

«ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ



Содержание

Монотонность

функции

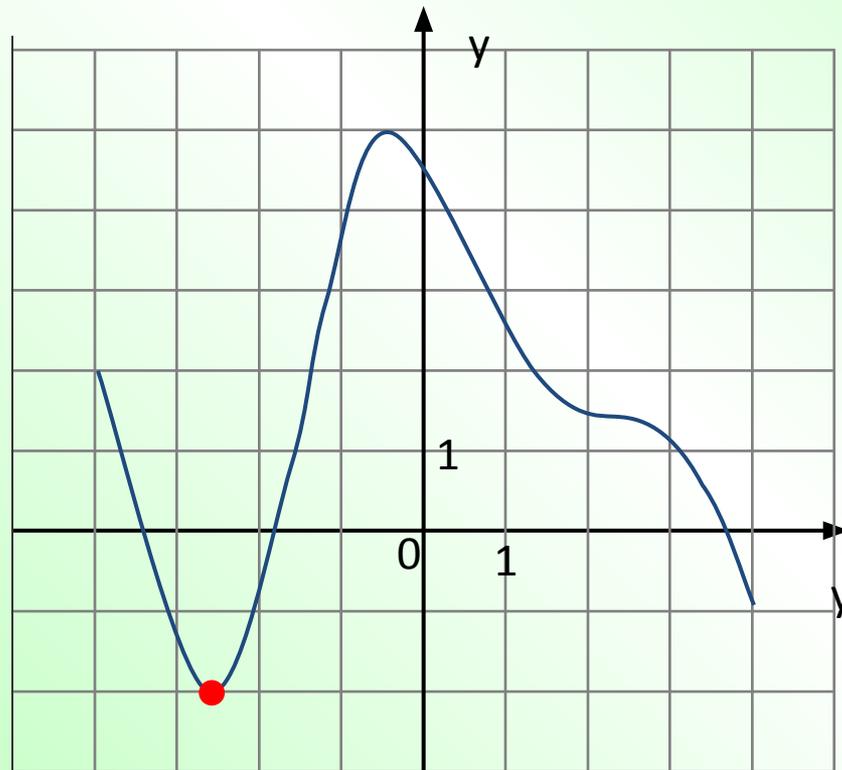
Точки экстремума,

экстремумы функции

Монотонность функции

Повторим теорию

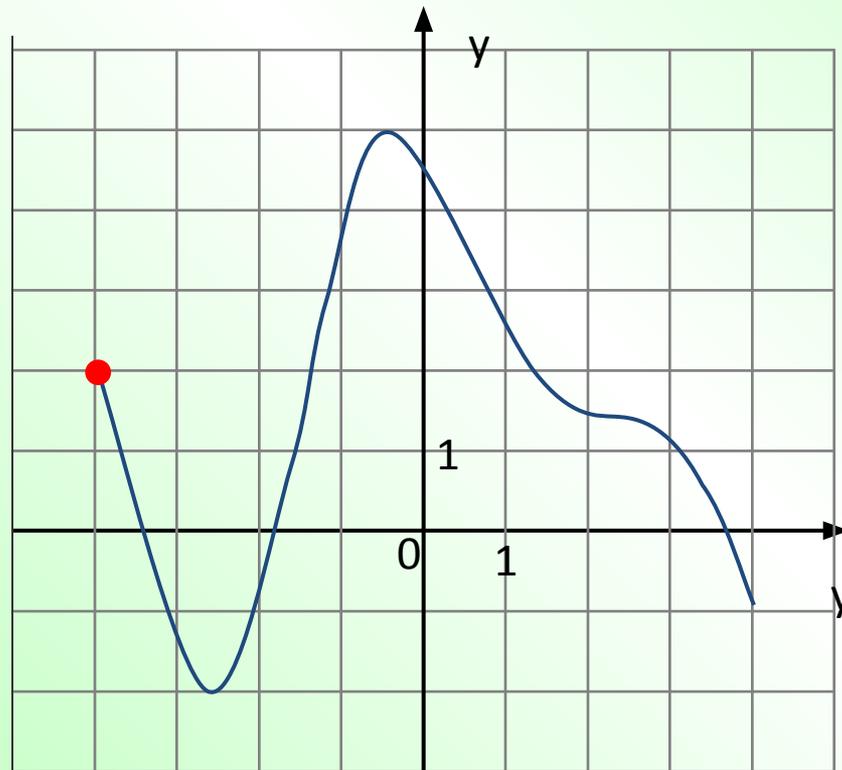
Функция f
возрастает на
множестве P , если
для любых x_1 и x_2
из множества P ,
таких , что $x_1 > x_2$,
выполнено
неравенство $f(x_1) > f(x_2)$



Монотонность функции

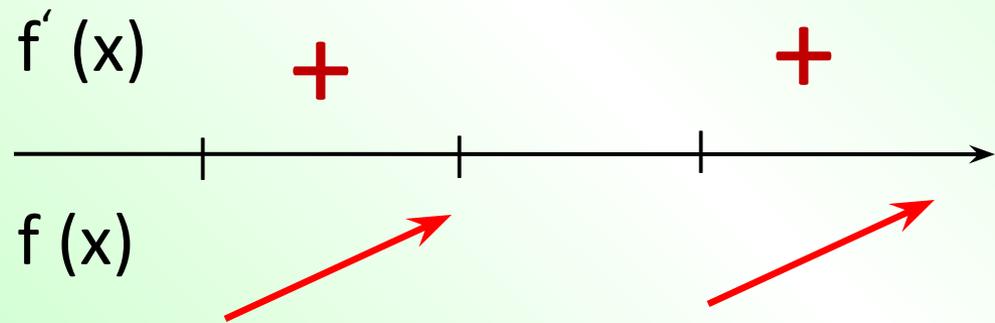
Повторим теорию

Функция f
убывает на
множестве P , если
для любых x_1 и x_2
из множества P ,
таких , что $x_1 > x_2$,
выполнено
неравенство
 $f(x_1) < f(x_2)$

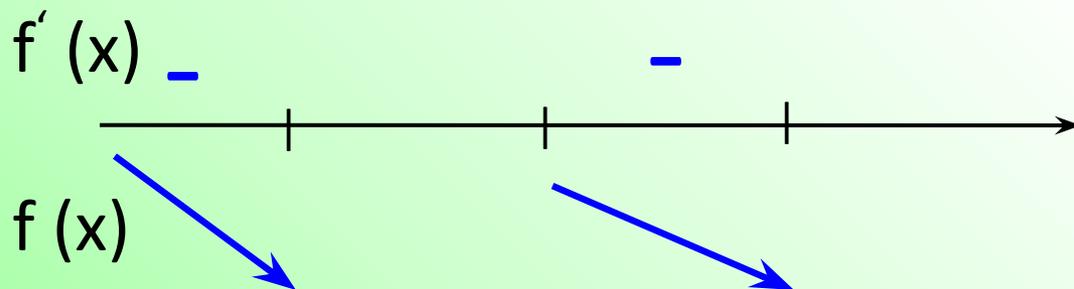


Достаточный признак возрастания (убывания) функции

Если $f'(x) > 0$ в каждой точке интервала P , то функция возрастает на P .



Если $f'(x) < 0$ в каждой точке интервала P , то функция убывает на P .



Исследование функции на МОНОТОННОСТЬ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНОЙ

$$y = x^4 - 8x^2 + 8 \quad D(y) = \mathbb{R}$$

$$y' = 4x^3 - 16x$$

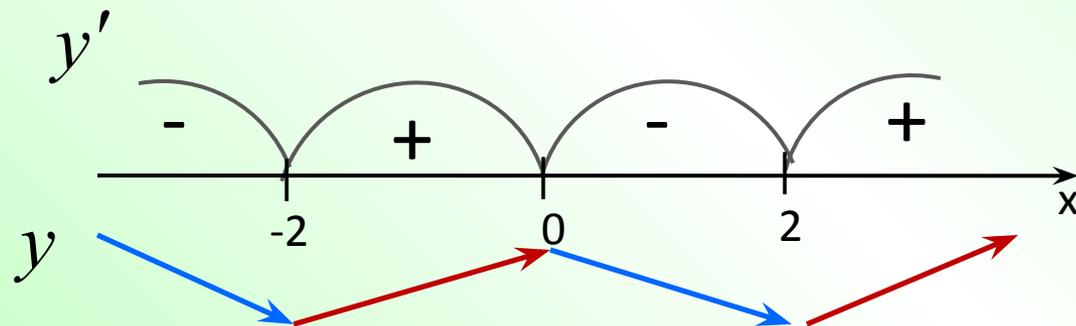
$$4x^3 - 16x = 0$$

$$4x(x^2 - 4) = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 2$$



Функция убывает на
промежутке ?

Функция возрастает
на промежутке ?

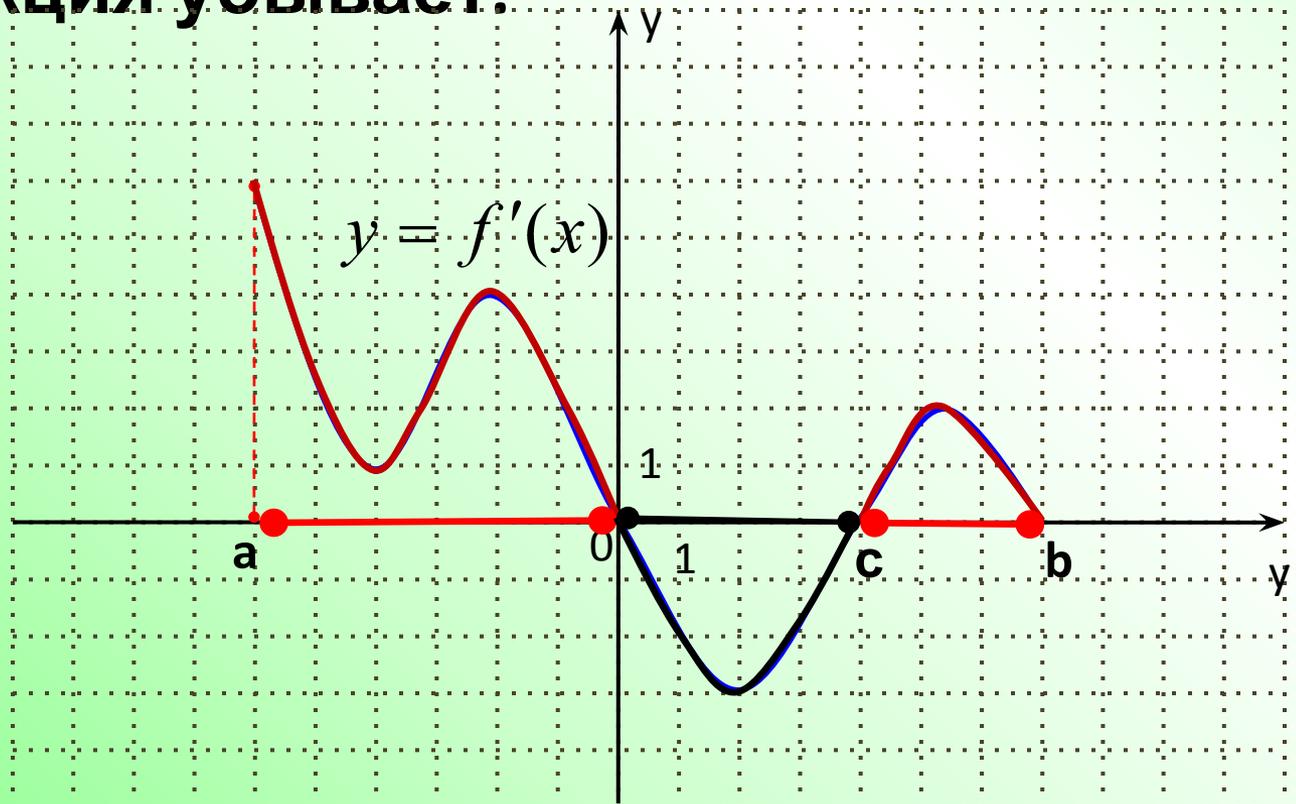
Функция $y=f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$. На рисунке изображен график ее производной. Исследуйте на монотонность функцию $y=f(x)$. В ответе укажите количество промежутков, на которых функция убывает.

Функция
~~увраивается~~
 убывает
 при $f'(x) > 0$

или

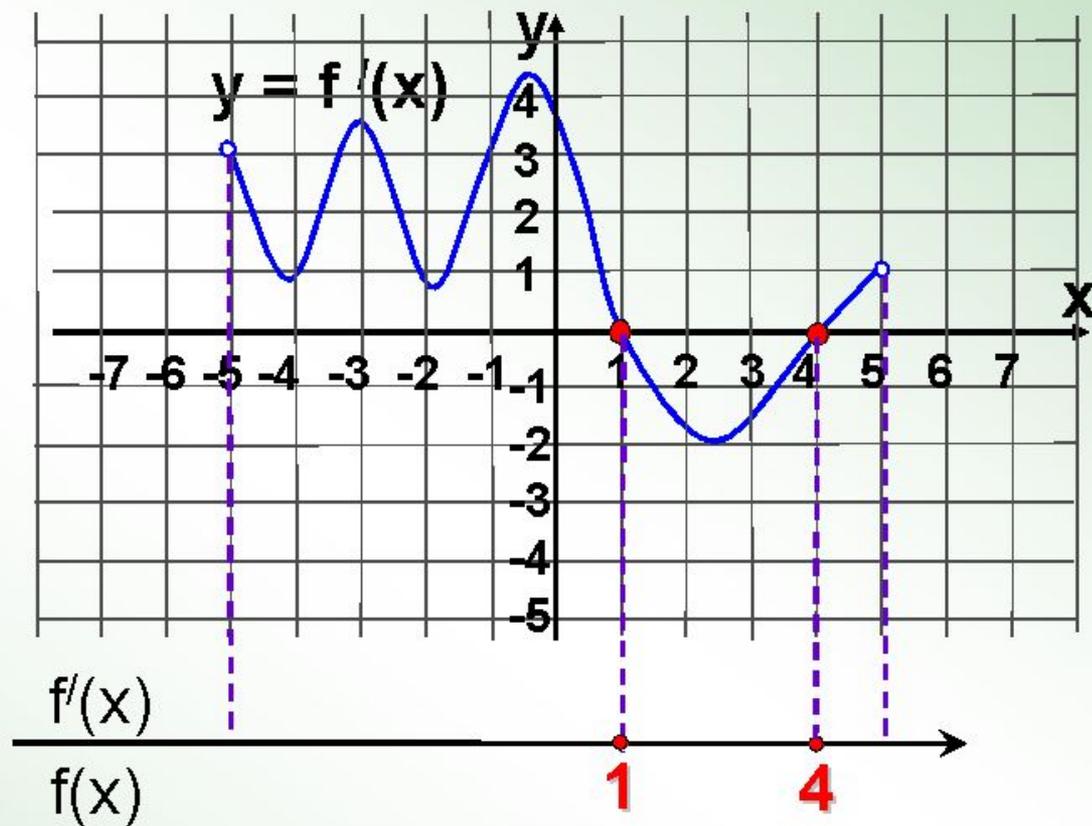
$$x \in [a; 0]$$

$$x \in [c; b]$$



Ответ: 1

На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-5; 5)$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите число ее промежутков убывания.



1 3

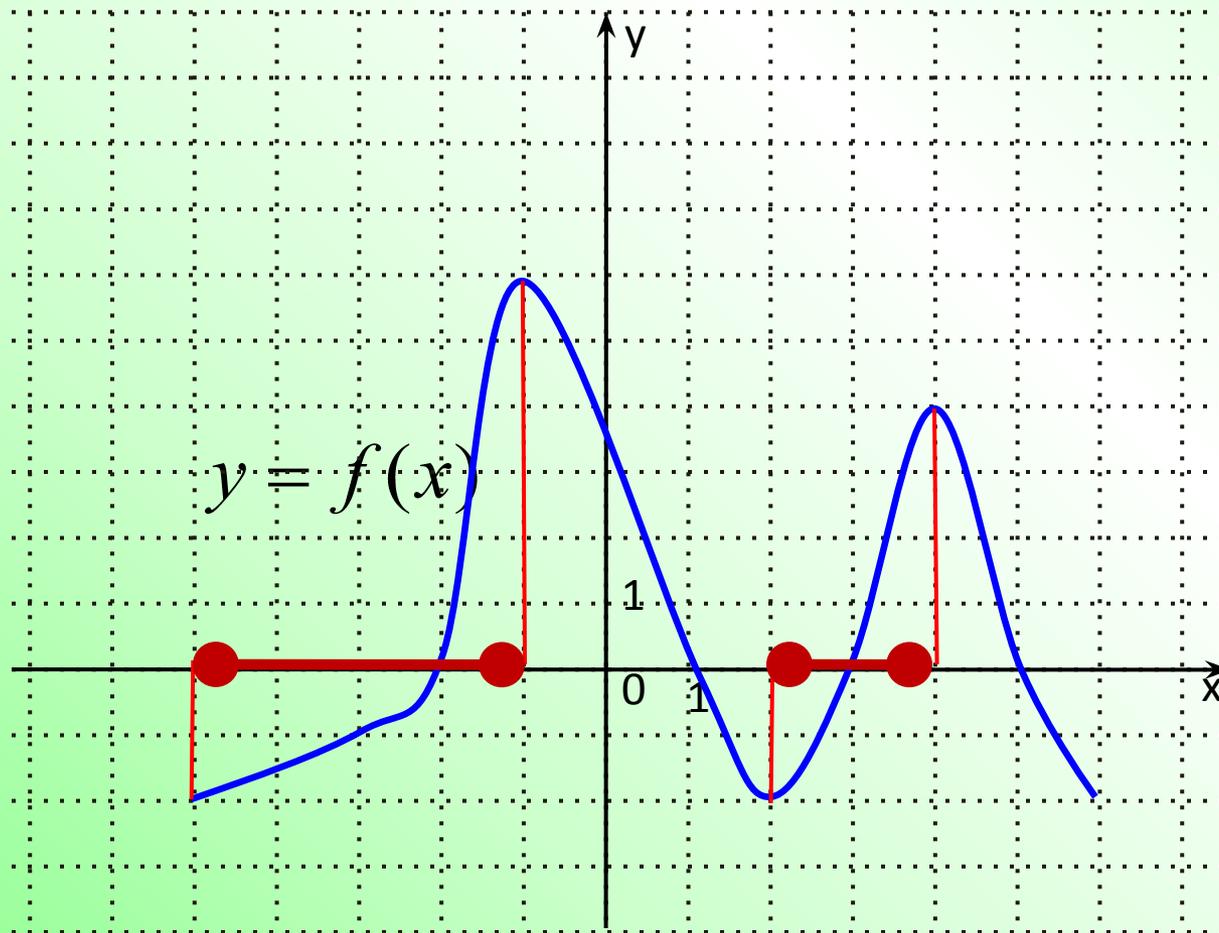
2 2

3 1

4 4

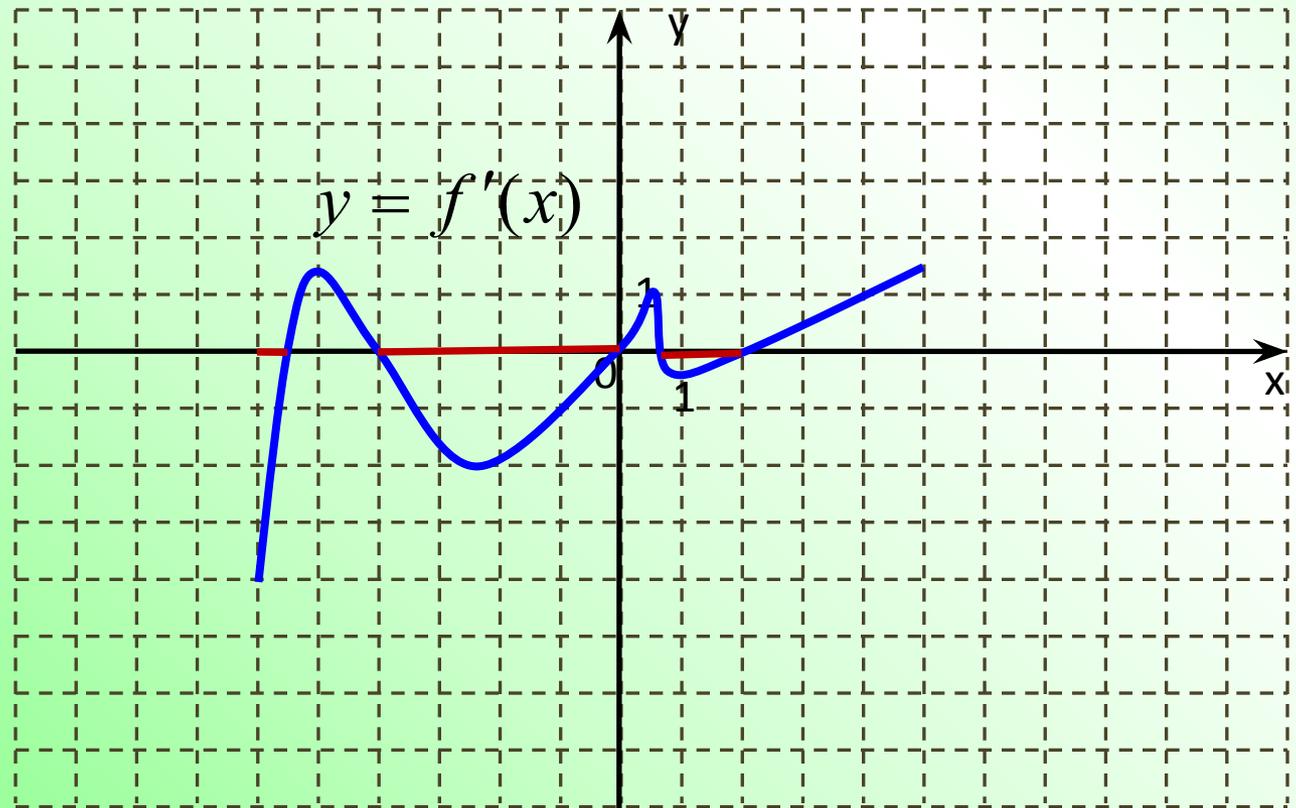
На рисунке изображен график функции $y=f(x)$.
Укажите длину наибольшего промежутка
возрастания этой функции.

Ответ: 4



Функция $y=f(x)$ задана на промежутке $(-6; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите наибольшую из длин промежутков убывания функции.

$$f'(x) < 0$$



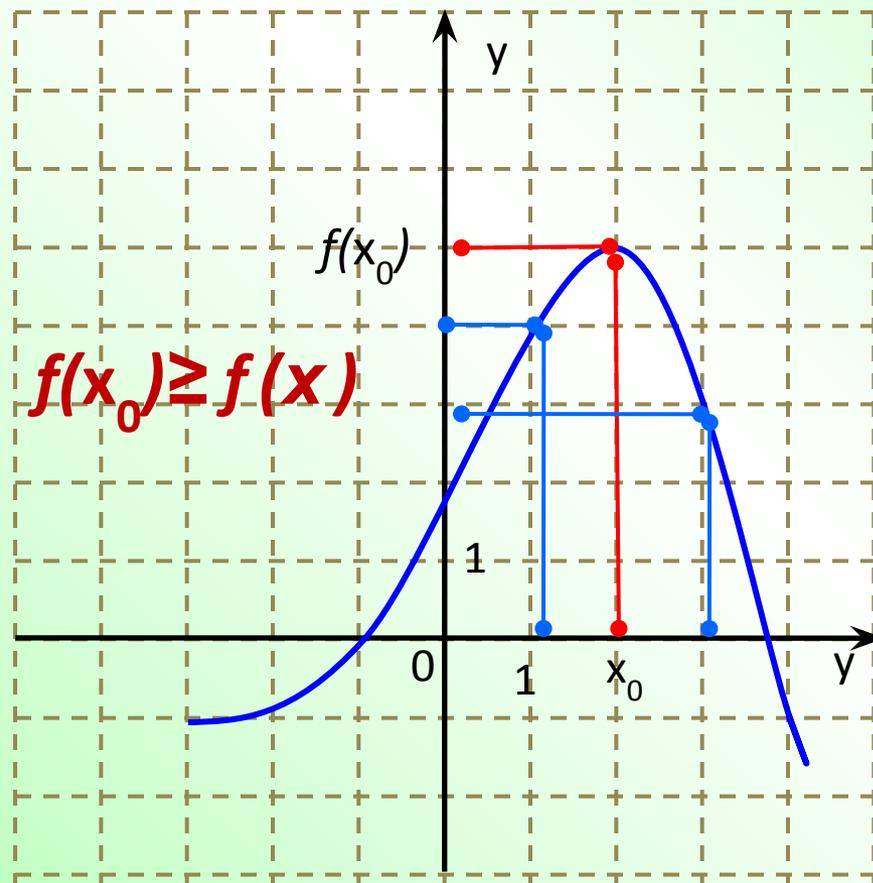
Ответ: 4

**Точки
экстремума.
Экстремумы
функции.**

Точки экстремума, экстремумы функции

Точка x_0 называется **точкой максимума** функции, если для всех x из некоторой окрестности выполнено неравенство :

$$f(x_0) \geq f(x)$$



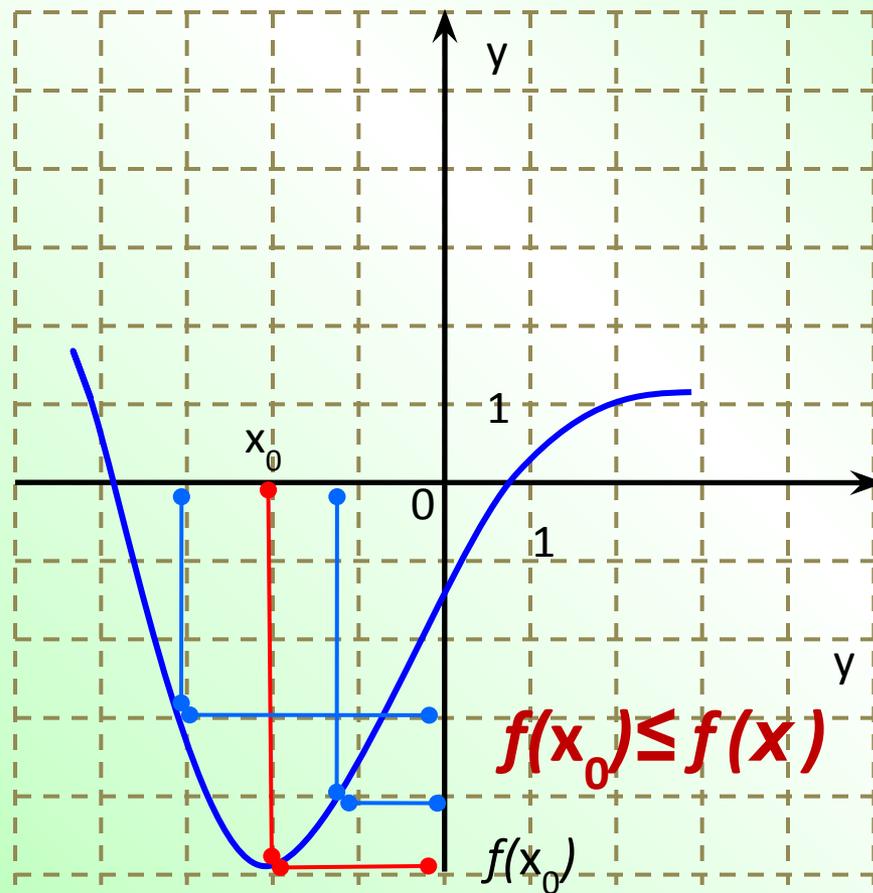
$f(x_0)$ - максимум функции

Точки экстремума, экстремумы функции

Точка x_0 называется **точкой минимума** функции, если для всех x из некоторой окрестности выполнено неравенство :

$$f(x_0) \leq f(x)$$

$f(x_0)$ - минимум функции



x_{\max}
 x_{\min} } **Точки
экстремума**

y_{\min}
 y_{\max} } **Экстремумы
функции**

Критические точки

Внутренние точки области определения функции, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются

критическими

точками этой функции.

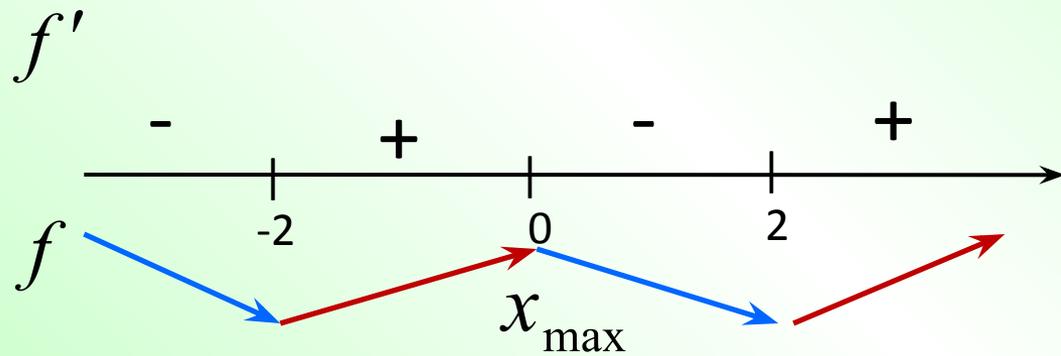
Необходимое условие экстремума

Если точка x_0 является точкой экстремума функции f и в этой точке существует производная $f'(x)$, то она равна нулю:

$$f'(x) = 0$$

Признак максимума функции.

Если функция f непрерывна в точке x_0 , а $f'(x) > 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f'(x) < 0$ на интервале $(x_0; b)$, то точка x_0 является точкой максимума функции f

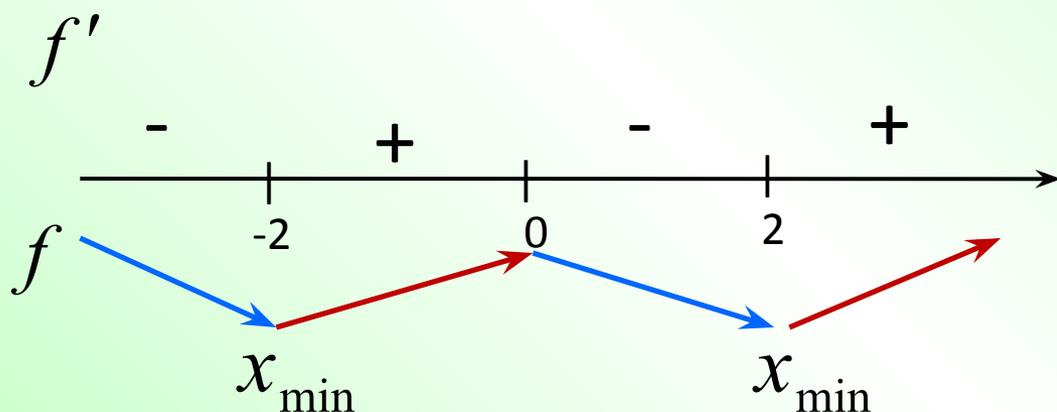


Упрощенное правило:

Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума .

Признак минимума функции.

Если функция f непрерывна в точке x_0 , а $f'(x) < 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f'(x) > 0$ на интервале $(x_0; b)$, то точка x_0 является точкой минимума функции f .



Упрощенное правило:

Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка минимума.

Пример

Найдите точки
экстремума функции

$$f(x) = 3x - x^3 \quad f'$$

$$D(y) = \mathbb{R}$$

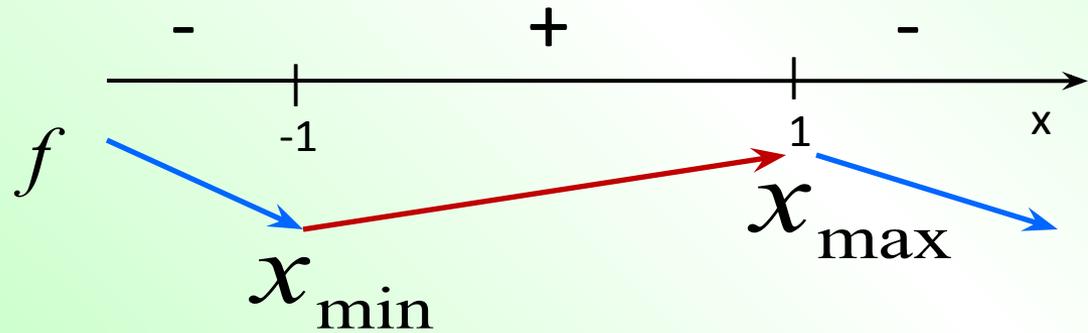
$$f'(x) = 3 - 3x^2$$

Критические точки

$$f'(x) = 0 \\ x = \pm 1$$

$f'(x)$ - не
существует

Таких значений
x нет.



$$\text{Ответ: } x_{\min} = -1$$

$$x_{\max} = 1$$

График функции

