаем ее равной одной из сторон второго параллелограмма. Тогда третий параллелограмм будет равновелик и с первым, и со вторым параллелограммами, и с каждым из них будет иметь по равной стороне. Следовательно, он равносоставлен и с первым, и со вторым.



Теорема 2

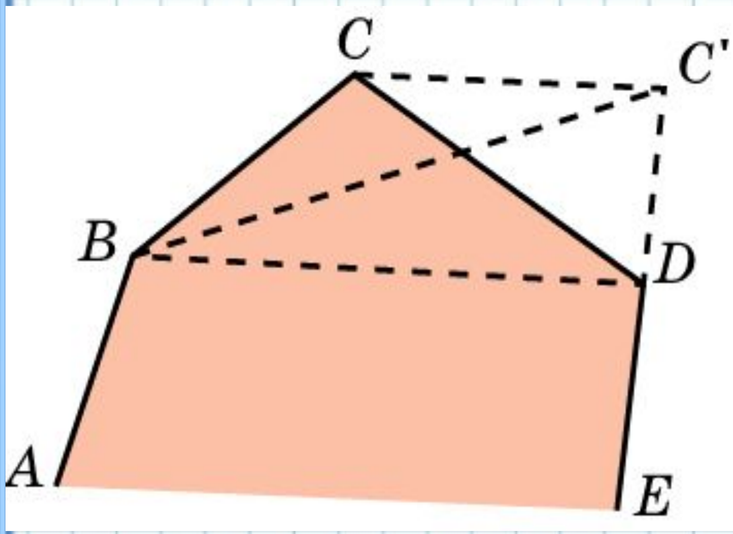
Любые два равновеликих треугольника равносоставлены.



Доказательство. Каждый треугольник продолжением средней линии преобразуется в равновеликий ему параллелограмм. Поэтому два равновеликих треугольника преобразуются в два равновеликих параллелограмма. В силу теоремы 1 эти параллелограммы равносоставлены и, следовательно, равносоставлены исходные треугольники.

Теорема 3

Всякий многоугольник равносоставлен с некоторым треугольником.



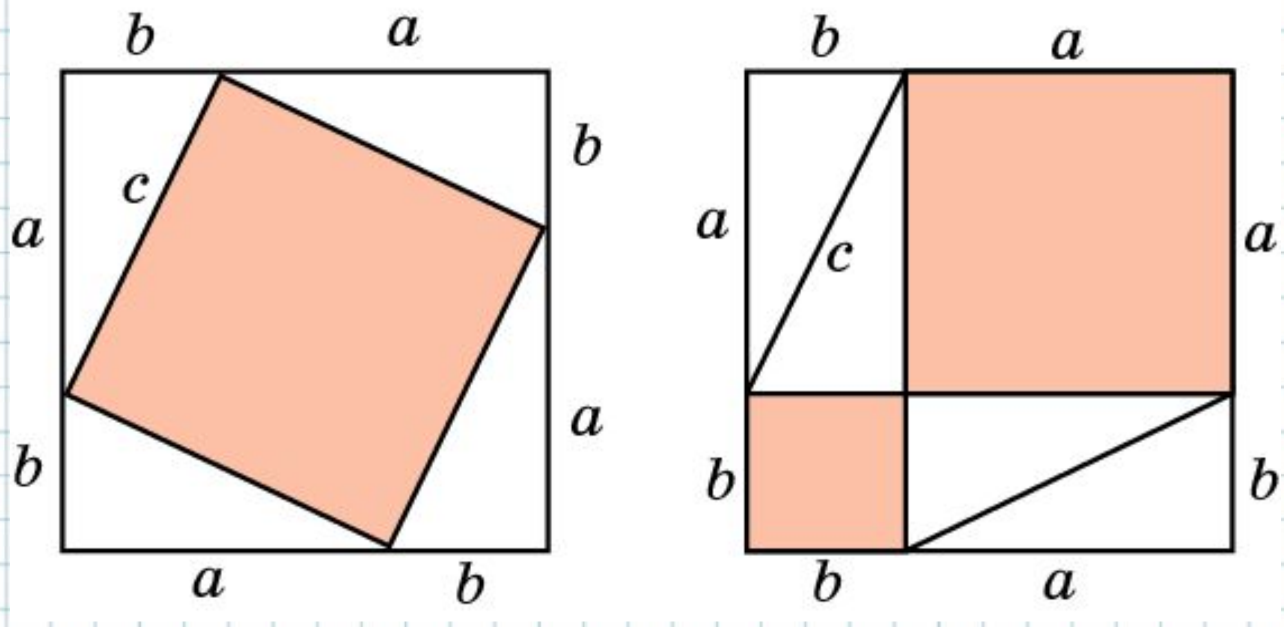
Доказательство. Рассмотрим многоугольник *ABCDE*…, и одну из его вершин, например *C*, перенесем параллельно диагонали *BD* на продолжение стороны *DE*. При этом исходный многоугольник преобразуется в равновеликий многоугольник с числом сторон на единицу меньшим.

Имея в виду, что мы заменили один треугольник другим - равновеликим, а остальная часть многоугольника осталась неизменной, получим, что новый многоугольник будет равносоставлен с исходным. Продолжая этот процесс, мы превратим исходный многоугольник в равносоставленный с ним треугольник.

Теорема Пифагора

На языке площадей теорему Пифагора можно переформулировать в следующем виде.

Теорема. Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.



Лабораторная работа

Указание:

Вам необходимо выполнить 4 задания.

При выполнении каждого задания вы должны скопировать полученное изображение (нажав клавишу Print Screen) и вставить его в MS Word. В итоге у вас получиться 4 картинки, которые вы должны отправить, выбрав ресурс ***Лабораторная работа***

Потренируйся

(Нажми на задание и перейди по гиперссылке)

Задание 1 на составление различных фигур

Задание 2 на построение квадрата, прямоугольника и треугольника заданной площади

Задание 3 на составление из пяти равных квадратов одного

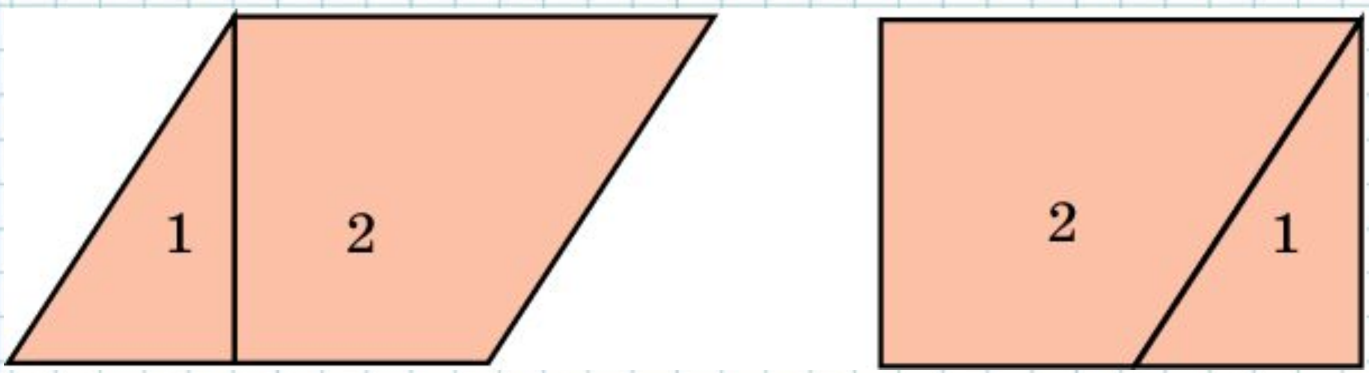
Задание 4 на нахождение площадей фигур

А ТЕПЕРЬ ПРОВЕРЬ СЕБЯ…

- Выполните упражнения на разрезание и «перекраивание» геометрических фигур.
- Для этого вам понадобятся лист бумаги и ножницы

Упражнение 1

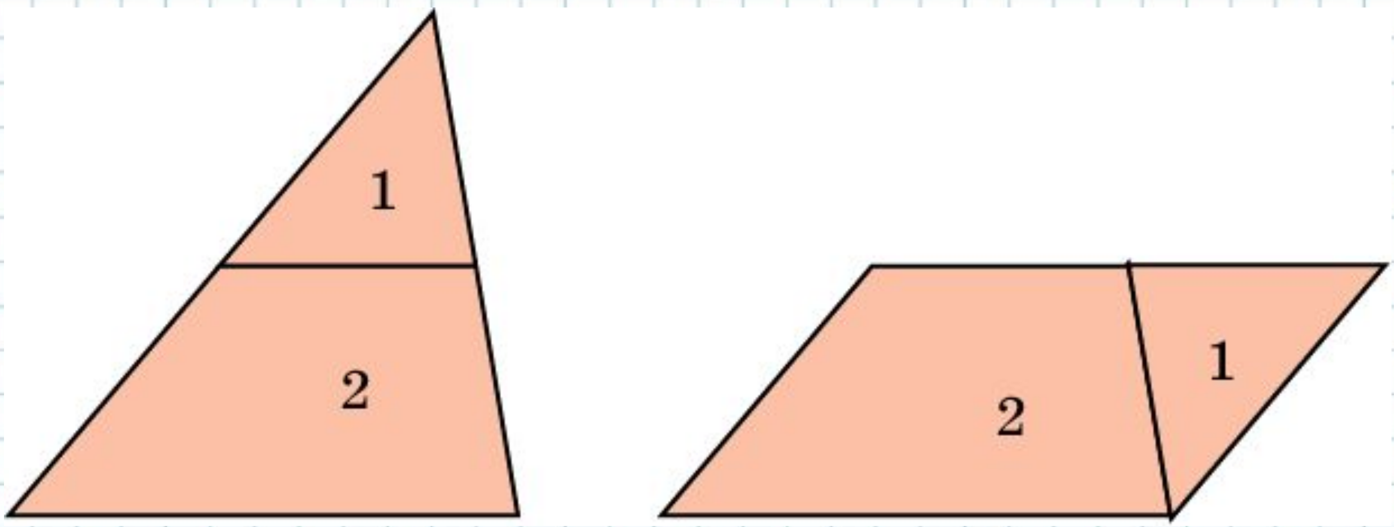
Параллелограмм разрежьте на две части, из которых можно сложить прямоугольник.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 2

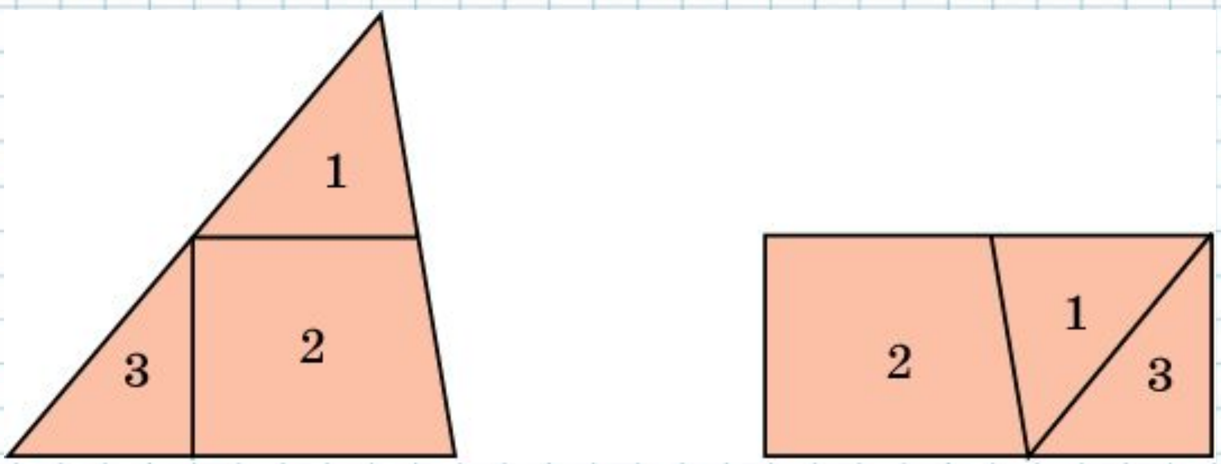
Треугольник разрежьте на две части, из которых можно сложить параллелограмм.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 3

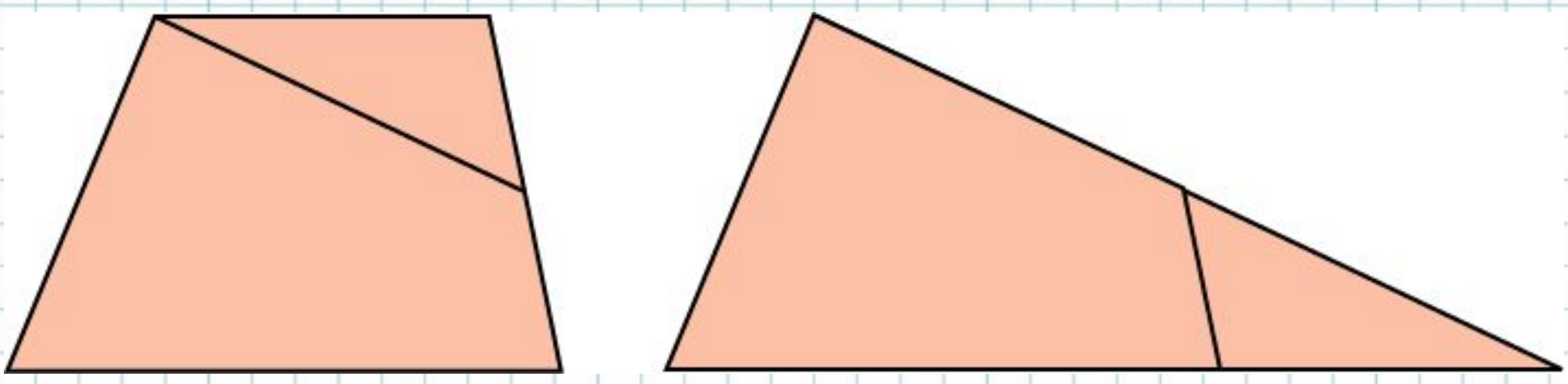
Треугольник разрежьте на три части, из которых можно составить прямоугольник.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 4

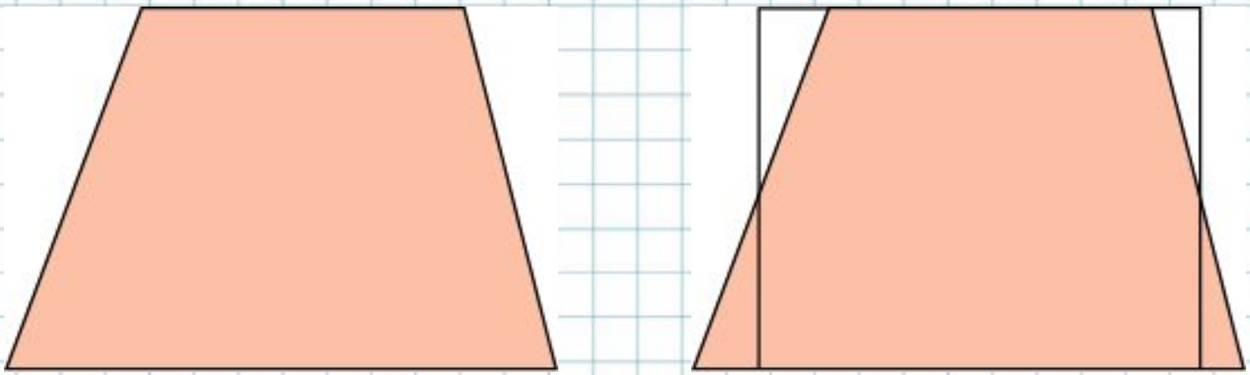
Трапецию разрежьте на две части, из которых можно сложить треугольник.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 5

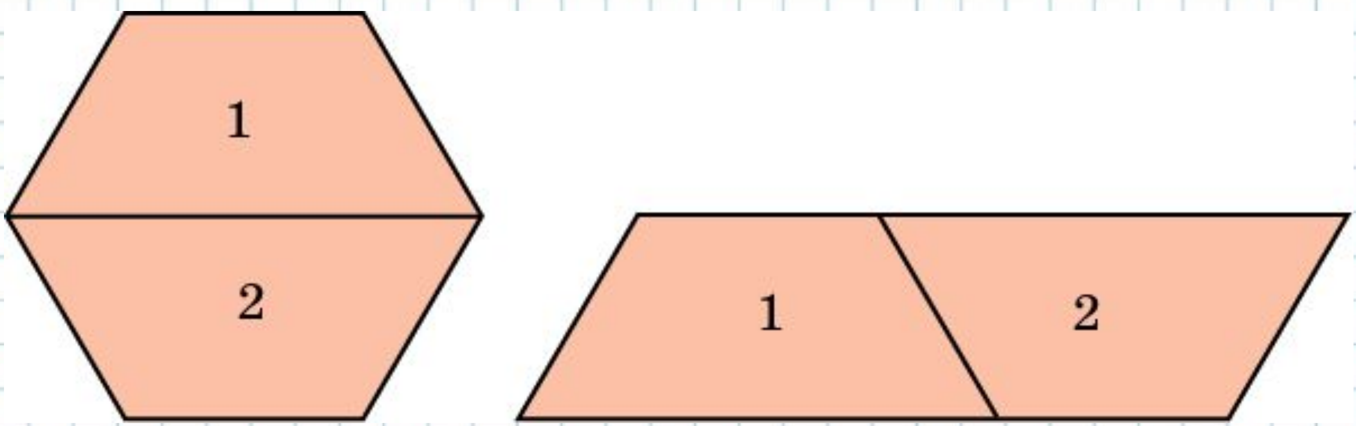
Трапецию разрежьте на три части, из которых можно сложить прямоугольник.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 6

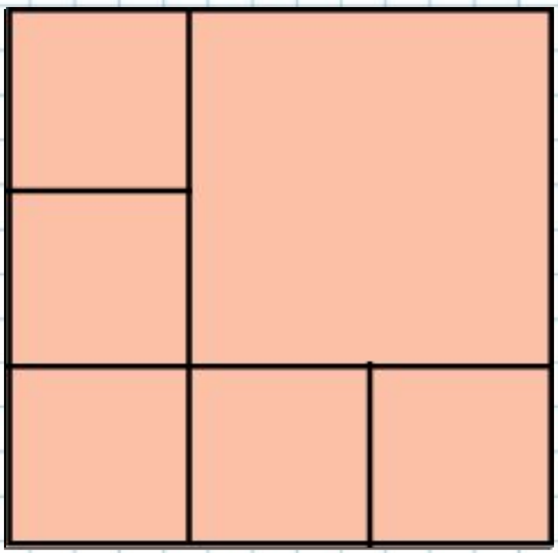
Правильный шестиугольник разрежьте на две части, из которых можно составить параллелограмм.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 7

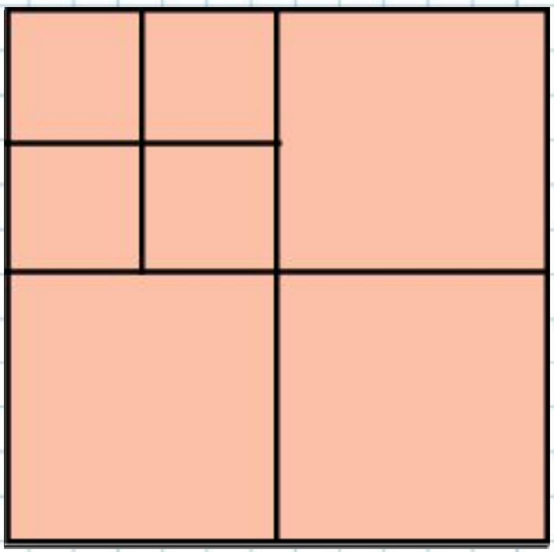
Разрежьте квадрат на шесть квадратов.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 8

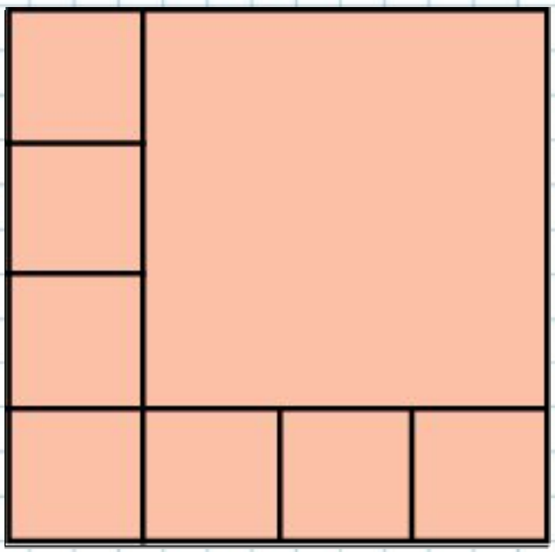
Разрежьте квадрат на семь квадратов.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 9

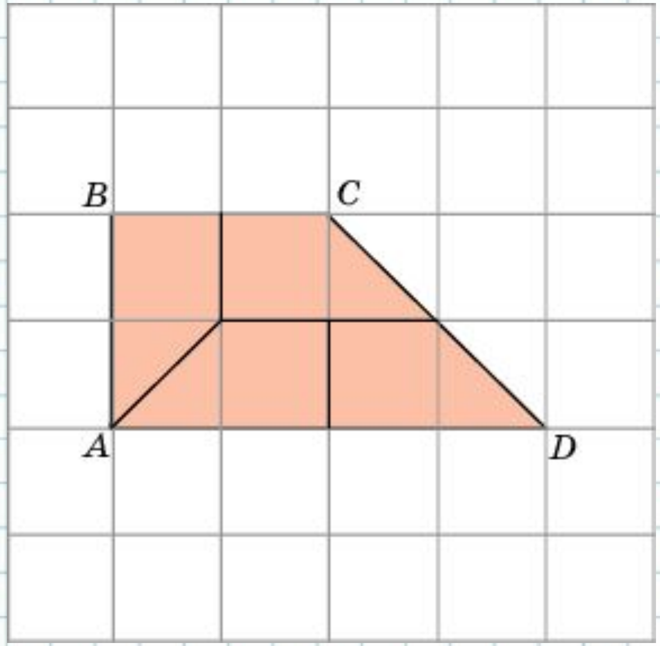
Разрежьте квадрат на восемь квадратов.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 10

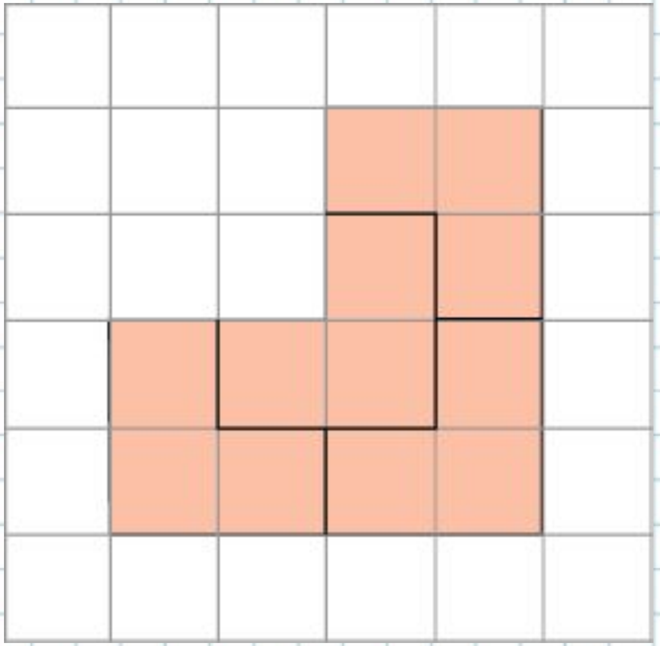
Разрежьте трапецию на четыре равные трапеции.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 11

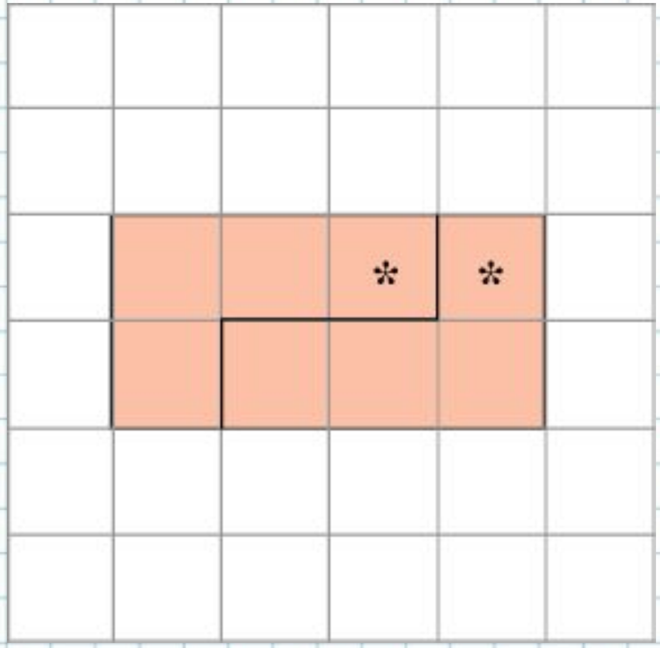
Разрежьте закрашенную фигуру на четыре равные части.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 12

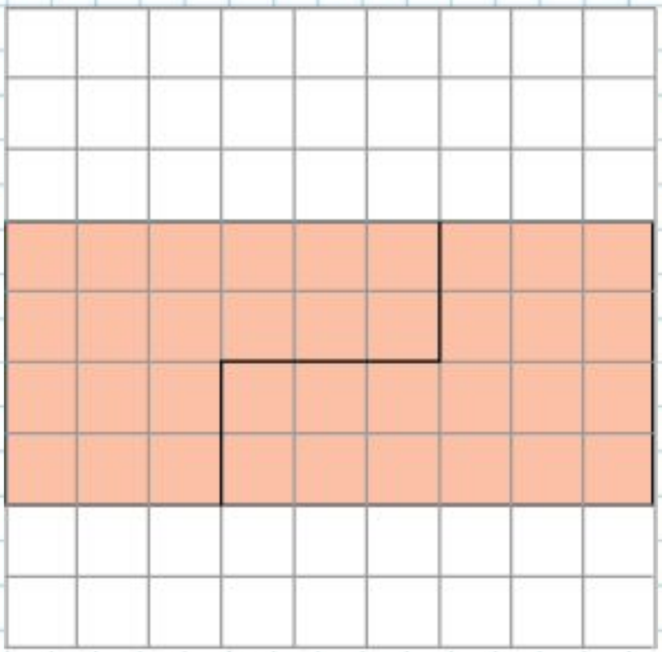
Разрежьте прямоугольник на две равные части так, чтобы в каждой из них была звездочка.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 13

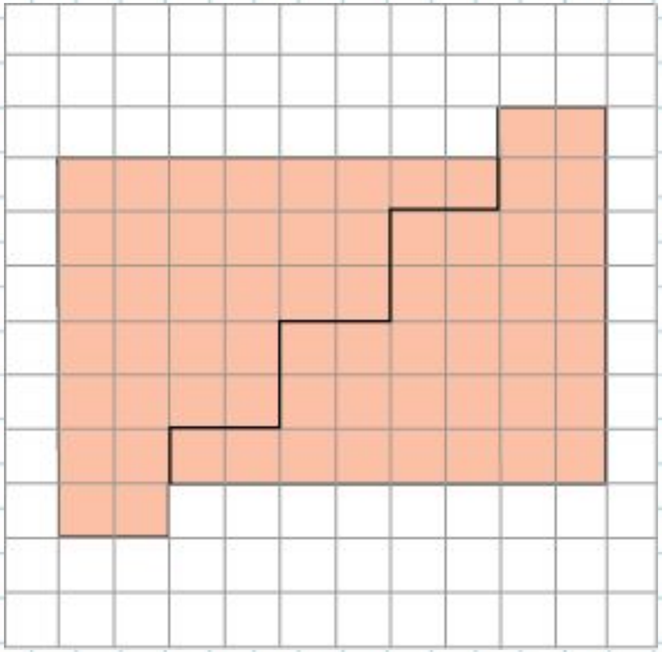
Прямоугольник разрежьте на две части, из которых можно сложить квадрат.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 14

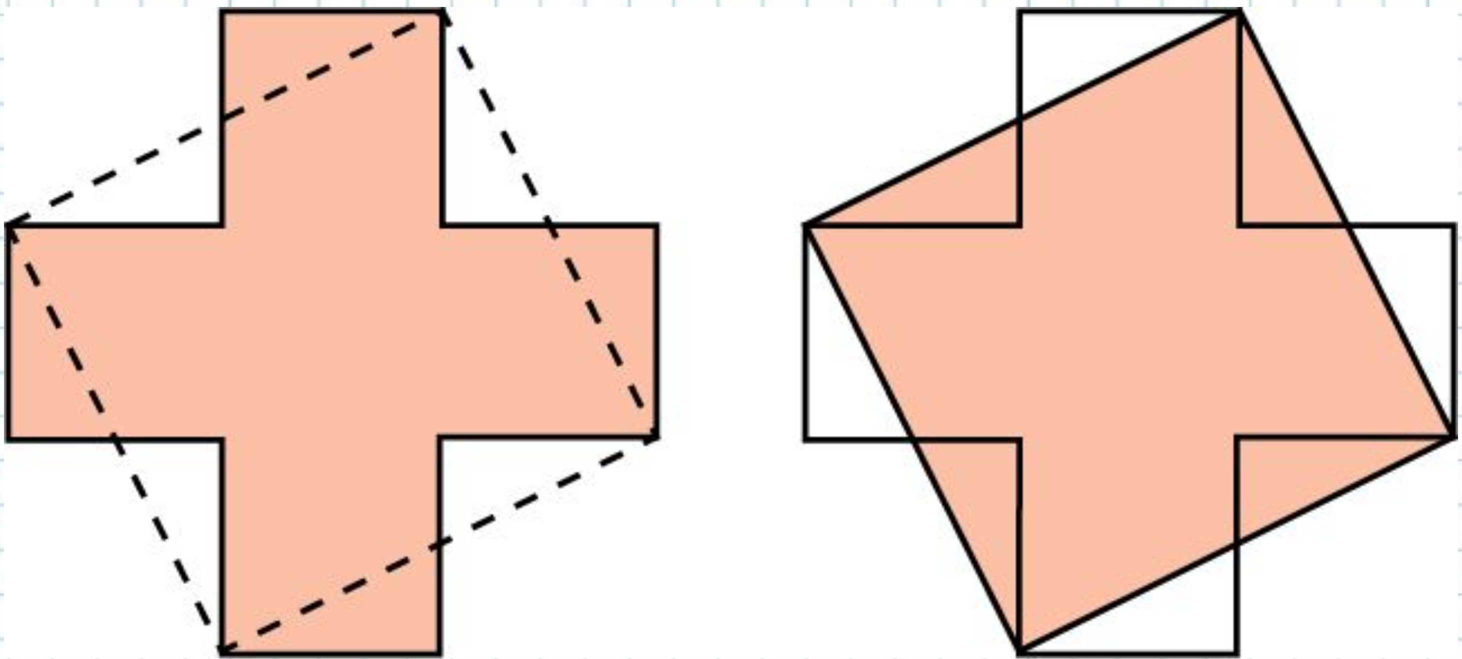
Восьмиугольник разрежьте на две части, из которых можно сложить квадрат.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 15

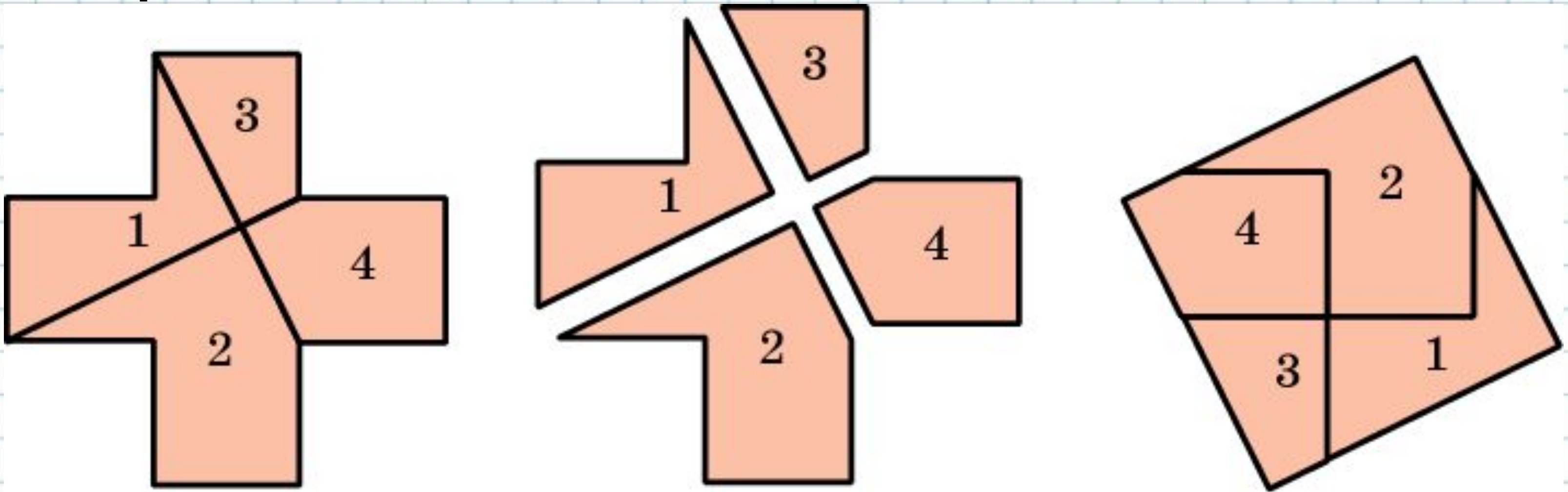
Греческий крест разрежьте на несколько частей и составьте из них квадрат.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 16

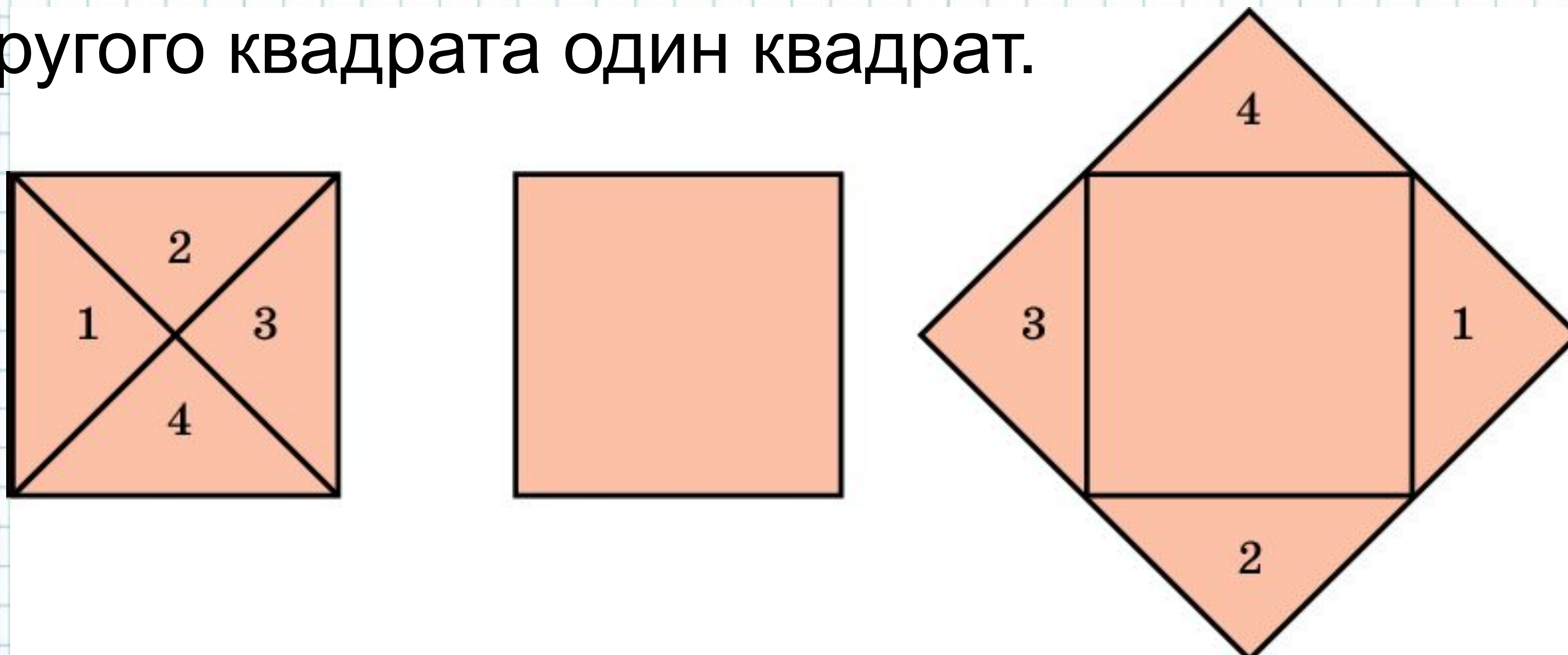
Греческий крест разрежьте по двум прямым и из полученных частей составьте квадрат.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 17

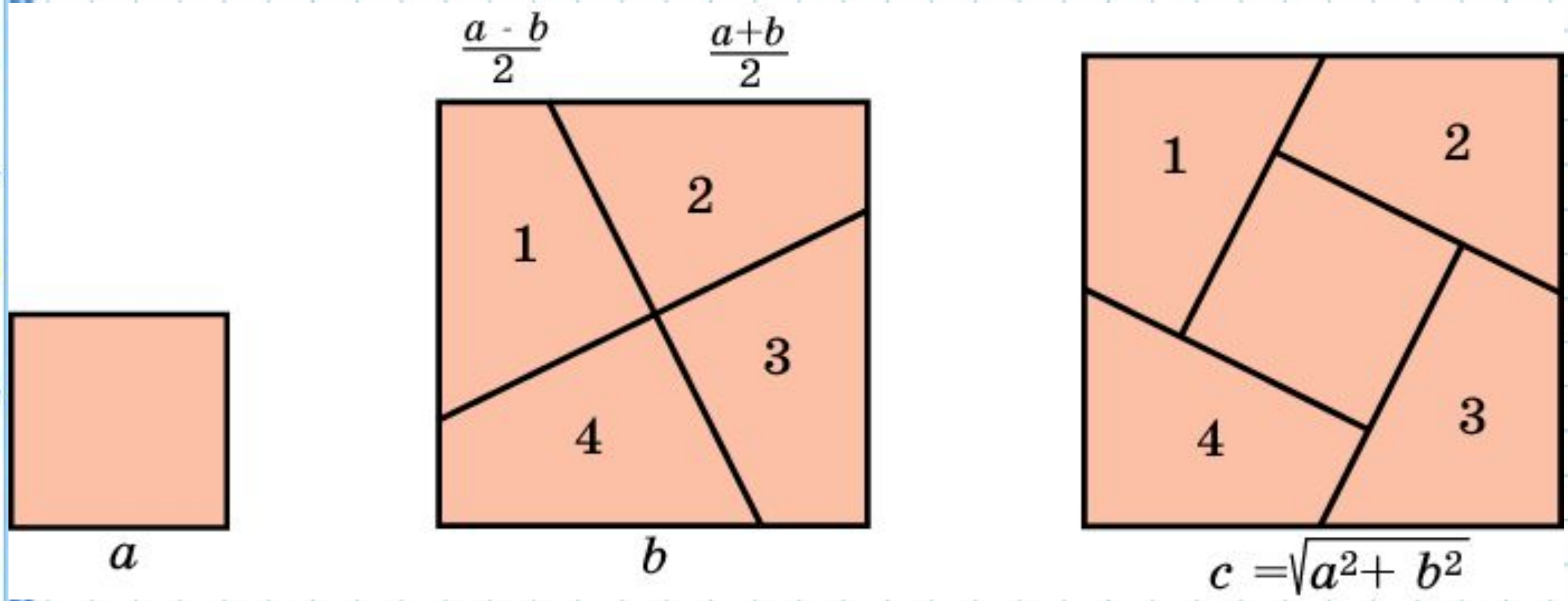
Один из двух равных квадратов разрежьте на несколько частей и составьте из них и другого квадрата один квадрат.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 18

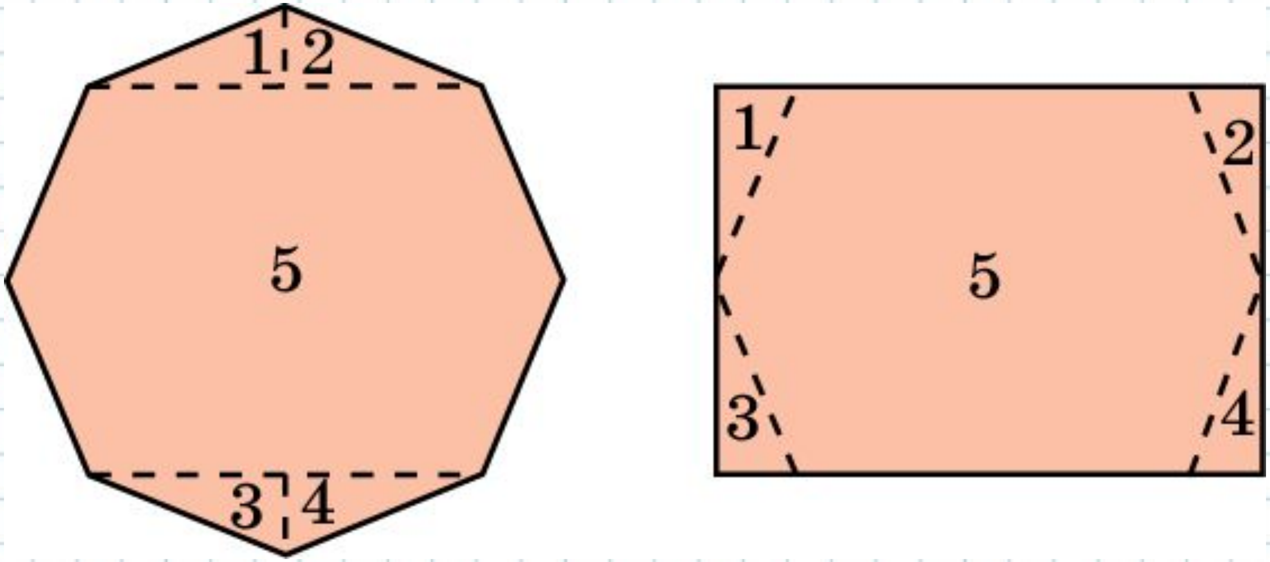
Один из двух неравных квадратов разрежьте на несколько частей и составьте из них и другого квадрата



Решение показано на рисунке.

Упражнение 19

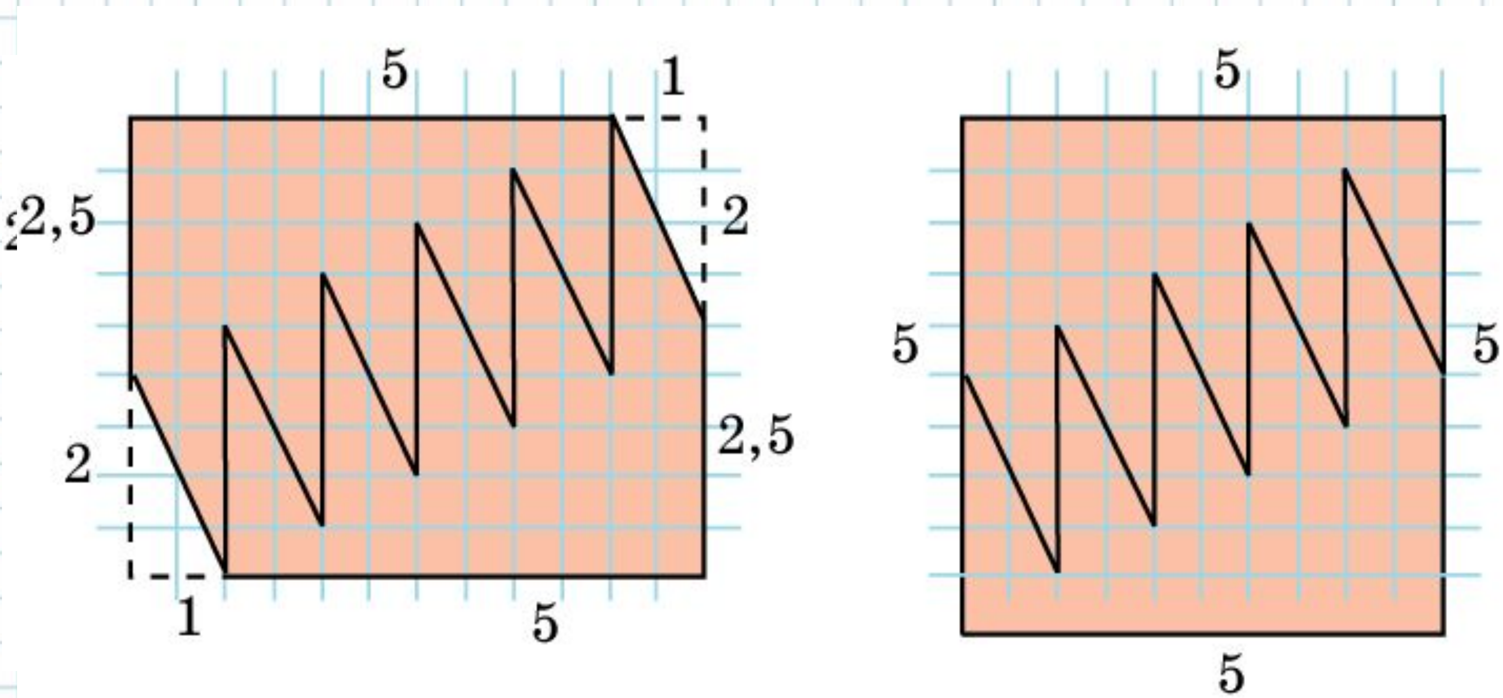
Используя разрезания, докажите, что площадь правильного восьмиугольника равна произведению его наибольшей и наименьшей диагоналей.



Решение показано на рисунке.

Упражнение 20

Шестиугольник, изображенный на рисунке, разрежьте на две части, из которых можно сложить квадрат.



Решение показано на рисунке.

Вопросы для самоконтроля

- **Что такое площадь?**
- **Перечислите свойства площади?**
- **Какие фигуры называют равными?**
- **Какие фигуры называют равновеликими?**
- **Какие фигуры называют равносоставленными?**
- **Зачем нужна палетка?**
- ***Равносоставленные фигуры всегда равновелики?***

Да

- ***Равновеликие фигуры всегда равносоставленные?***

Да

- ***Любые два равновеликих многоугольника всегда равносоставлены?***

Да

- ***Могут ли 2 равносоставленных треугольника иметь разные площади?***

Нет

Домашнее задание

1) Нарисовать фигуру с площадью 21 см^2

2) Нарисуйте две равновеликие фигуры

Литература:

Основная:

Л.П. Стойлова «Математика» : Учеб. пособие для учащихся пед. колледжей М., 1998

Дополнительная:

- Болтянский В. Г., Равновеликие и равносоставленные фигуры Депман И. Я., Виленкин Н.Я.За страницами учебника математики. Пособие для учащихся 5-6 классов средней школы. – М : Просвещение, 1989
- Лэнгдон Н., Снейп Ч. С математикой в путь. – М: Просвещение, 1991.
- Окунев А.А.Спасибо за урок, дети! - М:Просвещение,1988.
- Проблемы Гильберта. Сб., М., 1969;
- Смирнова Е.С.Методическая разработка курса наглядной геометрии:5класс.Книга для учителя.- М:Просвещение,1999.
- Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н., Наглядная геометрия.5-6 кл. Учебное пособие.- М.:Дрофа, 1998.
- Энциклопедия элементарной математики, книга 5, М., 1966;