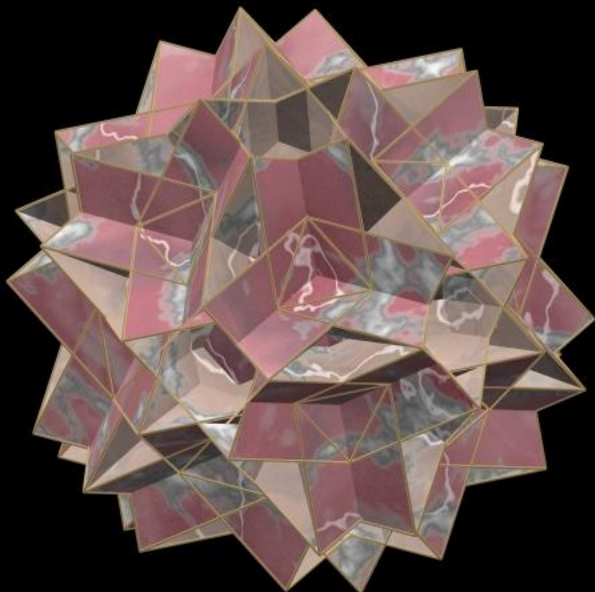


# Понятие

# многогранника

# Призма.





# Основные вопросы:

---

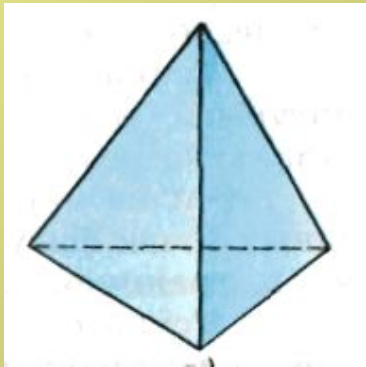
1. **Понятие многогранника и его элемента.**
2. **Призма и её виды.**
  - **Определение призмы и её элементов.**
  - **Основные свойства призм.**
  - **Описание поверхности призмы (основания и боковая поверхность).**
  - **Определение высоты и диагонали призмы.**
3. **Теорема о боковой поверхности призмы.**
4. **Сечения призмы плоскостью.**

# Многогранник

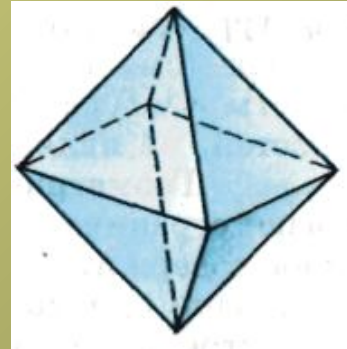
или многогранная поверхность

-это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело

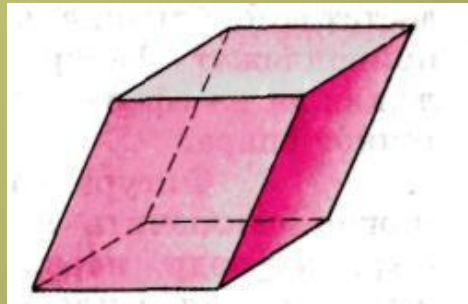
## Примеры многогранников



*Тетраэдр* — поверхность, составленная из четырёх треугольников



*Октаэдр* — поверхность, составленная из восьми треугольников



*Параллелепипед* — поверхность, составленная из шести параллелограммов

# Элементы многогранника

Грани многогранника

**многоугольники, из которых составлен многогранник**

Рёбра многогранника

**стороны граней**

Вершины многогранника

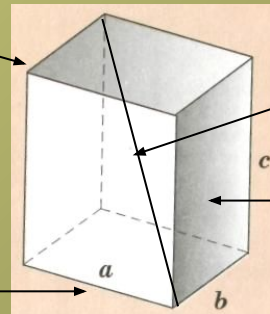
**концы рёбер**

Диагональ многогранника

**отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани**

Вершина многогранника

Ребро многогранника



Диагональ многогранника

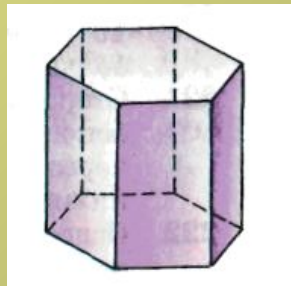
Грань многогранника

# МНОГОГРАННИКИ бывают

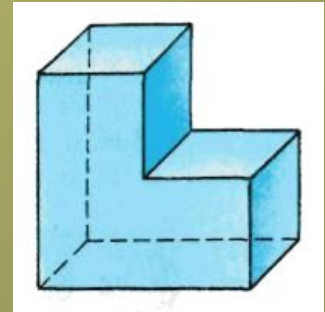
**ВЫПУКЛЫЕ**

**НЕВЫПУКЛЫЕ**

Многогранник расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани



Многогранник расположен по разные стороны от плоскости каждой его грани

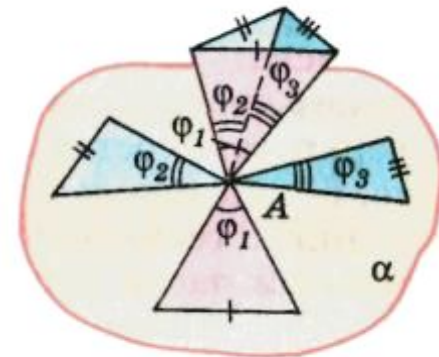


Все грани выпуклого многогранника являются выпуклыми многоугольниками.

## Свойства выпуклых многогранников

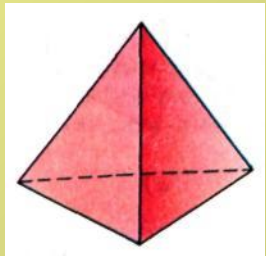
*В выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его вершине меньше  $360^{\circ}$*

На рисунке сумма всех плоских углов при вершине А, т.е.  $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 < 360^{\circ}$

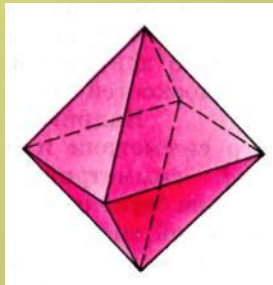


# ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Выпуклый многогранник называется **правильным**, если все его грани – равные правильные многоугольники и в каждой его вершине сходится одно и то число рёбер



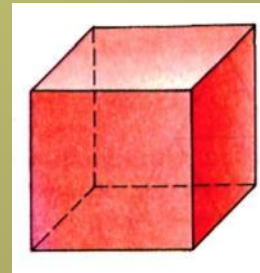
**правильный  
тетраэдр**



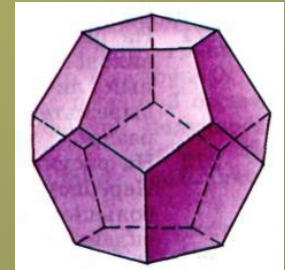
**правильный  
октаэдр**



**правильный  
икосаэдр**



**куб**



**правильный  
додекаэдр**

**правильный тетраэдр:** составлен из четырёх равносторонних треугольников, сумма плоских углов при вершине  $180^{\circ}$ ;

**правильный октаэдр:** составлен из восьми равносторонних треугольников, сумма плоских углов при вершине  $240^{\circ}$ ;

**правильный икосаэдр:** составлен из двадцати равносторонних треугольников, сумма плоских углов при вершине  $300^{\circ}$ ;

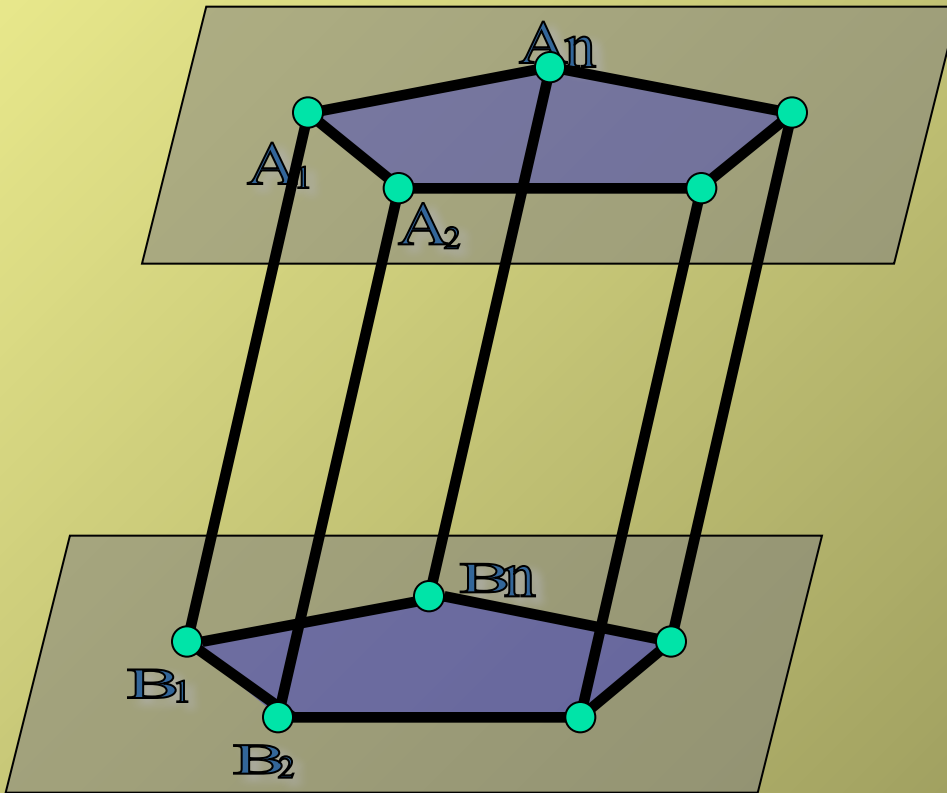
**куб:** составлен из шести квадратов, сумма плоских углов при вершине  $270^{\circ}$ ;

**правильный додекаэдр:** составлен из двенадцати правильных пятиугольников, сумма плоских углов при вершине  $324^{\circ}$

# ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОГРАННИК

	Кол-во ребер	Кол-во вершин	Кол-во граней	Вид грани
Тетраэдр	6	4	4	
Куб	12	8	6	
Октаэдр	12	6	8	
Додекаэдр	30	20	12	
Икосаэдр	30	12	20	

Рассмотрим два равных многоугольника  
 $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$ ,  
расположенных в параллельных  
плоскостях,



так, что отрезки  
 **$A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$** ,  
соединяющие  
соответственные  
вершины  
многоугольников,  
были  
**параллельны.**



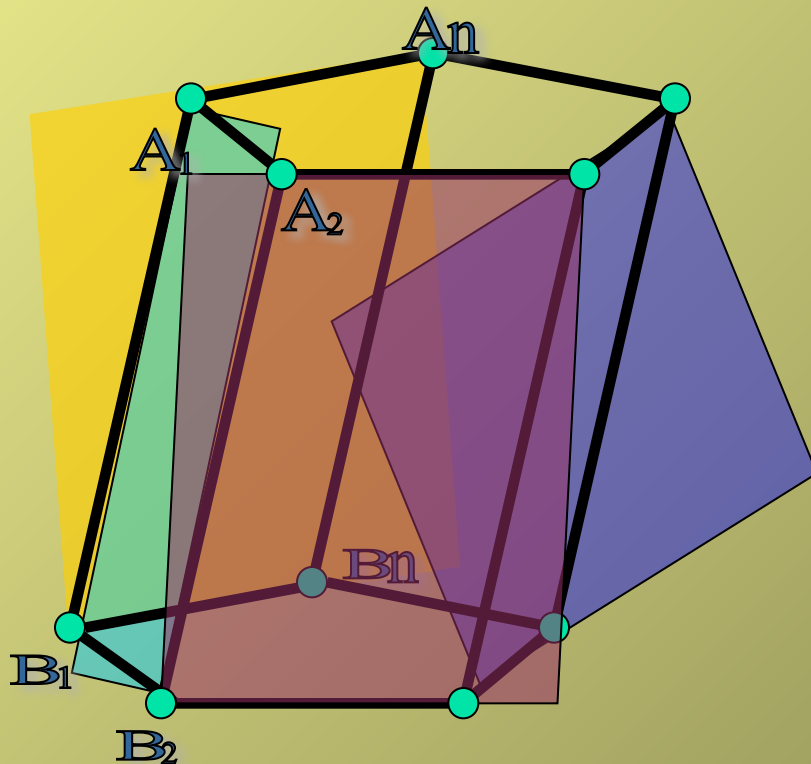
Каждый из  $n$ - четырехугольников:

$$A_1A_2B_2B_1,$$

$$A_2A_3B_3B_2,$$

$$A_3A_4B_4B_3, \dots,$$

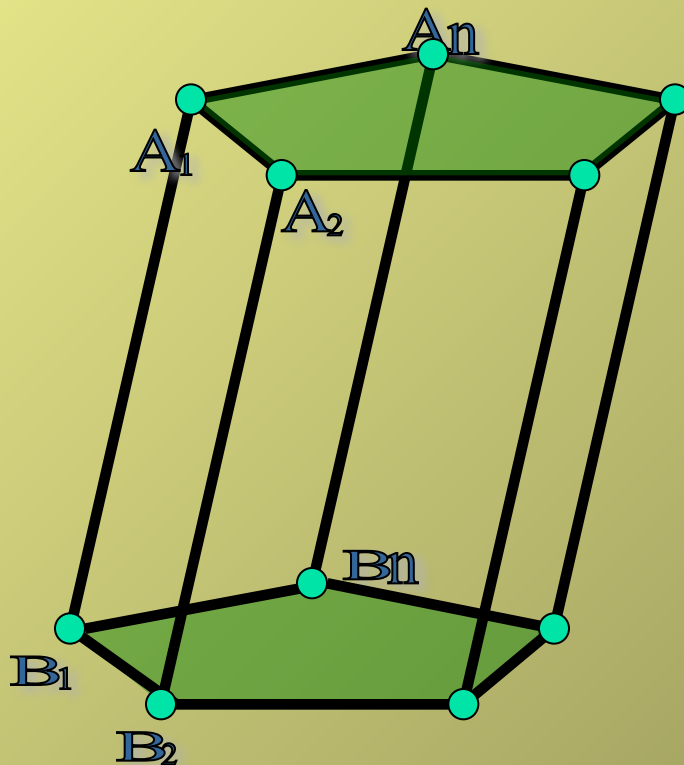
$$A_nA_1B_1B_n,$$



**является  
параллелограм  
мом (почему?),**

***так как имеет  
попарно  
параллельные  
стороны.***

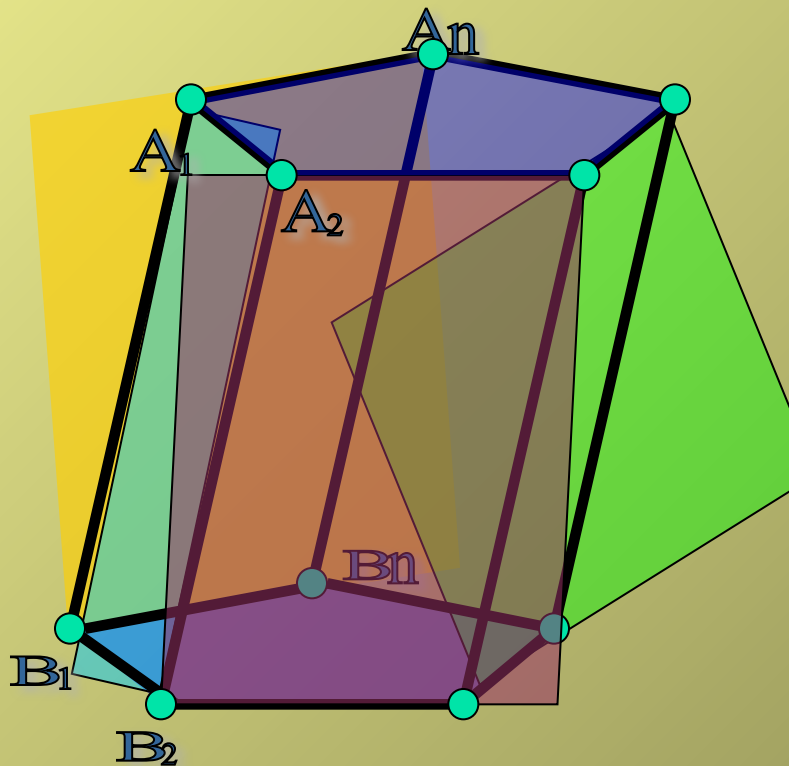
# Многогранник,



Составленный из двух  
равных  
многоугольников  
 $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$ ,  
расположенных в  
параллельных  
плоскостях,

и  $n$  -  
параллелограммов,  
называется

# Призма



**Многоугольники**

$A_1A_2 \dots A_n$  и

$B_1B_2 \dots B_n$

называются

**основаниями**

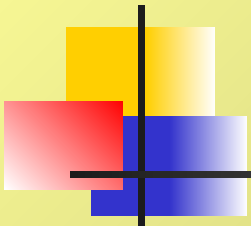
призмы.

**Параллелограммы**

$A_1A_2B_2B_1, A_2A_3B_3B_2,$

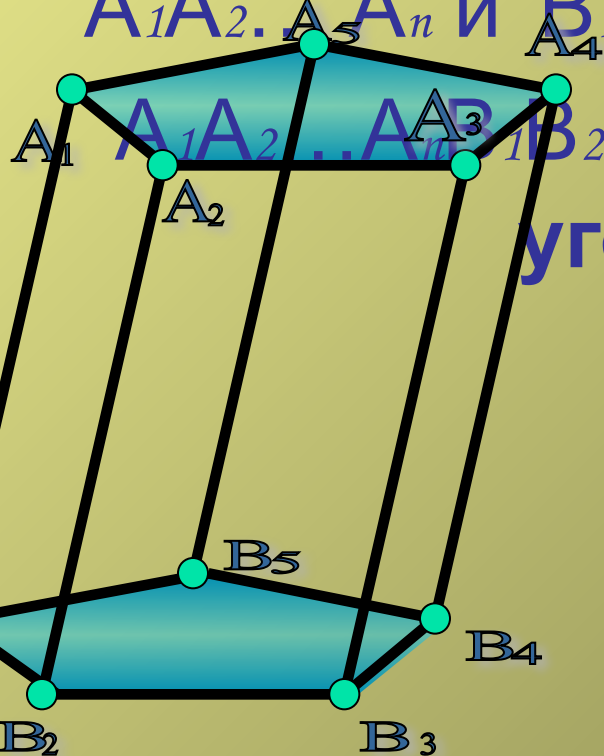
$\dots, A_nA_1B_1B_n$  –

**боковыми гранями**



## Призму с основаниями

$A_1A_2A_3A_4A_5$  и  $B_1B_2B_3B_4B_5$ . На рисунке



$A_1A_2A_3A_4A_5$  и  $B_1B_2B_3B_4B_5$  называют

**пятиугольная**

**угольной**

призма (почему?),

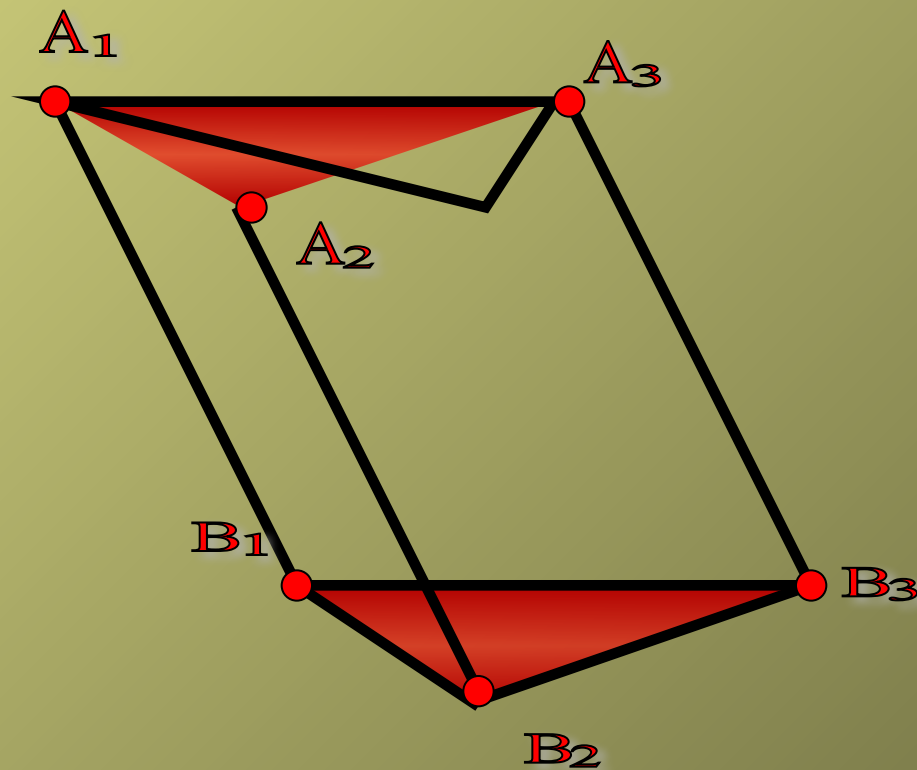
так как основания –

пятиугольники

$A_1A_2A_3A_4A_5$  и

$B_1B_2B_3B_4B_5$ .

На рисунке  
 $A_1A_2A_3B_1B_2B_3$  –  
**треугольная**  
призма,  
так как  
её основаниями  
являются  
треугольники  
 $A_1A_2A_3$  и  $B_1B_2B_3$ .



На рисунке

$A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$  —

четырёхугольная

призма,

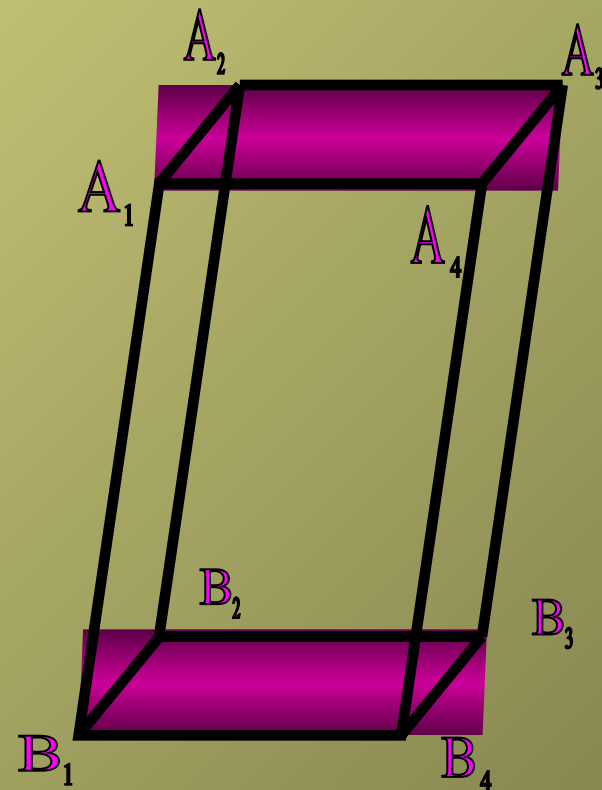
так как её

основаниями

являются

четырёхугольники

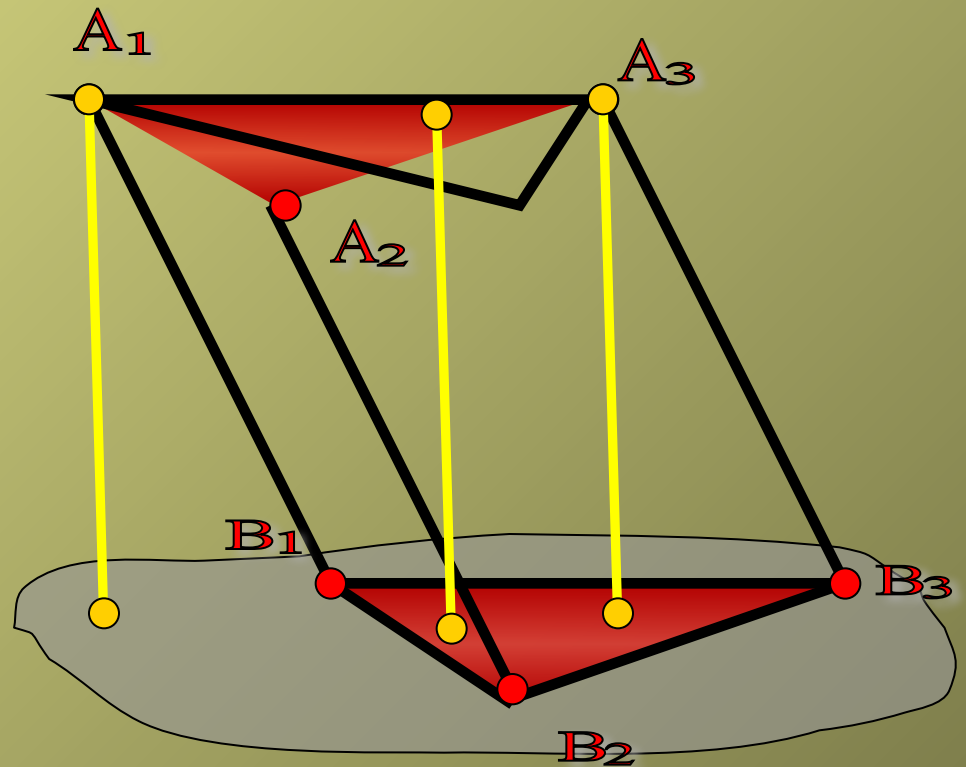
$A_1A_2A_3A_4$  и  $B_1B_2B_3B_4$ .

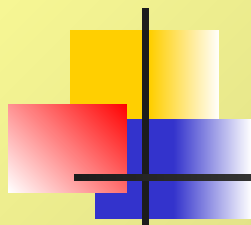


# Высотой призмы ,

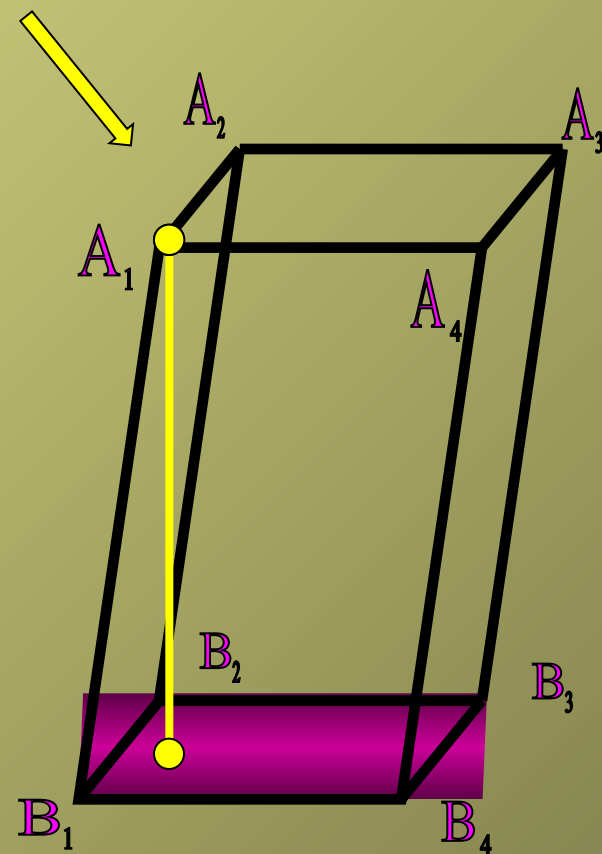
называется

перпендикуляр,  
проведенный из  
какой-нибудь  
точки одного  
основания к  
плоскости  
другого  
основания.





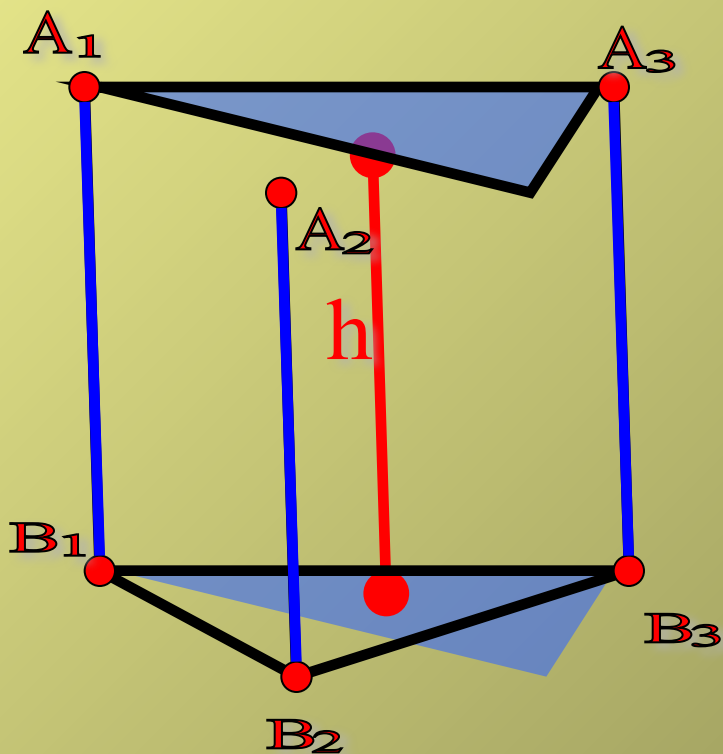
При решении задач  
чаще всего  
**высоту** проводят из  
какой-либо **вершины**  
**одного основания**  
(например из точки  $A_1$ )  
к **плоскости другого**  
**основания.**





# Призма называется

**прямой,**

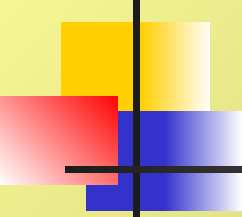


если боковые ребра  
(на рисунке  $A_1B_1$ ,  
 $A_2B_2$  и  $A_3B_3$ )

перпендикулярны  
к основаниям.

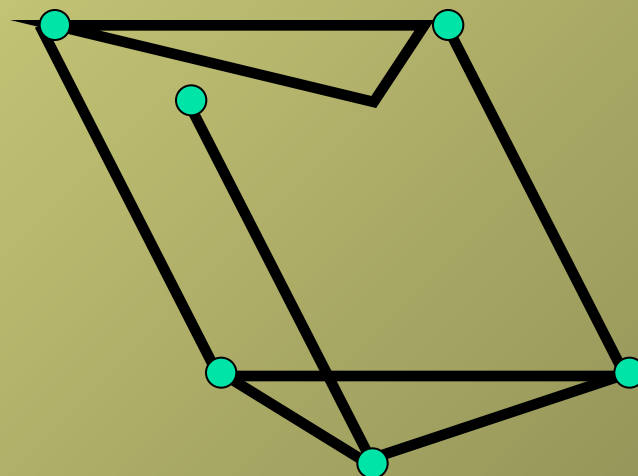
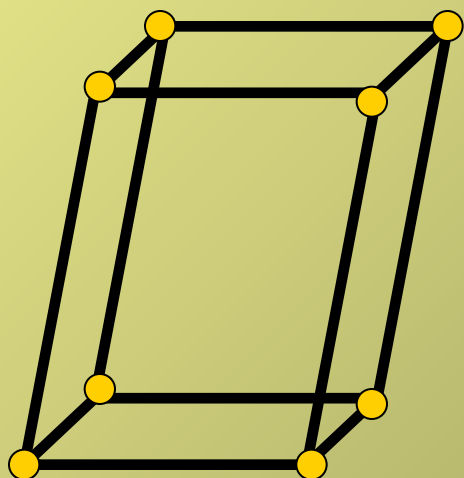
Высота прямой  
призмы  $h$

равна её боковому  
ребру.



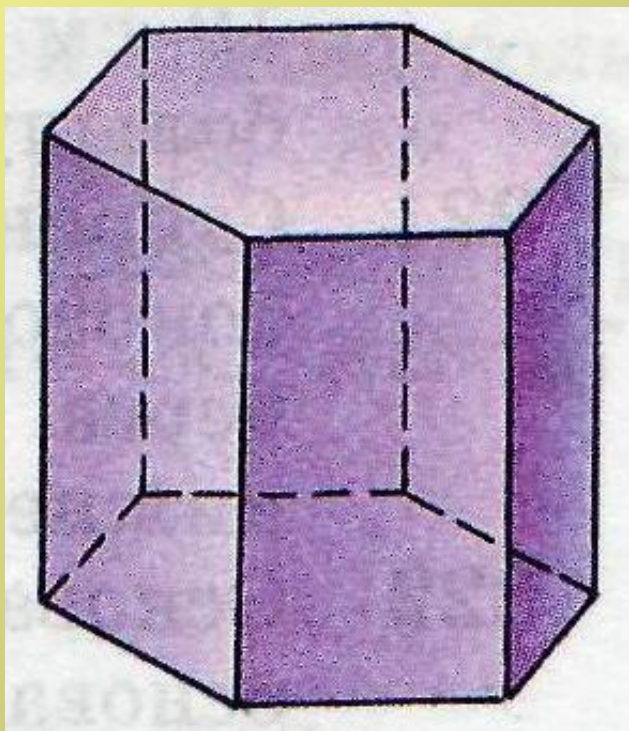
**Наклонной** называют такую  
призму,

---



боковые ребра которой  
не будут перпендикулярны к  
основаниям.

# Правильной призмой



называют прямую

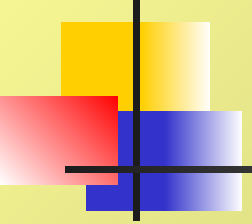
призму,  
если её

основания –

правильные

многоугольники.

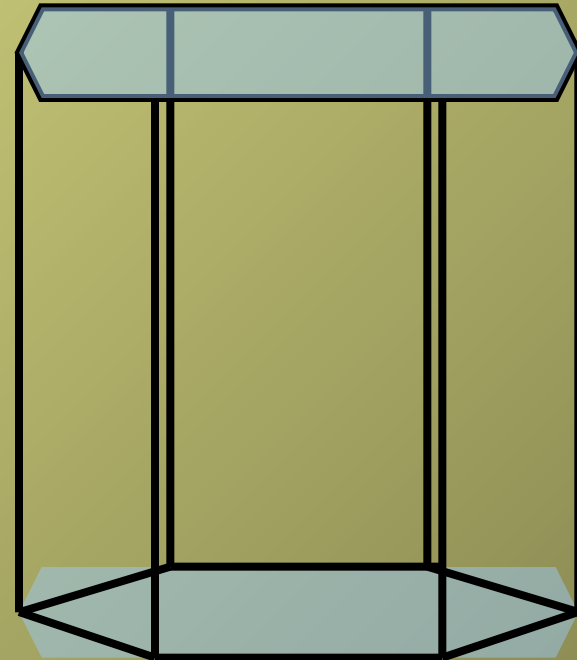
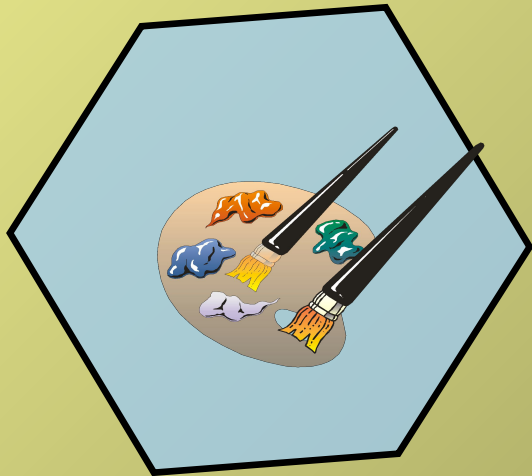
# *Свойства правильной призмы*

- 
- 
- 1. Основания правильной призмы являются правильными многоугольниками.*
  - 2. Боковые грани правильной призмы являются равными прямоугольниками.*
  - 3. Боковые ребра правильной призмы параллельны и равны.*

# Примеры

## правильных призм.

шестиугольная –



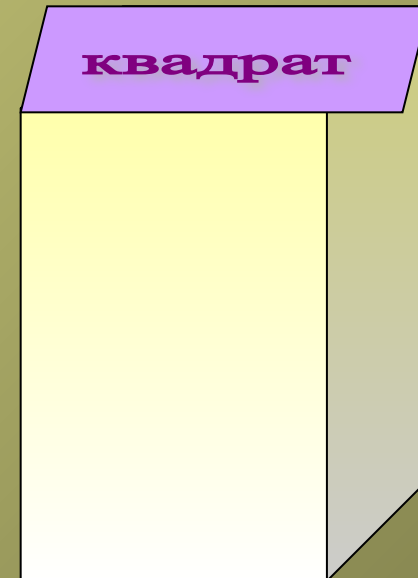
в основаниях правильные  
шестиугольники.

# Примеры

## правильных призм.

правильная  
четырёхугольная  
призма,

в основании лежит  
правильный  
четырёхугольник,  
то есть квадрат.

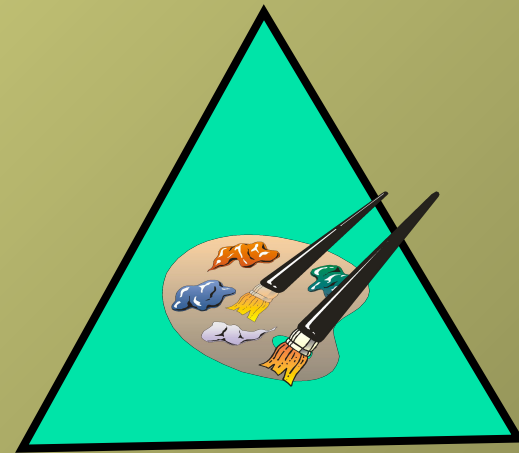
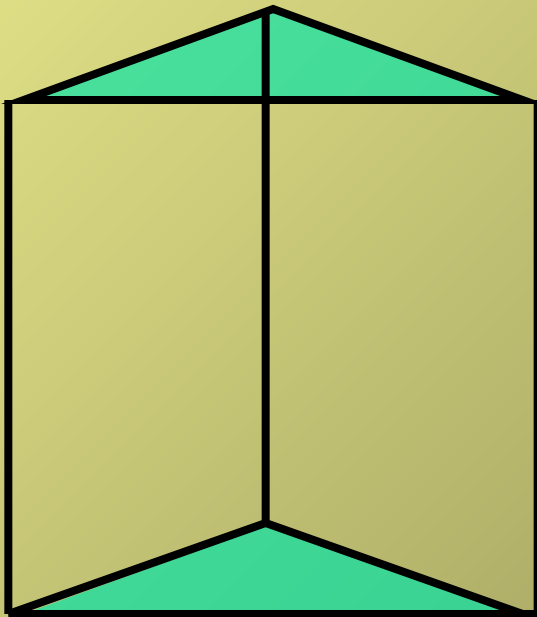


# Примеры

## правильных призм.

---

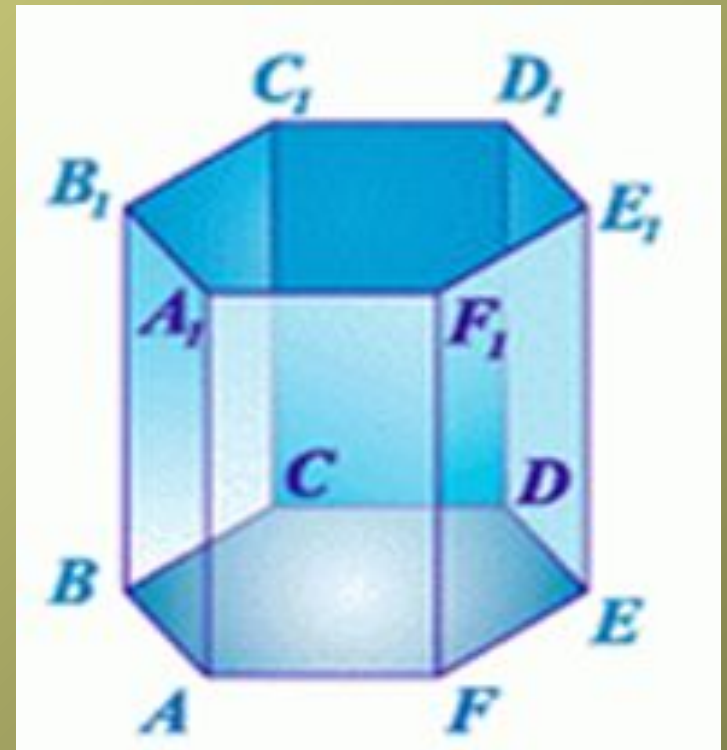
треугольная-



В основаниях –  
правильные  
треугольники.

# Поверхность призмы

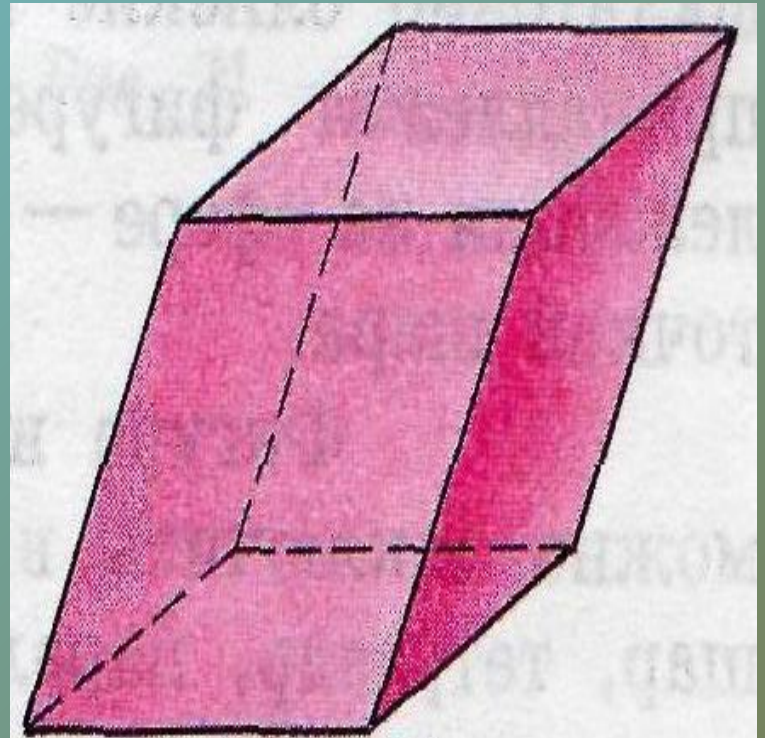
- состоит из **двух оснований** и **боковой поверхности**.





# Площадью боковой поверхности призмы,

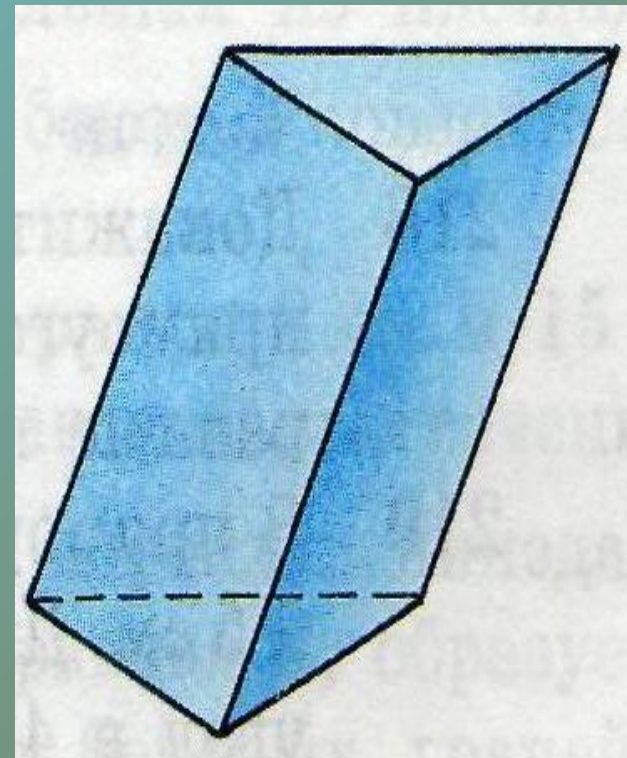
- называется  
сумма  
площадей её  
боковых  
граней



# Площадью полной поверхности призмы

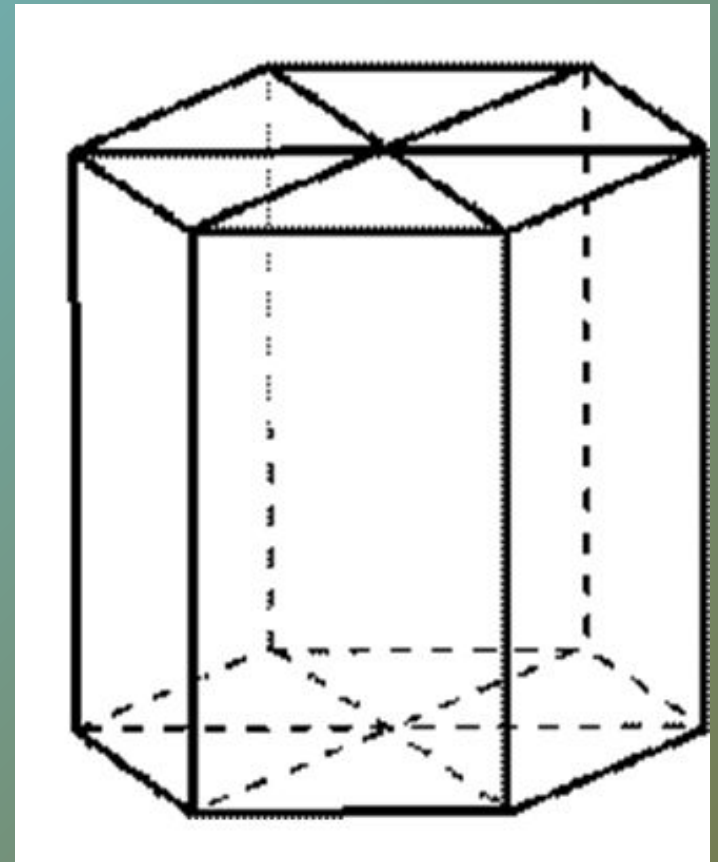
называется  
сумма  
площадей всех  
её граней.

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}.$$



# Теорема о боковой поверхности прямой призмы

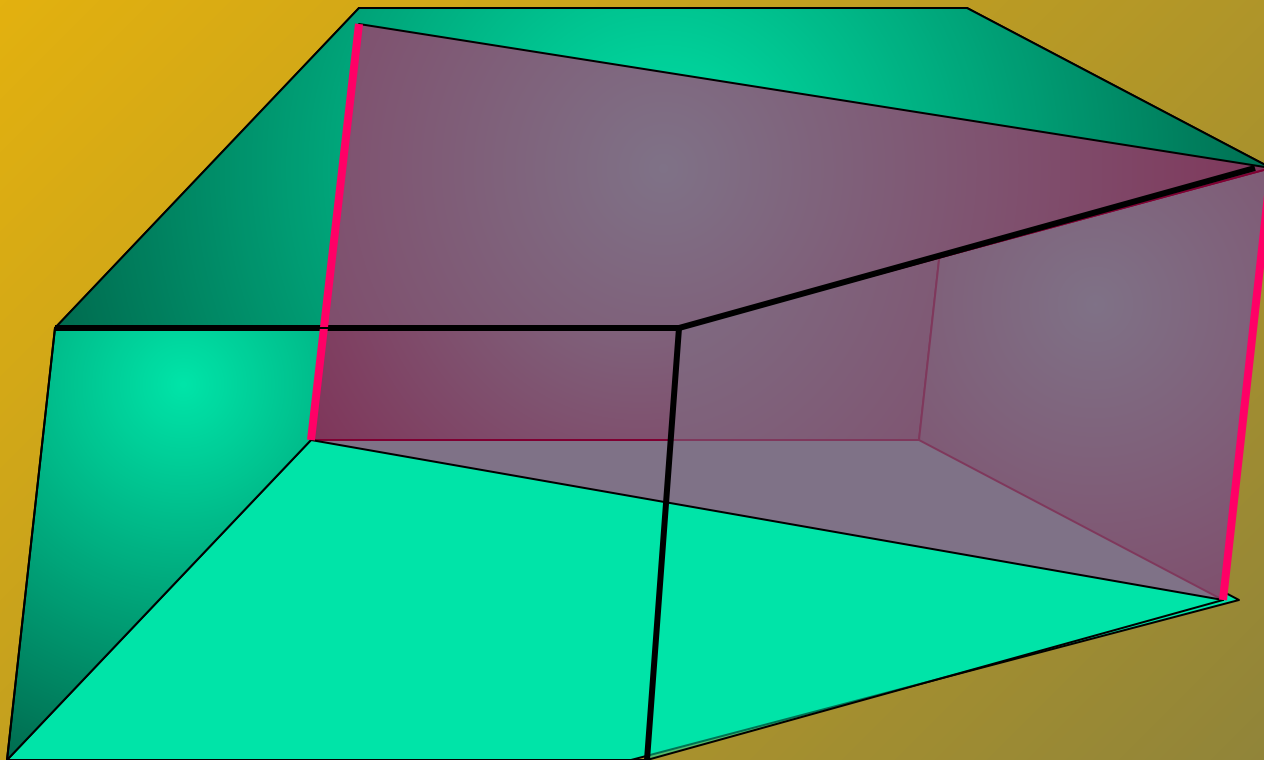
Площадь боковой  
поверхности  
прямой призмы  
равна  
произведению  
периметра  
основания на  
 **$S_{бок.} = Ph$**   
высоту призмы.



# Сечения призмы

- Сечение призмы плоскостью, проведенной через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани, называется *диагональным сечением призмы*.
- В сечении образуется **параллелограмм**. В некоторых случаях может получаться **ромб, прямоугольник или квадрат**

# ***Построение сечений призмы.***



# Перпендикулярным сечением призмы

- называется многоугольник, плоскость которого перпендикулярна боковому ребру призмы, а вершины лежат на прямых, проходящих через боковые ребра.

