Решение простейших задач по теории вероятности

Выполнил студент группы 1 ИС

Литвинов Даниил

Теория вероятности

Если опыт, в котором появляется событие А, имеет конечное число n равновозможных исходов, то вероятность события А равна

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

m–число благоприятных исходов,

n - число всех возможных исходов.

Пример задачи по определению вероятности

1. На столе лежат 20 пирожков — 5 с капустой, 7 с яблоками и 8 с рисом. Марина хочет взять пирожок. Какова вероятность, что она возьмет пирожок с рисом?

2. На тарелке 30 пирожков: 3 с мясом, 18 с капустой и 9 с вишней. Саша наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

3. В каждой партии из 1000 лампочек в среднем 20 бракованных. Найдите вероятность того, что наугад взятая лампочка из партии будет исправной.

1.Всего равновероятных элементарных исходов 20, то есть Марина может взять любой из 20 пирожков. Но нам нужно оценить вероятность того, что Марина возьмет пирожок с рисом, то есть , где A — это выбор пирожка с рисом. Значит у нас количество благоприятных исходов (выборов пирожков с рисом) всего 8. Тогда вероятность будет определяться по формуле:

$$P(A) = \frac{k}{n} = \frac{8}{20} = 0,4$$

2.Решение:

$$P = \frac{9}{30} = 0,3.$$

3.Решение: Количество исправных лампочек 1000-20=980.
Тогда вероятность того, что взятая наугад лампочка из партии будет исправной:

$$P = \frac{980}{1000} = 0,98$$

Теоремы сложения и умножения вероятностей, формулы.

Для произвольных событий А и В вероятность суммы этих событий равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного события, т.е.
$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

Для независимых событий А и В вероятность произведения этих событий равна произведению их вероятностей, т.е. в этом случае $PAB)=P(A)\cdot P(B)$.

Не всегда подсчет числа исходов является столь простым. В ряде случаев необходимо использовать формулы комбинаторики. При этом наиболее важным является подсчет числа событий, удовлетворяющих определенным условиям. Иногда такого рода подсчеты могут становиться самостоятельными заданиями.

Сколькими способами можно усадить 6 учеников на 6 свободных мест? Первый ученик займет любое из 6 мест. Каждому из этих вариантов соответствует 5 способов занять место второму ученику. Для третьего ученика остается 4 свободных места, для четвертого — 3, для пятого — 2, шестой займет единственное оставшееся место. Чтобы найти число всех вариантов, надо найти произведение, которое обозначается символом 6! и читается «шесть факториал».

В общем случае ответ на этот вопрос дает формула для числа перестановок из n элементов

$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ В нашем случае $n = 6$.

В общем случае ответ на этот вопрос дает формула для числа перестановок из n элементов
$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ В нашем случае $n = 6$.

Рассмотрим теперь другой случай с нашими учениками. Сколькими способами можно усадить 2 учеников на 6 свободных мест? Первый ученик займет любое из 6 мест. Каждому из этих вариантов соответствует 5 способов занять место второму ученику. Чтобы найти число всех вариантов, надо найти произведение $6 \cdot 5$.

В общем случае ответ на этот вопрос дает формула для числа размещений из n элементов по k элементам

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

В нашем случае $n = 6, k = 2$.

И последний случай из этой серии. Сколькими способами можно выбрать трех учеников из 6? Первого ученика можно выбрать 6 способами, второго — 5 способами, третьего — четырьмя. Но среди этих вариантов 6 раз встречается одна и та же тройка учеников. Чтобы найти число всех вариантов, надо вычислить величину: $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20$. В общем случае ответ на этот вопрос дает формула для числа сочетаний из n элементов по k элементам:

$$C_n^k = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}.$$

В нашем случае $n = 6, k = 3$.

Примеры решения задач из ЕГЭ по математике на определение вероятности

Задача 1.
Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся У. верно решит больше 9 задач, равна 0,67. Вероятность того, что У. верно решит больше 8 задач, равна 0,73. Найдите вероятность того, что У. верно решит ровно 9 задач.

Задача 2.
На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Задача 3.
Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,29. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Решение:

Если мы вообразим числовую прямую и на ней отметим точки 8 и 9, то мы увидим, что условие «У. верно решит ровно 9 задач» входит в условие «У. верно решит больше 8 задач но не относится к условию «У. верно решит больше 9 задач».

Однако, условие «У. верно решит больше 9 задач» содержится в условии «У. верно решит больше 8 задач». Таким образом, если мы обозначим события: «У. верно решит ровно 9 задач» — через A, «У. верно решит больше 8 задач» — через B, «У. верно решит больше 9 задач» через C. То решение будет выглядеть следующим образом:

$P(A) = P(B) - P(C) = 0,73 - 0,67 = 0,06.$

Ответ: 0,06.

Решение.

Давайте подумаем какие у нас даны события. Нам даны два несовместных события. То есть либо вопрос будет относиться к теме «Тригонометрия», либо к теме «Внешние углы». По теореме вероятности вероятность несовместных событий равна сумме вероятностей каждого события, мы должны найти сумму вероятностей этих событий, то есть:

$$P(AB) = P(A) + P(B) = 0,2 + 0,15 = 0,35$$

Ответ: 0,35.

Решение:

Рассмотрим возможные события. У нас есть три лампочки, каждая из которых может перегореть или не перегореть независимо от любой другой лампочки. Это независимые события.

Тогда укажем варианты таких событий. Примем обозначения: $\bigcirc$— лампочка горит, $\otimes$ — лампочка перегорела. И сразу рядом подсчитаем вероятность события. Например, вероятность события, в котором произошли три независимых события «лампочка перегорела», «лампочка горит», «лампочка горит»: $P = 0,29 \cdot 0,71 \cdot 0,71 = 0,146189$, где вероятность события «лампочка горит» подсчитывается как вероятность события, противоположного событию «лампочка не горит», а именно: $P = 1 - 0,29 = 0,71$.

$\otimes\otimes\otimes$ $P = 0,29 \cdot 0,29 \cdot 0,29 = 0,024389$

$\otimes\bigcirc\bigcirc$ $P_1 = 0,29 \cdot 0,71 \cdot 0,71 = 0,146189$

$\otimes\otimes\bigcirc$ $P_2 = 0,29 \cdot 0,29 \cdot 0,71 = 0,05971$

$\bigcirc\otimes\bigcirc$ $P_3 = 0,71 \cdot 0,29 \cdot 0,71 = 0,05971$

$\bigcirc\otimes\otimes$ $P_4 = 0,71 \cdot 0,29 \cdot 0,29 = 0,146189$

$\bigcirc\bigcirc\otimes$ $P_5 = 0,71 \cdot 0,71 \cdot 0,29 = 0,05971$

$\otimes\bigcirc\otimes$ $P_6 = 0,29 \cdot 0,71 \cdot 0,29 = 0,146189$

$\bigcirc\bigcirc\bigcirc$ $P_7 = 0,71 \cdot 0,71 \cdot 0,71 = 0,357911$

Заметим, что благоприятных нам несовместных событий всего 7. Вероятность таких событий равна сумме вероятностей каждого из событий:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 = 0,146189 + 0,05971 + 0,05971 + 0,146189 + 0,05971 + 0,146189 + 0,357911 = 0,975608$$

Ответ: 0,975608.

Пример 1. В корзине 9 красных шаров и 3 синих. Шары различаются только цветом. Наугад (не глядя) достаём один из них. Какова вероятность того, что выбранный таким образом шар окажется синего цвета?

Решение. Теперь вычислим вероятность выбора синего шара.
Событие А: "выбранный шар оказался синего цвета"
Общее число всех возможных исходов: 9+3=12 (количество всех шаров, которые мы могли бы вытащить)
Число благоприятных для события А исходов: 3 (количество таких исходов, при которых событие А произошло, - то есть, количество синих шаров)
$P(A)=3/12=1/4=0,25$
Ответ: 0,25

Пример 2. Конференция длится три дня. В первый и второй день выступают по 15 докладчиков, в третий день – 20. Какова вероятность того, что доклад профессора М. выпадет на третий день, если порядок докладов определяется жеребьевкой?

Что здесь является элементарным исходом? – Присвоение докладу профессора какого-то одного из всех возможных порядковых номеров для выступления. В жеребьевке участвует 15+15+20=50 человек. Таким образом, доклад профессора М. может получить один из 50 номеров. Значит, и элементарных исходов всего 50.
А какие исходы благоприятные? – Те, при которых окажется, что профессор будет выступать в третий день. То есть, последние 20 номеров.
По формуле вероятность $P(A)= 20/50=2/5=4/10=0,4$
Ответ: 0,4

Пример 3. В жеребьевке участвуют 5 немцев, 8 французов и 3 эстонца. Какова вероятность того, что первым (/вторым/седьмым/последним – не важно) будет выступать француз.

Количество элементарных исходов – количество всех возможных людей, которые могли бы по жеребьевке попасть на данное место. 5+8+3=16 человек.
Благоприятные исходы – французы. 8 человек.
Искомая вероятность: 8/16=1/2=0,5
Ответ: 0,5

Пример 4. Когда подбрасываем монету, какова вероятность выпадения решки?
Исходов 2 – орел или решка. (считается, что монета никогда не падает на ребро) Благоприятный исход – решка, 1.
Вероятность 1/2=0,5
Ответ: 0,5.

Пример 7. Бросаем две игральные кости. Какова вероятность, что в сумме выпадет 10? (округлить до сотых)
Для одного кубика 6 возможных исходов. Значит, для двух, по вышеупомянутому правилу, 6·6=36. Какие исходы будут благоприятными для того, чтоб в сумме выпало 10? 10 надо разложить на сумму двух чисел от 1 до 6. Это можно сделать двумя способами: 10=6+4 и 10=5+5. Значит, для кубиков возможны варианты:
(6 на первом и 4 на втором)
(4 на первом и 6 на втором)
(5 на первом и 5 на втором)
Итого, 3 варианта. Искомая вероятность: 3/36=1/12=0,08
Ответ: 0,08


Я САМ СДЕЛАЛ
А ТЫ НЕ СМОЖЕШЬ
risovach.ru