

ДИСКРЕТНЫЕ СТРУКТУРЫ

КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ ВЫБОРКА. ОБОБЩЕНИЕ ВВЕДЕННЫХ ПОНЯТИЙ

ЛЕКЦИЯ 9

Математический факультет.
Кафедра математического моделирования

Тема: Выборка.
Обобщение введенных понятий.

Цель лекции – изучить формулы представления и свойства биномиальных и полиномиальных коэффициентов

Литература

- Глускин Л.М., Шор Л.А., Шварц В.Я. Задачи и алгоритмы комбинаторики, и теории графов. Донецк, ДПИ, 1982. 368 с.
- Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1977. 368 с.
- Ежов И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Элементы комбинаторики: Пер. с укр. М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства Наука, 1977. 80 с.
- Виленкин Н.Я. Индукция. Комбинаторика. М.: Просвещение, 1976. 48 с.
- Хаханов В.І., Хаханова І.В., Кулак Е.М., Чумаченко С.В. Методичні вказівки до практичних занять з курсу "Дискретна математика". Харків, ХНУРЕ. 2001. С.67-70.

Термины

Базовые понятия:

- Множество
- Бином
- Биномиальные коэффициенты и формула для них
- Перестановка

Ключевые слова:

- Сочетание
- Размещение
- Сочетание и размещение с повторением
- Выборка

ПРИМЕР

1

- Дано множество $M=\{a,b,c\}$
- Перестановки с повторениями из 3 элементов по 2:
 $\{a,b,c\} \times \{a,b,c\} = \{ (a,a), (a,b), (a,c), (b,a), (b,b), (b,c), (c,a), (c,b), (c,c) \}$, их количество $n^k = 3^2 = 9$
- Перестановки без повторений из 3 элементов по 2 \equiv упорядоченные сочетания без повторений \equiv размещения из трех элементов по 2:
 $\{ (a,b), (a,c), (b,a), (b,c), (c,a), (c,b) \}$, их количество

$$A_3^2 = 2! \cdot C_3^2 = 2! \cdot \frac{3!}{2!(3-2)!} = 3! = 6$$

ПРИМЕР

2

- Дано множество $M=\{a,b,c\}$
- Сочетания без повторений из 3 элементов по 2 :
 $\{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}$, их количество

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = 3$$

- Сочетания с повторениями из 3 элементов по 2:
 $\{a,a\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,b\}, \{b,c\}, \{c,c\}$, их количество

$$C_{n+k-1}^k = C_{3+2-1}^2 = C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 3! = 6$$

N-МЕРНЫЙ КУБ

- Вершины n-мерного куба можно рассматривать как совокупность упорядоченных сочетаний с повторениями (размещений с повторениями) из элементов множества $E_k = \{0, 1, 2, \dots, k-1\}$ по n:

$$E_k^n = \underbrace{E_k \times E_k \times \dots \times E_k}_{n \text{ раз}}$$

КОМБИНАТОРНАЯ МЕРА ИНФОРМАЦИИ

- В комбинаторной мере информации количество информации определяется как число комбинаций элементов (сочетаний символов).
- Количество информации совпадает с числом возможных сочетаний, перестановок и размещений элементов.
- Комбинирование символов в словах, состоящих только из 0 и 1, меняет значения слов.
- Рассмотрим две пары слов:
100110 и 001101;
011101 и 111010.
- В них произведена перестановка крайних разрядов (изменено местоположение знакового разряда в числе – перенесен слева направо).

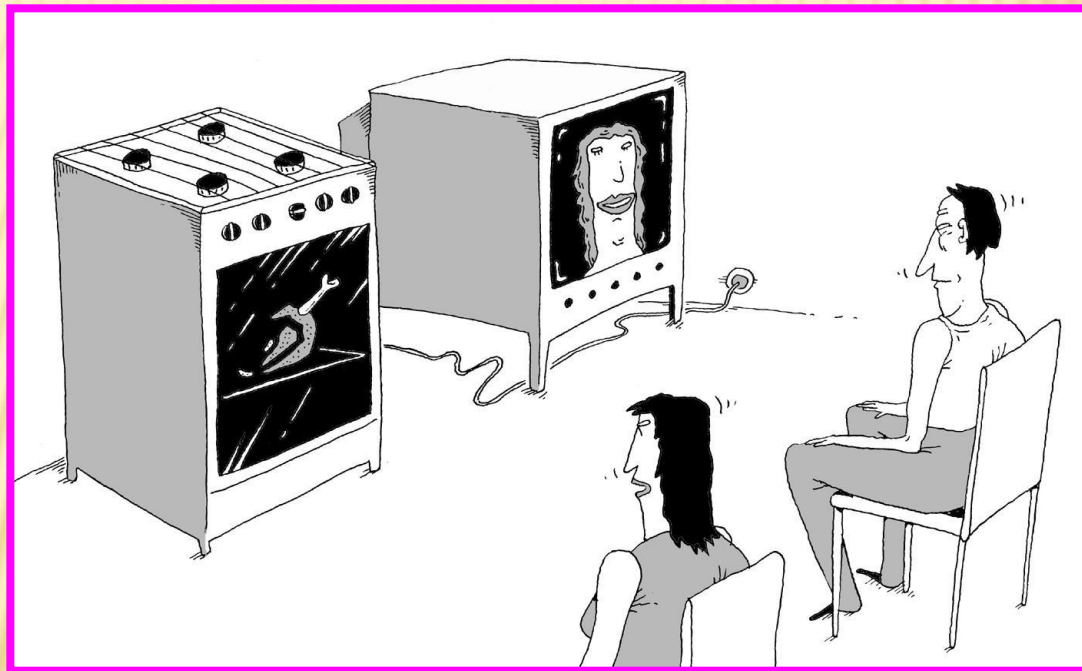
ВЕРОЯТНОСТЬ ИСКАЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

- В теории кодирования имеет место понятие вероятности искажения информации.
- Понятие **корректирующей способности кода** обычно связывают с возможностью обнаружения и исправления ошибки. Количественно корректирующая способность кода определяется вероятностью обнаружения или исправления ошибки.
- Пусть имеется n -разрядный код и вероятность искажения одного символа равна p . Количество кодовых комбинаций, каждая из которых содержит k искажений символов, равна числу сочетаний из n по k :
- Вероятность того, что искажены k символов, а остальные $n-k$ символов не искажены, определяется как

$$p^k(1-p)^{n-k}$$

- Полная вероятность искажения информации определяется как $P_{\Sigma} = \sum_{i=1}^k \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i}$

TIME-OUT



ВЫБОРКА. СИСТЕМАТИЗАЦИЯ КОМБИНАТОРНЫХ ПОНЯТИЙ. 1

- **Def:** набор элементов из множества называется выборкой объема k из n элементов или (n,k) -выборкой
- **Def:** выборка называется упорядоченной, если в ней задан порядок следования элементов
- Две упорядоченные выборки считаются различными, если они отличаются лишь порядком следования элементов
- В выборках могут допускаться повторения элементов
- **Def:** упорядоченная (n,k) -выборка, в которой элементы могут повторяться, называется перестановкой с повторениями из n элементов по k или (n,k) -перестановкой с повторениями
- Число (n,k) -перестановок с повторениями определяется как n^k
- **Def:** если элементы упорядоченной (n,k) -выборки попарно различны, то она называется (n,k) -перестановкой без повторений или просто (n,k) -перестановкой
- Число (n,k) -перестановок без повторений определяется как $n!$

ВЫБОРКА. СИСТЕМАТИЗАЦИЯ КОМБИНАТОРНЫХ ПОНЯТИЙ. 2

- **Def:** неупорядоченная (n,k) -выборка, в которой элементы могут повторяться, называется сочетанием с повторениями из n элементов по k или (n,k) -сочетанием с повторениями.
- Число сочетаний с повторениями из n элементов по k определяется как C_{n+k-1}^{n-1}
- **Def:** если элементы неупорядоченной выборки попарно различны, то она называется сочетанием без повторений из n элементов по k или (n,k) -сочетанием. Каждое такое сочетание представляет подмножество мощности k
- Число сочетаний без повторений из n элементов по k определяется как C_n^k

СХЕМА ВЗАИМОСВЯЗЕЙ МЕЖДУ ПОНЯТИЯМИ

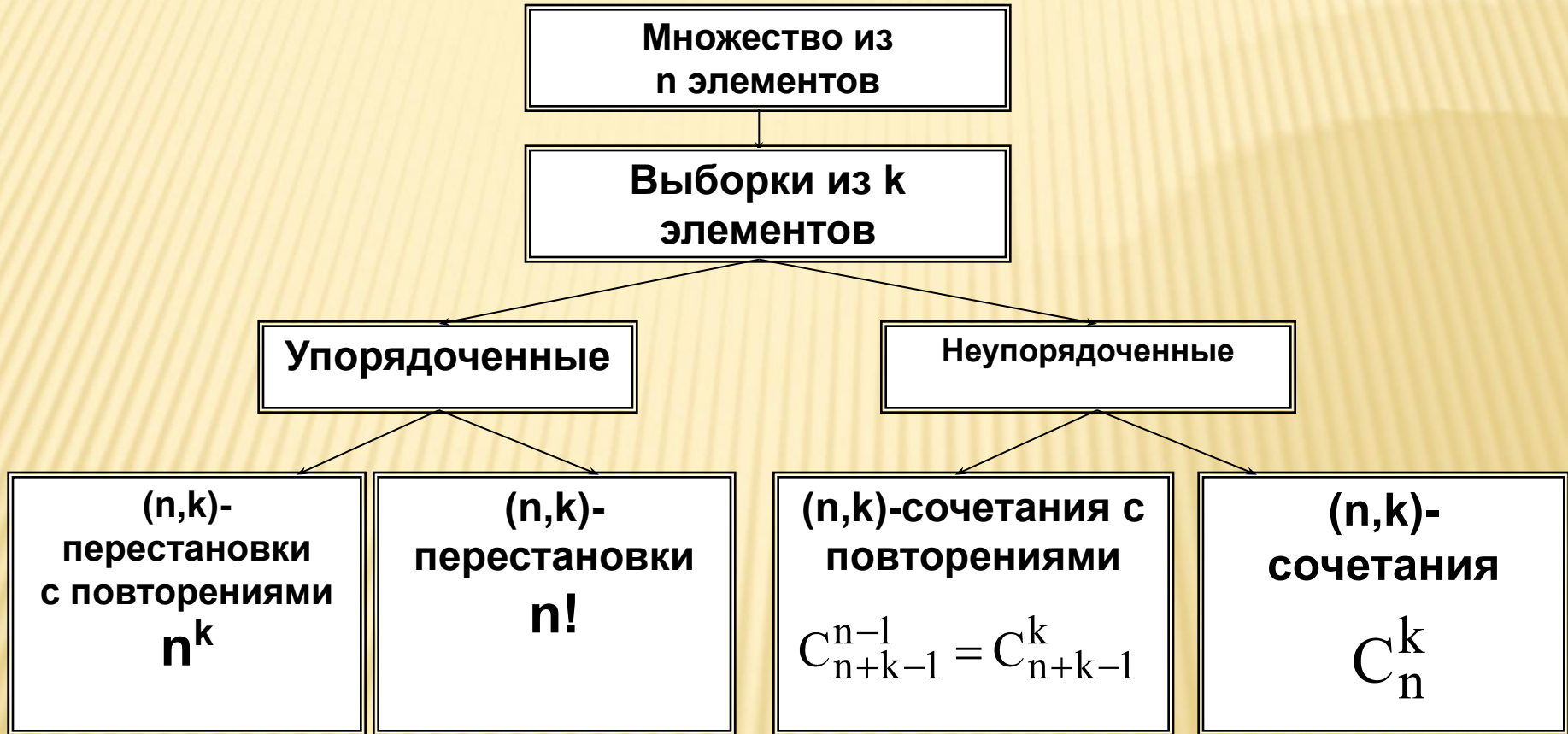
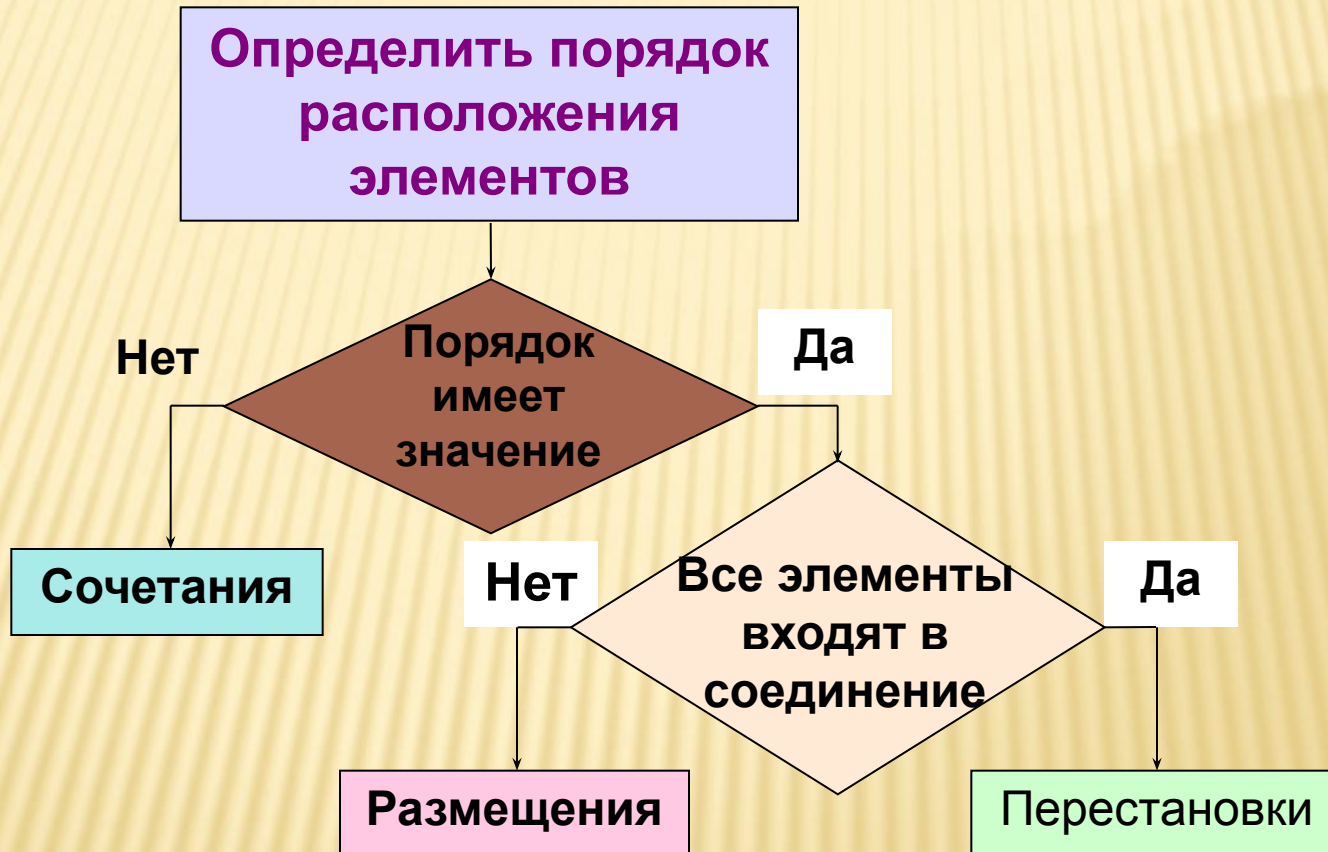


СХЕМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



ТЕСТ-ВОПРОСЫ. 1

1. Что является более общим понятием:

- а) перестановки;
- б) размещения;
- в) сочетания.

2. В каком случае мощность множества больше:

- а) в размещении без повторений;
- б) в размещении с повторениями;
- в) одинаково.

3. В каком случае мощность множества больше:

- а) в перестановках без повторений;
- б) в перестановках с повторениями;
- в) одинаково.

ТЕСТ-ВОПРОСЫ. 2

4. Число перестановок из 5 элементов равно:

- а) 5; б) 25; в) 120; г) 1.

5. Сколько существует способов выбрать 3 книги из 5?

- а) 0; б) 1; в) 3; г) 5; д) 10.

6. Сколькими способами можно расставить на полке 4 книги?

- а) 4
- б) $4!$
- в) 4^2
- г) 2^4 .

7. Сколько различных вариантов таблиц истинности можно составить для произвольной булевой функции от трех переменных?