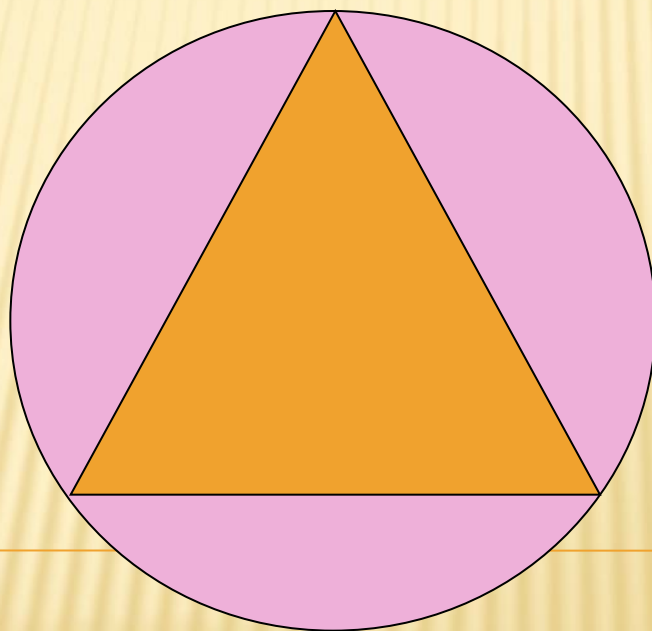


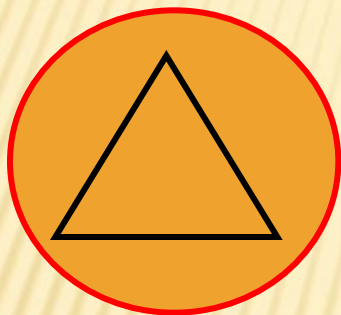
ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ



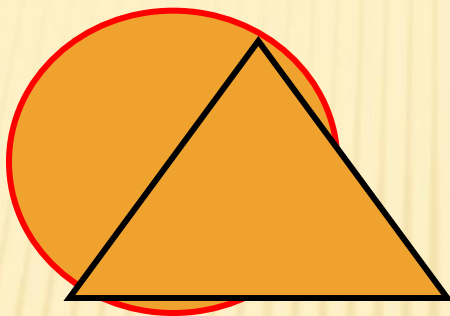
Определение: окружность называется описанной около треугольника, если все вершины треугольника лежат на этой окружности.

На каком рисунке окружность описана около треугольника:

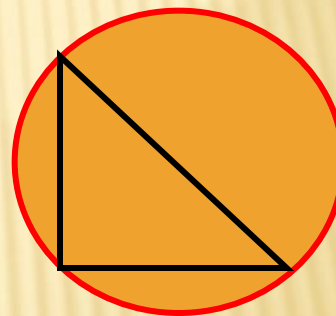
1)



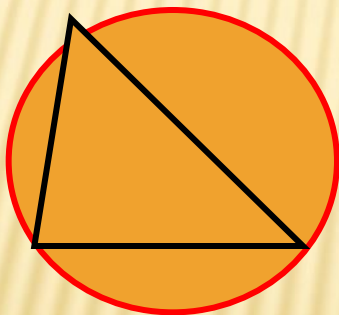
2)



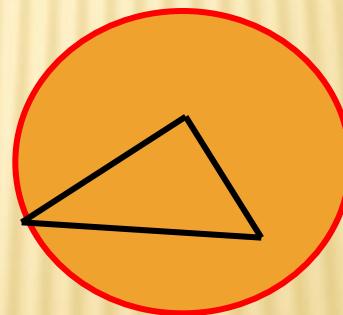
3)



4)



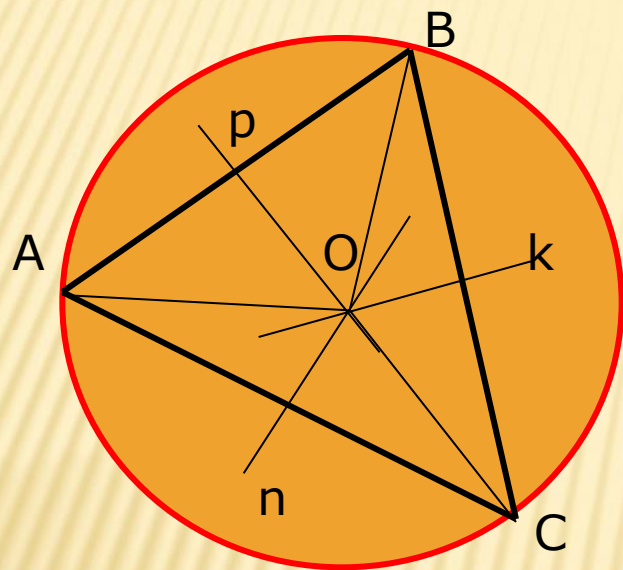
5)



Если окружность описана около треугольника, то треугольник вписан в окружность.

Теорема. Около треугольника можно описать окружность, и притом только одну.

Её центр – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.



Дано: $\triangle ABC$

Доказать: существует Окр.(O; r),
описанная около $\triangle ABC$.

Доказательство:

Проведём серединные перпендикуляры
p, k, n к сторонам AB, BC, AC

По свойству серединных перпендикуляров к сторонам треугольника (замечательная точка треугольника):

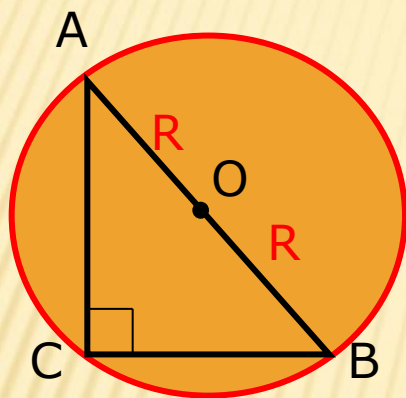
они пересекаются в одной точке – O, для которой $OA = OB = OC$.

Т. е. все вершины треугольника равноудалены от точки O, значит, они лежат на окружности с центром O.

Значит, окружность описана около треугольника ABC.

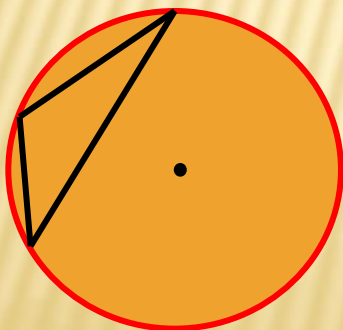
Важное свойство:

1. Если окружность описана около прямоугольного треугольника, то её центр – середина гипотенузы.



$$R = \frac{1}{2} AB$$

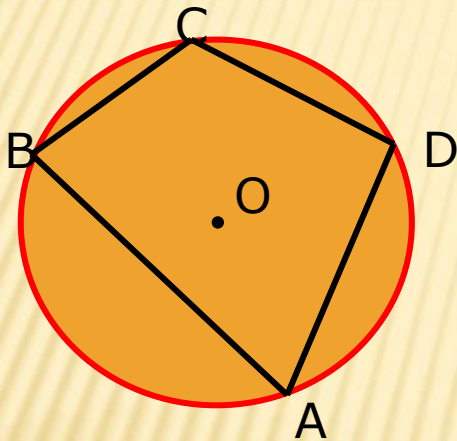
Задача: найти радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, катеты которого равны 3 см и 4 см.



2. Центр окружности, описанной около тупоугольного треугольника, лежит вне треугольника.

Опр-ние: окружность называется описанной около четырёхугольника, если все вершины четырёхугольника лежат на окружности.

Теорема. Если около четырёхугольника описана окружность, то сумма его противоположных углов равна 180° .



Дано: Окр.(O;R) описана около ABCD

Доказать: $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$

Доказательство:

Т. к. окружность описана около ABCD, то $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ – вписанные, значит,

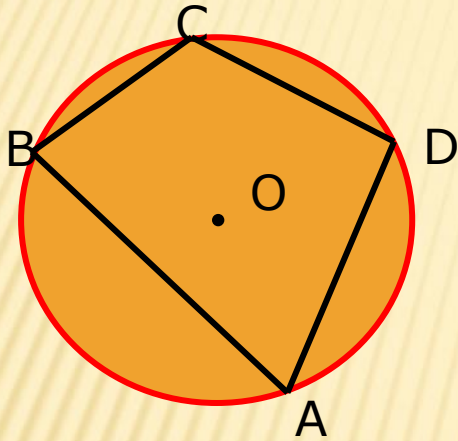
$$\angle A + \angle C = \frac{1}{2} \text{arc } BCD + \frac{1}{2} \text{arc } BAD = \frac{1}{2} (\text{arc } BCD + \text{arc } BAD) = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = \frac{1}{2} \text{arc } ADC + \frac{1}{2} \text{arc } ABC = \frac{1}{2} (\text{arc } ADC + \text{arc } ABC) = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

Значит, $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$

Другая формулировка теоремы: во вписанном в окружность четырёхугольнике сумма противоположных углов равна 180° .

Обратная теорема: **если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180° , то около него можно описать окружность.**



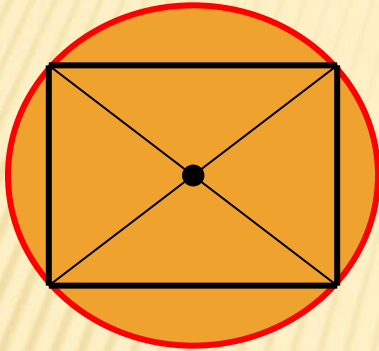
Дано: $ABCD$, $\angle A + \angle C = 180^{\circ}$

Доказать: Окр.($O;R$) описана около $ABCD$

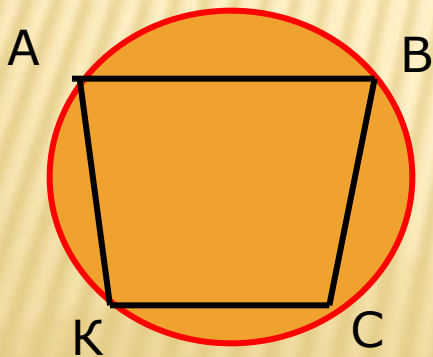
Доказательство: № 729 (учебник)

Вокруг какого четырёхугольника нельзя описать окружность?

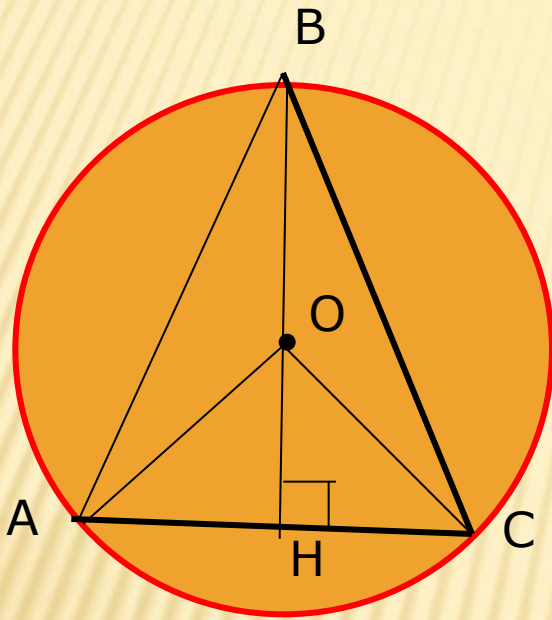
Следствие 1: около любого прямоугольника можно описать окружность, её центр – точка пересечения диагоналей.



Следствие 2: около равнобедренной трапеции можно описать окружность.



Задача: в окружность, радиус которой 10 см, вписан равнобедренный треугольник. Высота, проведённая к его основанию равна 16 см. Найти боковую сторону и площадь треугольника.



Дано: $\triangle ABC$ - р/б, $BH \perp AC$, $BH = 16$ см
Окр.(O; 10 см) описана около ABC

Найти: AB , S_{ABC}

Решение:

Т. к. окружность описана около равнобедренного треугольника ABC, то центр окружности лежит на высоте BH.

$$AO = BO = CO = 10 \text{ см}, OH = BH - BO = 16 - 10 = 6 \text{ (см)}$$

$\triangle AOH$ - прямоугольный, $AO^2 = AH^2 + OH^2$, $AH^2 = 10^2 - 6^2 = 64$, $AH = 8$ см

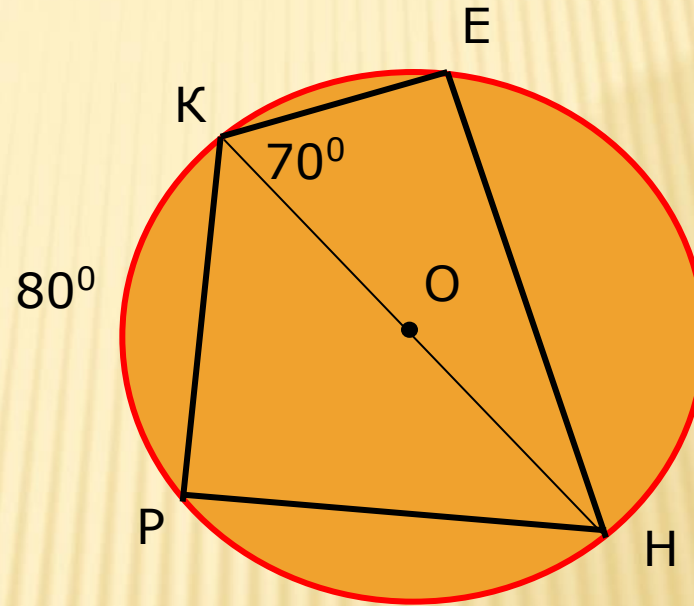
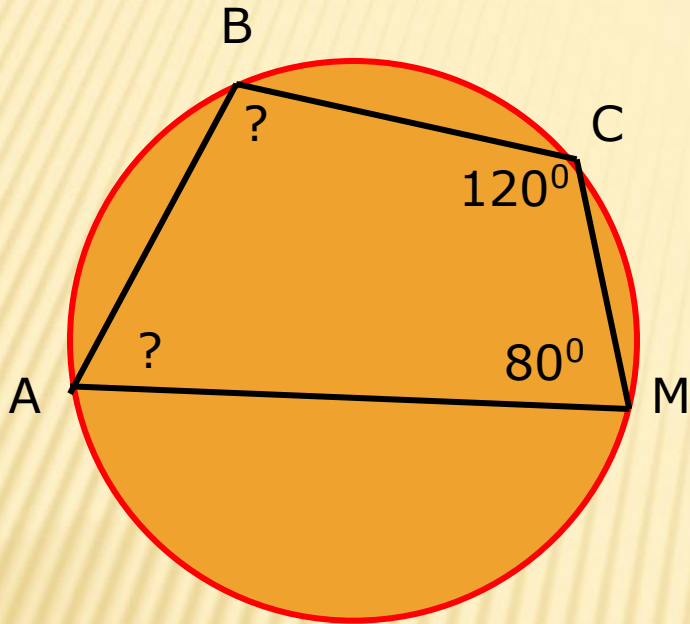
$\triangle ABH$ - прямоугольный, $AB^2 = AH^2 + BH^2 = 8^2 + 16^2 = 64 + 256 = 320$,
 $AB = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$ (см)

$AC = 2AH = 2 \cdot 8 = 16$ (см), $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 16 = 128$ (см²)

Ответ: $AB = 8\sqrt{5}$ см, $S = 128$ см²

Реши задачи

Найти углы четырёхугольника РКЕН:



**ДОМА: § 74 - 75.
N° 701; 703.**

