Теория вероятностей

Презентация предназначена для формирования устойчивых навыков в решении задач по теории вероятностей. Презентация разделена на 3 модуля в соответствии со степенью трудности предлагаемых задач. Каждый модуль содержит теоретический материал и задачи с разобранными решениями.

Повторим теорию

Случайным называется событие, которое в данный момент может произойти, а может и не произойти.

Элементарные события (исходы) – простейшие события, которыми может окончится случайный опыт.

Несовместные события – это события, которые не наступают в одном опыте.

Классическое определение вероятности.

Вероятность события А определяется формулой $P(A)=m/n$, где n- количество всех проведенных опытов, m- количество опытов, в которых появилось событие А.

Модуль 1. Простые задачи

В этом модуле рассматриваются задачи, для решения которых достаточно применения определения вероятности. Иногда здесь мы будем применять также формулу для вычисления вероятности противоположного события. Хотя без этой формулы здесь можно обойтись, она всё равно понадобится при решении задач следующих модулей.

Диагностическая работа

1. На стоянке 56 автомобилей, из них в 42-х есть кондиционер. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на стоянке автомобиле есть кондиционер.

2. В среднем из 1000 садовых шлангов, поступивших в продажу, 16 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля шланг не подтекает.

3. Фабрика выпускает рюкзаки. В среднем на 100 качественных рюкзаков приходится восемнадцать рюкзаков со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленный рюкзак окажется качественным. Результат округлите до сотых.

Задачи о выборе объектов из набора

Задача 1. В чемпионате мира участвуют 24 команды. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по шесть команд в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется в третьей группе?

Решение.

Общее число исходов равно числу карточек — их 24. Благоприятных исходов 6 (так как номер 3 написан на шести карточках). Искомая вероятность равна $\frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

Ответ: 0,25.

Задача 2. В урне 14 красных, 9 жёлтых и 7 зелёных шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется жёлтым?

Решение.

Общее число исходов равно числу шаров: $14 + 9 + 7 = 30$. Число исходов, благоприятствующих данному событию, равно 9. Искомая вероятность равна $\dfrac{9}{30} = \dfrac{3}{10} = 0{,}3$.

Ответ: 0,3.

Задача 3. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной и больше 5?

Решение.

Исходом здесь является нажатие определённой клавиши, поэтому всего имеется 10 равновозможных исходов. Указанному событию благоприятствуют исходы, означающие нажатие клавиши 6 или 8. Таких исходов два. Искомая вероятность равна $\frac{2}{10} = 0{,}2$.

Ответ: 0,2.

Задача 15. Симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

Решение.

Всего возможны 8 исходов: РРР, РРО, РОР, РОО, ОРР, ОРО, ООР, ООО. Благоприятствуют событию «орёл выпадет ровно два раза» 3 исхода: РОО, ОРО, ООР. Искомая вероятность равна $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0{,}375.$

Ответ: 0,375.

Задача 18. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «сумма очков равна 8»?

Решение.

Исходом будем считать пару чисел: очки при первом и втором броске. Тогда указанному событию благоприятствуют следующие исходы: $2-6$, $3-5$, $4-4$, $5-3$, $6-2$. Их количество равно 5.

Ответ: 5.

В. 3

1. В некоторой спортивной школе 400 спортсменов, из них в конце года 384 человека получили грамоту. Найдите вероятность того, что выбранный наугад спортсмен этой школы получил грамоту в конце года.

2. Маша, Даша, Света, Оля и Наташа бросили жребий — кому первому петь песню. Найдите вероятность того, что первая петь песню должна будет не Маша.

3. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 4 часа.

4. Перед началом волейбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру. Команда «Тигры» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх команда «Тигры» выиграет жребий ровно два раза.

5. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 10 очков. Результат округлите до сотых.

Ответы

Модуль 1. Простые задачи

	№ задания						
	1	2	3	4	5	6	7
Диагн. р.	0,75	0,984	0,85	0,125	0,17	0,4	0,1
Вар. 1	0,4	0,486	0,99	0,25	2	0,15	0,075
Вар. 2	0,25	0,925	0,25	0,5	5	0,2	0,16
Вар. 3	0,96	0,8	0,75	0,375	0,08	0,2	0,19
Вар. 4	0,2	0,65	0,5	0,25	0,92	0,27	0,32

Модуль 2. Задачи средней трудности

1. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 24-х пассажиров, равна 0,57. Вероятность того, что окажется меньше 17-ти пассажиров, равна 0,28. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 17 до 23.

2. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,13 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

3. Вероятность того, что на тесте по географии учащийся Р. верно решит больше 12 задач, равна 0,45. Вероятность того, что Р. верно решит больше 11 задач, равна 0,51. Найдите вероятность того, что Р. верно решит ровно 12 задач.

Теоретическая часть

- Два события А и В называют несовместными, если отсутствуют исходы, благоприятствующие одновременно как событию А, так и событию В.
- Пусть событие С означает, что произошло хотя бы одно из событий А и В, тогда С называют объединением событий.
- Два события А и В называют независимыми, если вероятность каждого из них не зависит от появления или не появления другого события.

Пусть событие C означает, что произошло как событие A, так и B. Тогда C называют **пересечением событий*** A и B, пишут $C = A \cap B$.

Если события A и B независимы, то вероятность их пересечения равна произведению вероятностей событий A и B: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Частотой события A называют отношение $\frac{m}{n}$, где n — общее число испытаний, m — число появлений события A.

Задачи о пересечении независимых событий

Задача 22. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,4. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Решение.

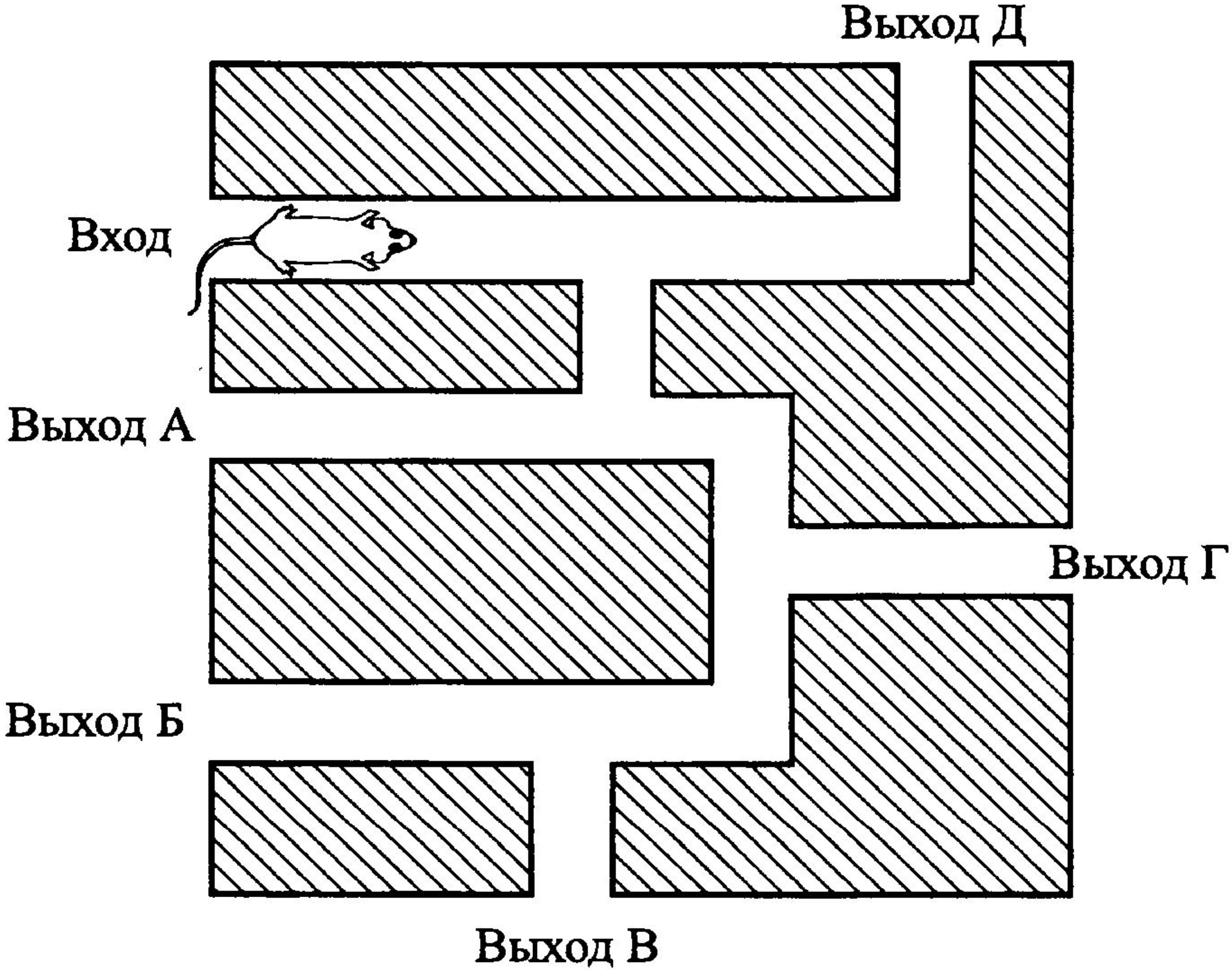
Обозначим через A_1, A_2, A_3 события, означающие, что в выбранный момент времени соответствующий продавец занят. По условию $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 0{,}4$. Искомая вероятность равна

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}064.$$

Ответ: 0,064.

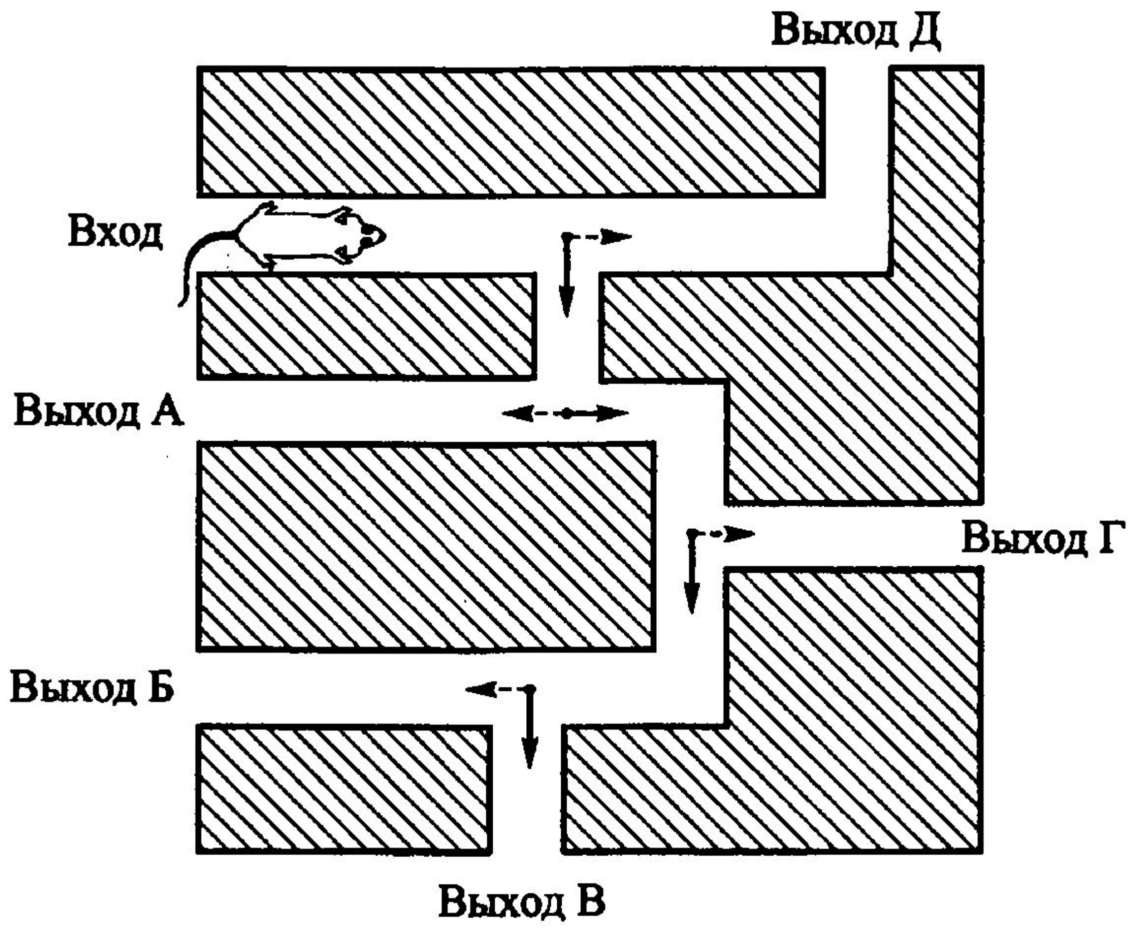
Задача 25.

Задача 25. На рисунке 1 изображён лабиринт. Мышка заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и идти назад мышка не может, поэтому на каждом разветвлении мышка выбирает один из путей, по которому ещё не шла. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью мышка придёт к выходу B.


Выход Д
Вход
Выход А
Выход Г
Выход Б
Выход В

Решение.

Расставим на перекрёстках стрелки в направлениях, по которым может двигаться мышка (см. рис. 2). Выберем на каждом из перекрёстков одно направление из двух возможных и будем считать, что при попадании на перекрёсток мышка будет двигаться по выбранному нами направлению.



Чтобы мышка достигла выхода B, нужно, чтобы на каждом перекрёстке было выбрано направление, обозначенное сплошной линией. Всего выбор направления делается 4 раза, каждый раз независимо от предыдущего выбора. Вероятность того, что каждый раз выбрана сплошная стрелка, равна

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=0{,}5^4=0{,}25^2=0{,}0625.$$

Ответ: 0,0625.

Вариант 2

1. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 19 пассажиров, равна 0,26. Вероятность того, что окажется меньше 6 пассажиров, равна 0,009. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 6 до 18.

2. В магазине четыре продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все четыре продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

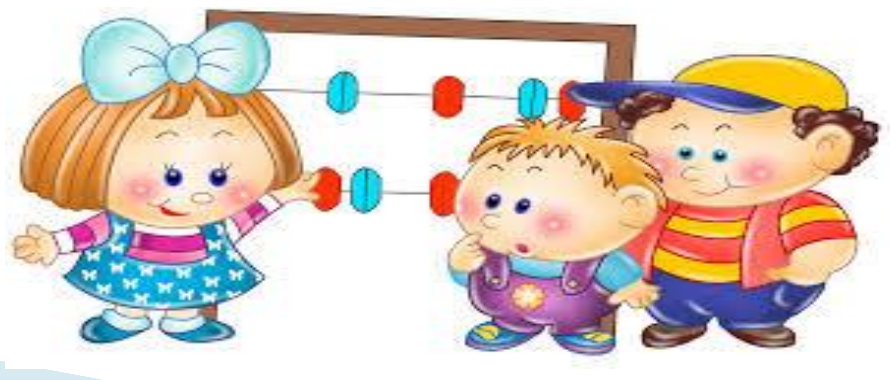
3. Биатлонист шесть раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,2. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал по мишени, а последние два — промахнулся. Результат округлите до тысячных.

4. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,6. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

5. Вероятность того, что новый ноутбук в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,08. В некотором городе из 4000 проданных таких ноутбуков в течение года в гарантийную мастерскую поступило 408 штук. Насколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Модуль 2. Задачи средней трудности

	№ задания						
	1	2	3	4	5	6	7
Диагн. р.	0,29	0,9831	0,06	0,058	0,51	0,3213	0,044
Вар. 1	0,38	0,9936	0,19	0,8649	0,39	0,3332	0,0584
Вар. 2	0,251	0,0081	0,001	0,64	0,022	0,125	0,7
Вар. 3	0,37	0,084	0,47	0,08	0,52	0,2877	0,052
Вар. 4	0,79	0,008	0,05	0,9676	0,003	0,0625	0,45



Модуль 3. Трудные задачи

Диагностическая работа

1. На фабрике керамической посуды 5% произведённых кувшинов имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных кувшинов. Остальные кувшины поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранный при покупке кувшин не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

2. В Сказочной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,6 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 12 февраля, погода в Сказочной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 14 февраля в Сказочной стране будет отличная погода.

Теоретическая часть

Если имеются события A и B, то

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B),$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B).$$

Эти формулы следуют применять, когда A и B — зависимые совместные события (более простые случаи рассмотрены в предыдущем модуле).

Задачи на проценты

Задача 35. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 40% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 48% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение.

Пусть x — искомая вероятность. Пусть всего закуплено n яиц. Тогда в первом хозяйстве закуплено $x \cdot n$ яиц, из них $0{,}6x \cdot n$ высшей категории. Во втором хозяйстве закуплено $(1-x) \cdot n$ яиц, из них $0{,}4 \cdot (1-x) \cdot n$ высшей категории. Всего высшую категорию имеют $0{,}48n$ яиц. Отсюда

$0{,}6x \cdot n + 0{,}4 \cdot (1-x) \cdot n = 0{,}48n,$

$0{,}6x + 0{,}4 \cdot (1-x) = 0{,}48,$

$0{,}6x + 0{,}4 - 0{,}4x = 0{,}48,$

$0{,}2x = 0{,}08,$

$x = 0{,}4.$

Ответ: 0,4.

Задача 36. На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 70% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Решение.

Пусть всего произведено x тарелок. Качественных тарелок $0{,}8x$ (80% от общего числа), они поступают в продажу. Дефектных тарелок $0{,}2x$, из них в продажу поступает 30%, то есть $0{,}3 \cdot 0{,}2x = 0{,}06x$. Всего в продажу поступило $0{,}8x + 0{,}06x = 0{,}86x$ тарелок. Вероятность купить тарелку без дефектов равна $\frac{0{,}8x}{0{,}86x} = \frac{40}{43} \approx 0{,}93$.

Ответ: 0,93.

Вариант 3

1. В гончарной мастерской 20% произведённых чашек имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 85% дефектных чашек. Остальные чашки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке чашка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

2. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из России будет выступать после группы из Италии, но перед группой из Грузии? Результат округлите до сотых.

3. Агрофирма закупает огурцы в двух теплицах. 70% огурцов из первой теплицы — огурцы высшей категории, а из второй теплицы — 80% огурцов высшей категории. Всего высшую категорию получает 72% огурцов. Найдите вероятность того, что огурец, купленный у этой агрофирмы, окажется из первой теплицы.

4. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,3, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,9?

Модуль 3. Трудные задачи

	№ задания			
	1	2	3	4
Диагн. р.	0,99	0,48	0,266	0,17
Вар. 1	0,088	0,33	0,5	0,02
Вар. 2	0,2	0,1056	0,33	0,16
Вар. 3	0,96	0,17	0,8	4
Вар. 4	3	0,98	0,125	0,392


ЕГЭ
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
Под редакцией
Ф.Ф. Лысенко,
С.Ю. Кулабухова
готовимся к ЕГЭ
МАТЕМАТИКА
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
ПОДГОТОВКА
К ЕГЭ-2014
$P(A)=\frac{m}{n}$
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
ЛЕГИОН
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
«МАТЕМАТИКА. ПОДГОТОВКА К ЕГЭ»


спасибо!