

Справочный



Элементарные события – простейшие события, которыми может закончиться случайный опыт.

Сумма вероятностей всех элементарных событий равна 1.

$P(A)$ равна сумме вероятностей элементарных событий, благоприятствующих этому событию.

$A \cup B$ (объединение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих хотя бы одному из событий A , B

$A \cap B$ (пересечение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих обоим событиям A и B .

\overline{A} называется **противоположным событием** A , если состоит из тех и только тех элементарных исходов, которые не входят в A .

Несовместные события – это события, которые не наступают в одном опыте.

Вероятности противоположных событий:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$



Формула сложения вероятностей:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Формула сложения для несовместных событий:

Формула умножения вероятностей:

Условная
вероятность В при
условии, что А
наступило

Формула вероятности k успехов в серии из n испытаний Бернулли:

p – вероятность успеха, q=1-p вероятность
неудачи в одном испытании

Схема решения задач:

1. Определить, в чем состоит случайный эксперимент и какие у него элементарные события. Убедиться, что они равновероятны.
2. Найти общее число элементарных событий (N)
3. Определить, какие элементарные события благоприятствуют событию A , и найти их число $N(A)$.
4. Найти вероятность события A по формуле

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$



Задача 1. Вася, Петя, Коля и Леша бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что игру будет начинать Петя.

Решение:

Случайный эксперимент – бросание жребия.

Элементарное событие – участник, который выиграл жребий.

Число элементарных событий: $N=4$

Событие $A = \{\text{жребий выиграл Петя}\}$, $N(A)=1$

Ответ:

0,25

Реши

Дежурные по классу Алексей, Иван, Татьяна и Ольга бросают жребий - кому стирать с доски. Найдите вероятность того, что стирать с доски достанется одной из девочек.

Алексей

Иван

Татьяна

Ольга

$$P(A) = \frac{2}{4} = 0,5$$



Ответ:

0,5

Реши

Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

$$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3$$



Ответ:

0,3

Реши

Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.



Ф/1	ОР	ОР	ОР	ОР	РО	РО	РО	РО
Ф/2	ОР	ОР	РО	РО	ОР	ОР	РО	РО
Ф/3	ОР	РО	ОР	РО	ОР	РО	ОР	РО

О – орел (первый)

Р – решка (второй)

$$P(A) = \frac{3}{8} = 0,375$$

Ответ:

0,375

Задача 2. Игральный кубик бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало **число очков, большее чем 4.**

Решение:

Случайный эксперимент – бросание кубика.

Элементарное событие – число на выпавшей грани.

Всего граней:



$N=6$

Элементарные события:

1, 2, 3, 4, 5, 6

$N(A)=2$

Ответ: 1/3

Реши

В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньше чем 4.

1, 2, 3 4, 5, 6

$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ:

0,5



Реши

В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет четное число.

1, 2, 3, 4, 5, 6

$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ:

0,5



Реши

В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, отличающееся от числа 3 на единицу.

1, , 3, , 5, 6

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Ответ:

1/3



Задача 3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что **орел выпадет ровно один раз**.

Решение:

Возможные исходы события:



$$N=4$$

$$N(A)=2$$

решка - орел -
Р О

1 бросок	2 бросок
О	О
О	Р
Р	О
Р	Р

4 исхода

Ответ: 0,

Реши

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадет ОРЕЛ, во второй - РЕШКА)



1	2
О	О
О	Р
Р	О
Р	Р

$$P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ:

0,25

Реши

Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы один ОРЕЛ.



1	2
О	О
О	Р
Р	О
Р	Р

$$P(A) = \frac{3}{4} = 0,75$$

Ответ:

0,25

Задача 4. В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков.



Решение:

Множество элементарных исходов: $N=36$

Числа на выпавших сторонах	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$A = \{\text{сумма равна } 8\}$

$N(A)=5$

Ответ: $5/36$

Реши

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что первый раз выпадет число 6.



Числа на выпавших сторонах	6	5	4	3	2	1
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Всего вариантов 36
Комбинаций с первой «6»
61,62,63,64,65,66

Ответ:

$\frac{1}{6}$

Реши

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что первый раз и во второй раз выпадет одинаковое число очков.



Числа на выпавших сторонах	1	2	3	4	5	6
1	■					
2		■				
3			■			
4				■		
5					■	
6						■

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Ответ:

1/6

Реши

Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию $A = \{\text{сумма очков равна } 5\}$



Числа на выпавших сторонах	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Ответ:

Реши

Игральный кубик бросают дважды. Какая сумма очков наиболее вероятна?



Числа на выпавших сторонах	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Ответ:

Задача 5. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Какова вероятность того, что **орел выпал ровно два раза.**

Решение: Множество элементарных исходов: **$N=8$**

1 бросо к	2 бросо к	3 бросо к
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
О	Р	Р
Р	О	О
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

$A = \{ \text{орел выпал ровно 2} \}$ **$N(A)=3$**

8 исходов

Ответ:

0,375

Реши

самостоятельно

Монету бросают три раза. Какова вероятность того, что результаты двух первых бросков будут одинаковы?



1	2	3
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
О	Р	Р
Р	О	О
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

$$P(A) = \frac{4}{8} = 0,5$$

Ответ:

0,5

Реши

самостоятельно

Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что результаты первого и последнего броска различны.



1	2	3
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
О	Р	Р
Р	О	О
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

$$P(A) = \frac{4}{8} = 0,5$$

Ответ:

0,5

Реши

самостоятельно!

Монету бросают 4 раза.
Какова вероятность того, что орел выпадет ровно 2 раза?



1	2	3	4
O	O	O	O
O	O	O	P
O	O	P	O
O	O	P	P
O	P	O	O
O	P	O	P
O	P	P	O
O	P	P	P
P	O	O	O
P	O	O	P
P	O	P	O
P	O	P	P
P	P	O	O
P	P	O	P
P	P	P	O
P	P	P	P

$$P(A) = \frac{4}{16} = 0,25$$

Ответ:

0,25

Задача 6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 – из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Решение:

Всего спортсменов: $N = 4 + 7 + 9 + 5 = 25$

$$N=25$$

$A = \{\text{последний из Швеции}\}$

$$N(A)=9$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

Ответ:

0,36

Задача 7. В среднем из 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор окажется исправным.

Решение:

$$N = 1000$$

$A = \{\text{аккумулятор исправен}\}$

$$N(A) = 1000 - 6 = 994$$

Ответ:

0,994

Задача 8. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США , остальные из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение:

Реши самостоятельно

- 1) *Определите N*
- 2) *Определите $N(A)$*

Проверка:

$A = \{\text{первой будет спортсменка из Китая}\}$

$$N = 20$$

$$N(A) = 20 - 8 - 7 = 5$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{5}{20} = 0,25$$

Ответ:

0,25

2 способ: использование формулы сложения вероятностей
несовместных событий

$R = \{\text{первая из России}\}$

$A = \{\text{первая из США}\}$

$C = \{\text{Первая из Китая}\}$

$$P(R) + P(A) + P(C) = 1$$

$$P(C) = 1 - P(R) - P(A)$$

Задача 9. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на 4 группы по 4 команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе.

Решение:

Множество элементарных событий: $N=16$

$A = \{\text{команда России во второй группе}\}$

С номером «2» четыре карточки: $N(A)=4$

Ответ:

0,25

Реши

самостоятельн
о! В группе туристов 24 человека. С помощью жребия они выбирают трех человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдет в магазин?



$$P(A) = \frac{3}{24} = 0,125$$

Ответ:

0,125

Реши

самостоятельно

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 7 спортсменов из России, 6 из Китая, 3 из Кореи, 4 из Японии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет выступать спортсмен из России.



$$P(A) = \frac{7}{7 + 6 + 3 + 4} = \frac{7}{20} = 0,35$$

Ответ:

0,35

Реши

самостоятельно

В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев оказалось 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.



$$5000 - 2512 = 2488$$

$$P(A) = \frac{2488}{5000} = 0,4976 \approx 0,498$$

Ответ:

0,498

Задача 10. Вероятность того, что шариковая ручка пишет плохо (или не пишет) равна 0,1. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что ручка пишет хорошо.

Решение:

$A = \{\text{ручка пишет хорошо}\}$

Противоположное событие:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

Ответ:


0,9

Задача 11. На экзамене по геометрии школьнику достается **один** вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность **того,** что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна **0,2**. Вероятность **того,** что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна **0,15**. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение: $A = \{\text{вопрос на тему «Вписанная окружность»}\}$
 $B = \{\text{вопрос на тему «Параллелограмм»}\}$

События A и B несовместны, т.к. нет вопросов относящихся к двум темам одновременно

$C = \{\text{вопрос по одной из этих тем}\}$

 $P(C) = P(A) + P(B)$

$$P(C) = 0,2 + 0,15 = 0,35$$

Ответ:

0,35

Задача 12. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение: $A = \{\text{кофе закончится в первом автомате}\}$ $P(A) = P(B) = 0,3$
 $B = \{\text{кофе закончится во втором автомате}\}$

По формуле сложения вероятностей:

Ответ:

0,52

Задача 13. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение: Вероятность попадания = 0,8

Вероятность промаха = $1 - 0,8 = 0,2$

$A = \{\text{попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся}\}$

По формуле умножения вероятностей

$$P(A) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2$$

$$P(A) = 0,512 \cdot 0,04 = 0,02048 \approx 0,02$$

Ответ:

0,02

Задача 14. В магазине стоят два платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение: $A = \{\text{хотя бы один автомат исправен}\}$

По формуле умножения вероятностей:

Ответ:

0,9975



Источник материала:

ЕГЭ 2012. Математика. Задача В10. Рабочая тетрадь
Авторы: И.Р.Высоцкий, И.В.Ященко