

МЦНМО

# МАТЕМАТИКА

## Занятие 5.

## Преобразование подобия

А. Блинков, г.  
Москва



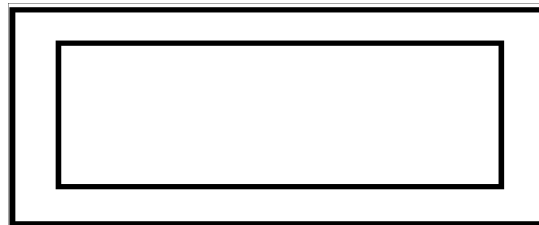


## Пример 1

---

Являются ли подобными:

а) два прямоугольника, отличных от квадрата: картина в рамке и картина без рамки, если ширина рамки всюду одинакова (см. рис);



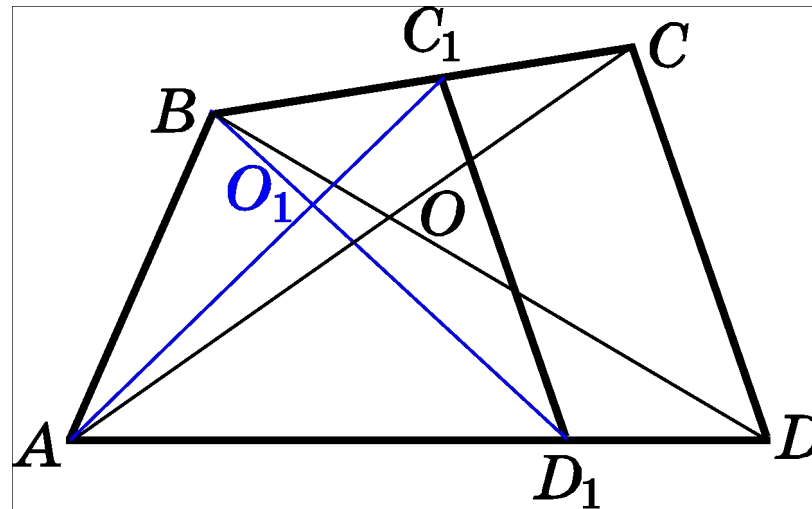
б) литровая и пол-литровая бутылки колы?



## Пример 2

Докажите, что два четырехугольника подобны, если  
у них соответственно равны три угла и углы между диагоналями.

Решение.





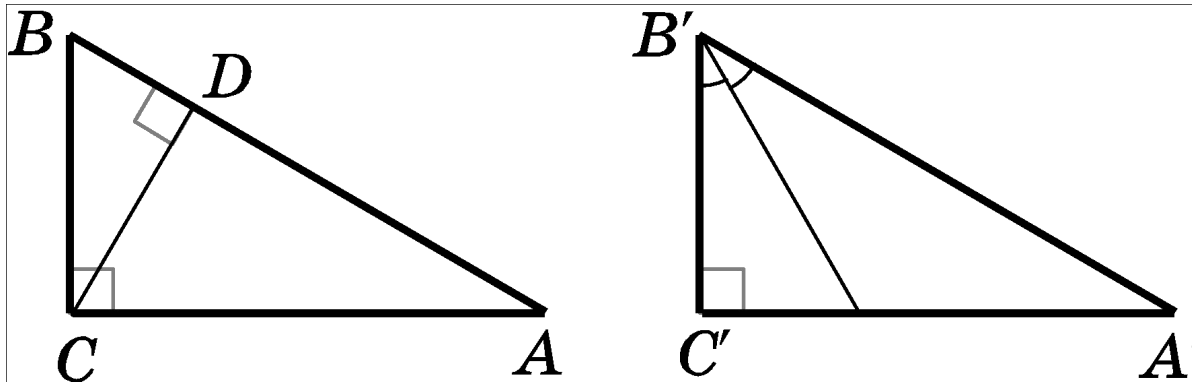
## Задача 1

---

Каждый из двух подобных треугольников разрезали на два треугольника так, что одна из получившихся частей одного треугольника подобна одной из частей другого треугольника. Обязательно ли подобны оставшиеся части?



Решение.



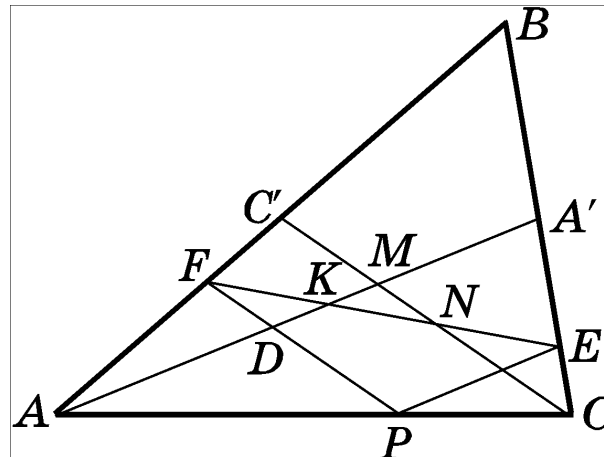


## Задача 2

Через произвольную внутреннюю точку  $P$  стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  проведены прямые, параллельные его медианам  $AA'$  и  $CC'$ . Эти прямые пересекают стороны  $BC$  и  $AB$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Докажите, что отрезок  $EF$  делится медианами  $AA'$  и  $CC'$  на три равные части.



*Решение.*







## Задача 3

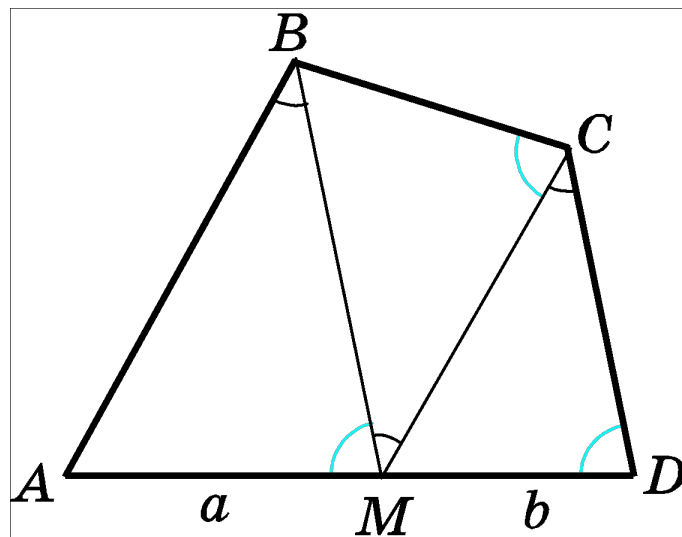
---

Во вписанном четырехугольнике  $ABCD$  точка  $M$  лежит на стороне  $AD$ , причем  $BM \parallel CD$  и  $CM \parallel BA$ . Найдите  $BC$ , если  $AM = a$ ,  $DM = b$ .



Решение.

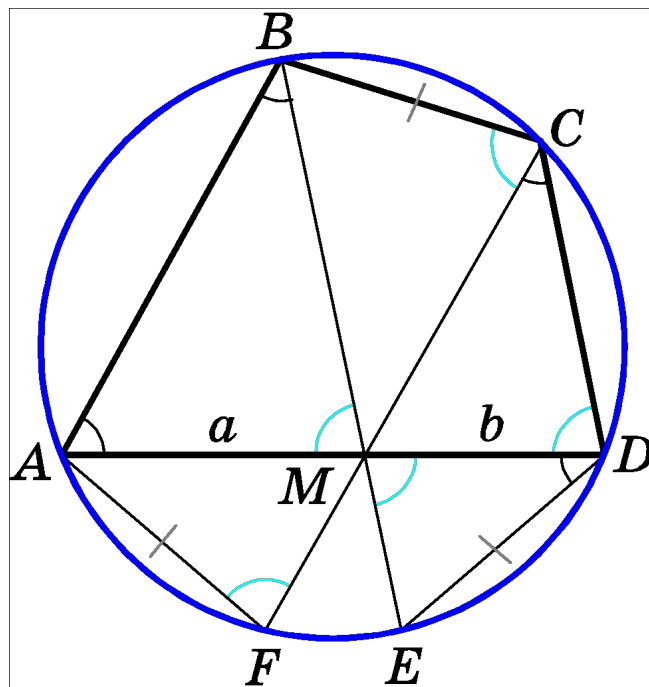
Способ 1





Решение.

Способ II





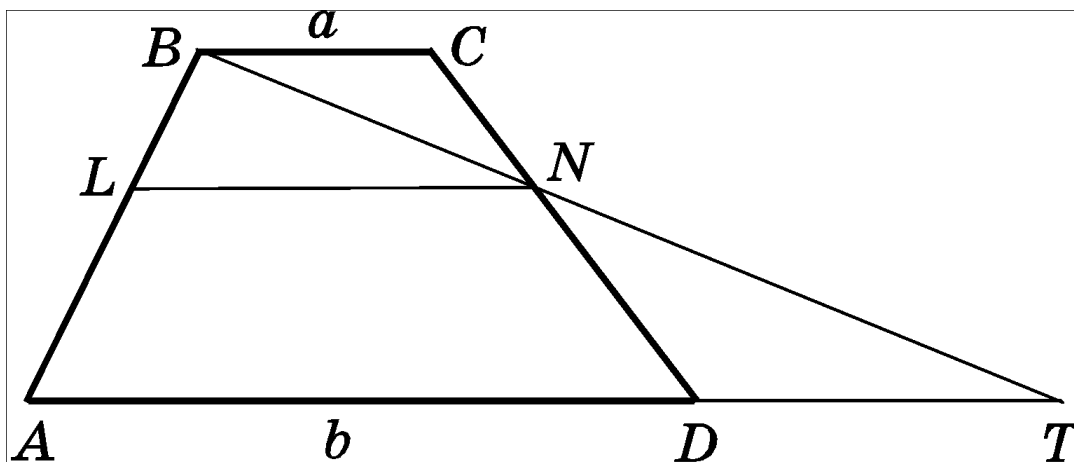
## Задача 4

---

В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC = a$  и  $AD = b$  проведен отрезок  $LN = ab$  с концами на боковых сторонах. Докажите, что он разделил трапецию на две подобные.



Решение.



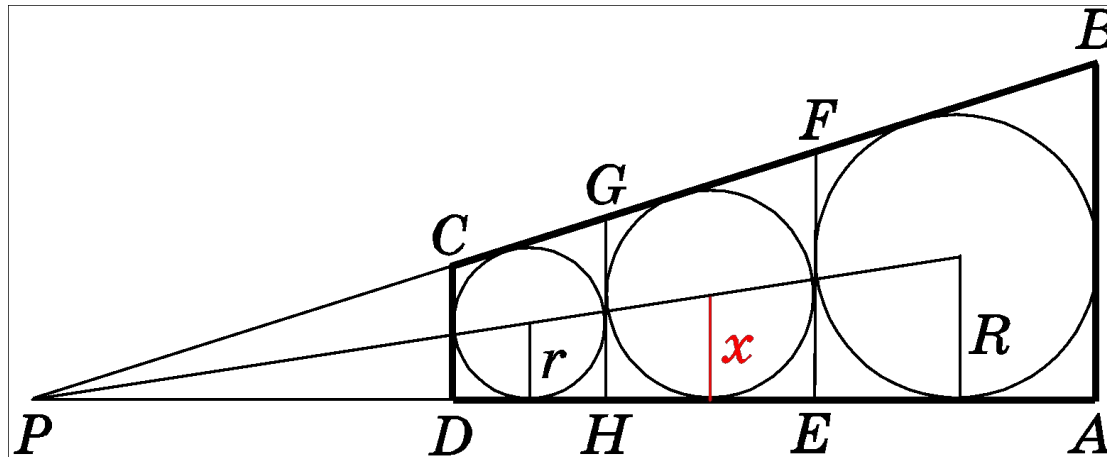


## Задача 5

Трапеция разделена на три трапеции прямыми, параллельными основаниям. Известно, что в каждую из трех получившихся трапеций можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, вписанной в среднюю трапецию, если радиусы окружностей, вписанных в две крайние, равны  $R$  и  $r$ .



Решение.





## Задача 6

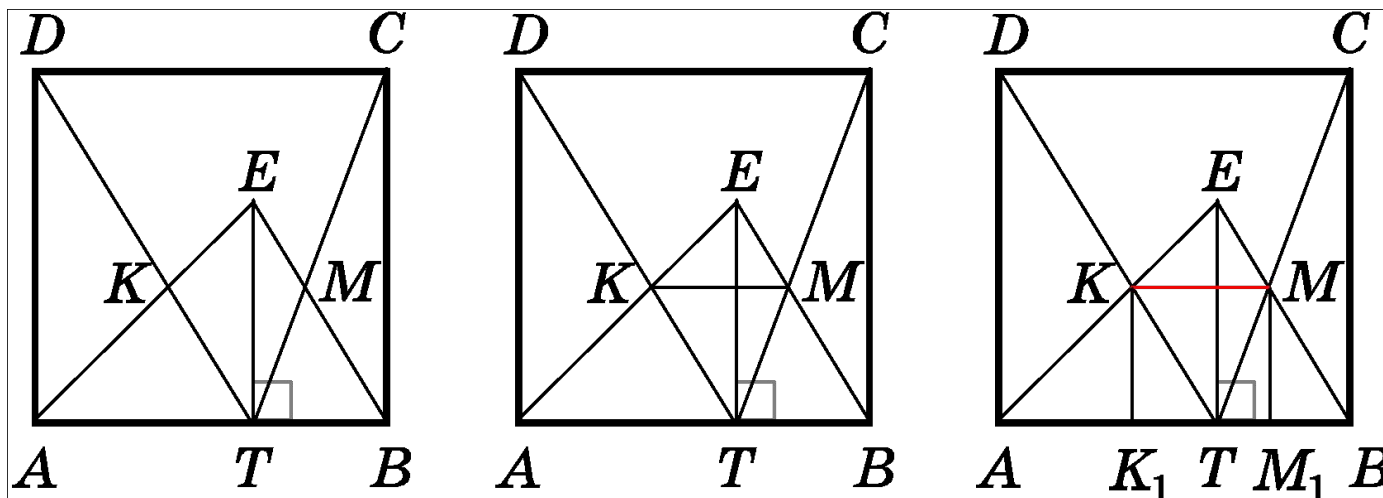
---

Внутри квадрата  $ABCD$  взята точка  $E$ ,  $ET$  – высота треугольника  $ABE$ ,  $K$  – точка пересечения прямых  $DT$  и  $AE$ ,  $M$  – точка пересечения прямых  $CT$  и  $BE$ . Докажите, что отрезок  $KM$  является стороной квадрата, вписанного в треугольник  $ABE$ .





Решение.





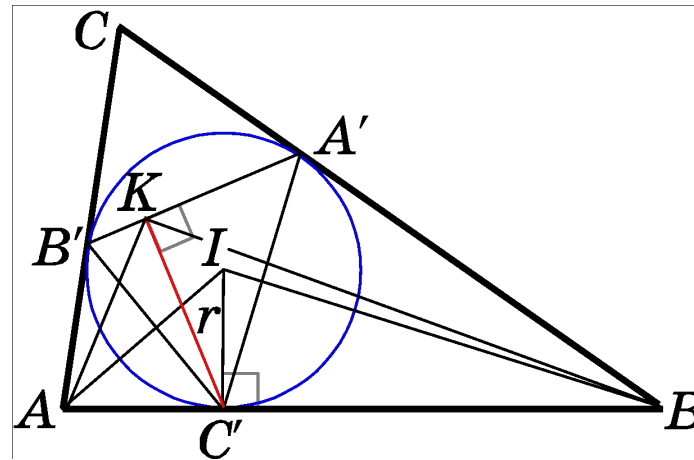
## Задача 7

---

Вписанная окружность треугольника  $ABC$  касается его сторон  $BC$ ,  $AC$  и  $AB$  в точках  $A'$ ,  $B'$  и  $C'$  соответственно. Точка  $K$  – проекция точки  $C'$  на прямую  $A'B'$ . Докажите, что  $KC'$  – биссектриса угла  $AKB$ .



Решение.





## Задача 8

---

Докажите, что существует такой невыпуклый шестиугольник, у которого каждый угол равен либо  $90^\circ$ , либо  $270^\circ$ , что его можно разрезать на два подобных ему и неравных между собой шестиугольника.



*Решение.*

