

**ОГЭ 2018 г**

**Модуль  
«Алгебра»**

# Характеристика модуля:

Модуль «Алгебра» состоит из 2-х частей.

**Часть 1.** 14 заданий (1-14) с кратким ответом.

Каждое задание оценивается в **1 балл**.

**Часть 2.** 3 задания (21-23) с развёрнутым ответом.

Задание 21.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

## Задание 22.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

## Задание 23.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Автор: Фролова Л.А. <i>Максимальный балл</i>

# Часть 1

# Задание 1

*Характеристика задания:* задание 1 представляет собой задачу на арифметические действия с дробями — как десятичными, так и обыкновенными.

*Рекомендации:* уделить самое пристальное внимание, отработав с учащимися как действия с десятичными дробями, так и действия с обыкновенными дробями и комбинациями десятичных и обыкновенных дробей. Если рациональный способ вычислений не очевиден, следует решить задачу стандартным образом и не тратить время на его поиск.

## Пример задания

Обратим все дроби в неправильные обыкновенные дроби и раскроем скобки (в данном случае это наиболее рациональный способ):

$$\begin{aligned}\left(6,25 - 3\frac{1}{3}\right) \cdot 9,6 &= \left(\frac{25}{4} - \frac{10}{3}\right) \cdot \frac{48}{5} = \frac{25}{4} \cdot \frac{48}{5} - \frac{10}{3} \cdot \frac{48}{5} = \\ &= \frac{25}{5} \cdot \frac{48}{4} - \frac{10}{5} \cdot \frac{48}{3} = 5 \cdot 12 - 2 \cdot 16 = 28.\end{aligned}$$

Ответ:

28

## Задание 2

*Характеристика задания:* задание 2 ОГЭ по математике, открывающее блок «Реальная математика» в каждом из экзаменационных вариантов, представляет собой задачу на чтение и анализ данных, представленных в виде таблиц, либо задачу, связанную с записью чисел в стандартном виде и их сравнением.

*Пример задания* В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет находится на втором месте по степени удалённости от Солнца?

Планета	Марс	Меркурий	Нептун	Сатурн
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$5,79 \cdot 10^7$	$4,497 \cdot 10^9$	$1,427 \cdot 10^9$

1) Марс                    2) Меркурий            3) Нептун                4) Сатурн

**Р е ш е н и е.** Числа в таблице записаны в стандартном виде. Поэтому больший показатель степени числа 10 будет соответствовать большему значению расстояния. Таким образом, достаточно сравнить числа в двух последних столбцах таблицы. Поскольку показатели степени числа 10 в этих столбцах одинаковы, а  $4,497 > 1,427$ , из четырёх данных наиболее удалённой от Солнца планетой является Нептун, а второй по степени удалённости будет Сатурн.

**Ответ:** 4.

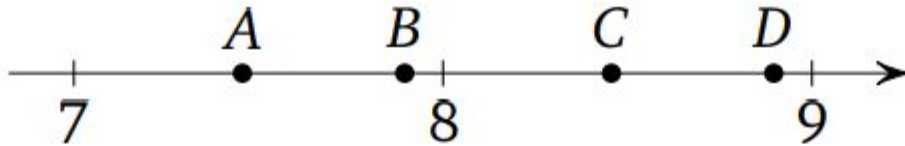


# Задание 3

*Характеристика задания:* задание 3 ОГЭ по математике представляет собой задачу на взаимное расположение чисел на числовой (координатной) прямой, их сравнение и оценку

## Пример задания

На координатной прямой отмечены точки  $A, B, C, D$ . Одна из них соответствует числу  $\sqrt{63}$ . Какая это



- 1) точка  $A$       2) точка  $B$       3) точка  $C$       4) точка  $D$

**Р е ш е н и е.** Для ответа на вопрос задачи нужно установить, между какими двумя последовательными натуральными числами заключено число  $\sqrt{63}$ . Ясно, что  $49 < 63 < 64$ , откуда  $7 < \sqrt{63} < 8$ . Значит, одна из точек  $A$  или  $B$  является искомой. Очевидно, что число 63 расположено значительно ближе к числу 64, чем к числу 49. Поэтому и число  $\sqrt{63}$  расположено ближе к числу 8, чем к числу 7. Значит, числу  $\sqrt{63}$  соответствует точка  $B$ .

**Ответ:** 2.

# Задание 4

*Характеристика задания:* Задание 4 ОГЭ по математике продолжает линию заданий 1 и 3 и является задачей на преобразование числовых и буквенных выражений и вычисление их значений.

При этом задачи открытого банка по этой позиции варианта ОГЭ можно разделить на две чётко разграниченные группы:

- задачи на действия с целыми степенями
- задачи на действия с корнями

*Пример задания* Найдите значение выражения  $5^{-37} : 55^{-38} \cdot 11^{-36}$ .

**Решение.** Перепишем данное выражение в виде  $\frac{5^{-37} \cdot 11^{-36}}{55^{-38}}$

и воспользуемся свойствами степеней:

$$\frac{5^{-37} \cdot 11^{-36}}{55^{-38}} = \frac{5^{-37} \cdot 11^{-36}}{5^{-38} \cdot 11^{-38}} = 5^{-37+38} \cdot 11^{-36+38} = 5 \cdot 11^2 = 605.$$

**Ответ:** 605.

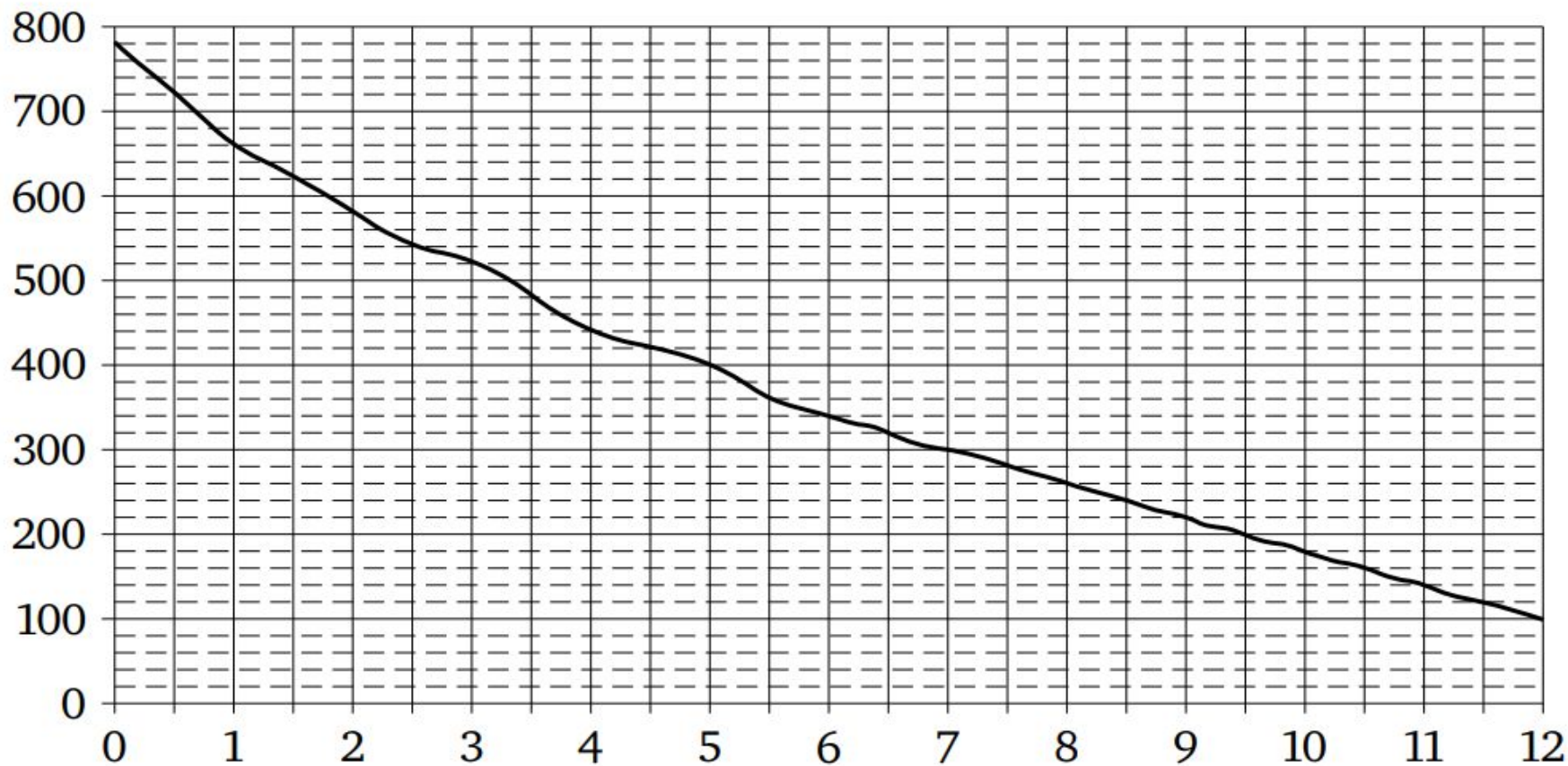
# Задание 5

*Характеристика задания:* задание 5 ОГЭ по математике представляет собой задачу на чтение и анализ данных, представленных в виде графиков. Все такие задачи делятся на две чётко разграниченные группы:

- в первой требуется найти точку оси абсцисс, ответив на вопрос типа «какого числа значение величины было равно данному?»,
- во второй — найти наибольшее или наименьшее значение некоторой величины, т.е. точку оси ординат.

*Ошибочные ответы* обычно обусловлены невнимательностью: перепутаны наибольшее и наименьшее значения, вместо температуры в ответе указана дата и т. п.

*Пример задания* На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной — давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 440 миллиметрам ртутного столба. Ответ дайте в километрах.



**Р е ш е н и е.** Одно деление на вертикальной оси соответствует 20 миллиметрам ртутного столба. Для ответа на вопрос задачи достаточно мысленно провести горизонтальную прямую через точку вертикальной оси, находящуюся на два деления выше отметки 400. Эта прямая пересечёт данный график в точке с абсциссой 4.

**Ответ:** 4.

# Задание 6

*Характеристика задания:* Задание 6 ОГЭ по математике представляет собой несложное рациональное уравнение — линейное или квадратное либо сводящееся в одно-два действия к одному из них целое или дробно-линейные уравнение. Квадратные уравнения представлены в открытом банке ОГЭ по математике всеми типами: неполные (с нулевым вторым или третьим коэффициентом)

*Методические рекомендации* с разбором задач и полные (приведённые и неприведённые). Для того чтобы успешно справиться с подобным заданием на ОГЭ, достаточно уметь решать линейные и квадратные уравнения, помнить правило переноса слагаемого из одной части уравнения в другую (знак этого слагаемого меняется на противоположный), обладать определёнными вычислительными навыками, связанными с арифметическими действиями над целыми числами и дробями.



*Пример задания*    Решите уравнение  $\frac{5x-1}{x+3} = 3$ .

**Р е ш е н и е.** Заметим, что  $x \neq -3$ . Умножив обе части уравнения на  $x + 3$ , получим  $5x - 1 = 3(x + 3)$ , откуда  $5x - 1 = 3x + 9$ , и  $x = 5$ .

**Ответ:** 5.

# Задание 7

*Характеристика задания:* задание 7 ОГЭ по математике представляет собой несложную арифметическую текстовую задачу на проценты, отношения величин или производительность. Для решения этих практико-ориентированных задач достаточно уметь выполнять арифметические действия с целыми числами и дробями (вычисления по действиям), деление с остатком и последующее округление с недостатком или избытком и т. п. В таких задачах желательно делать проверку, в том числе и на здравый смысл — с помощью прикидки и оценки. В некоторых случаях, когда речь идёт о небольших числах, ответ можно получить и с помощью обычного перебора. Значительную часть заданий открытого банка ОГЭ на этой позиции в вариантах экзаменационных работ составляют именно задачи на проценты.

## *Пример задания*

Принтер печатает 7 страниц за 6 секунд.  
Сколько страниц напечатает принтер за 5 минут?

**Решение.**

Пять минут — это  $5 \cdot 60 = 300$  секунд.  
Поскольку  $300 : 6 = 50$ , за 5 минут принтер напечатает  $50 \cdot 7 = 350$  страниц. Ответ: 350

# Задание 8

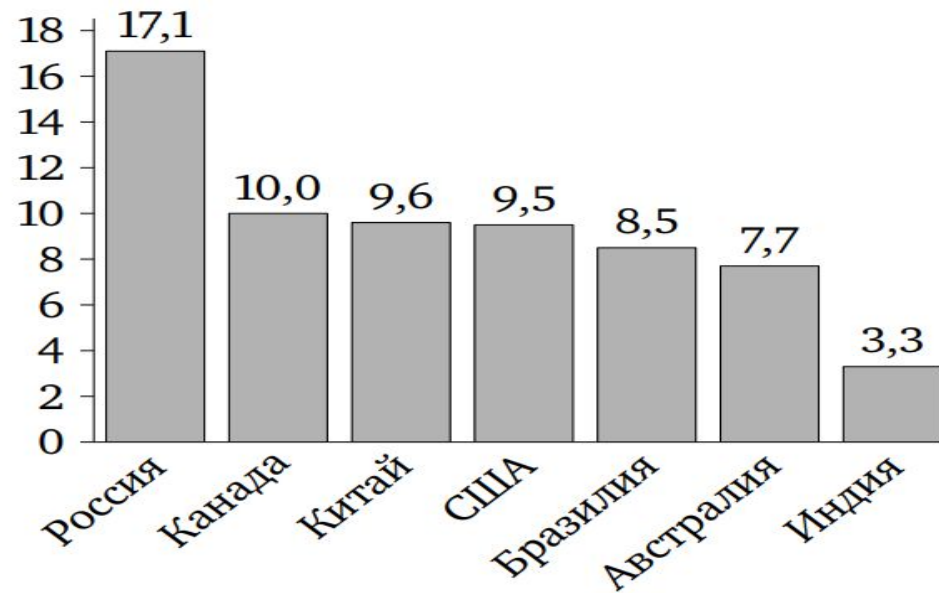
**Характеристика задания:** задание 8 ОГЭ по математике представляет собой задачу на чтение и анализ информации, представленной в виде диаграмм — круговых или столбчатых. В простейших случаях надо определить, оценить или соотнести с условием долю, которую занимает в общей площади круговой диаграммы сектор, соответствующий одной из характеристик, подсчитать число столбиков, удовлетворяющих тому или иному требованию, либо сравнить некоторые из них по высоте.

Немного сложнее задачи, требующие определённого расчёта или сопоставления данных. Заметим, что диаграммы применяются для наглядного, качественного сравнения тех или иных показателей или характеристик.

Решение подобных задач не предполагает использования транспортира (для круговых диаграмм) или линейки (для столбчатых диаграмм)

Пример задания

На диаграмме представлены семь крупнейших по площади (в млн км<sup>2</sup>) территории стран мира.



Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Мексика входит в семёрку крупнейших по площади территории стран мира.
- 2) Площадь территории Китая составляет 9,6 млн км<sup>2</sup>.
- 3) Площадь территории Бразилии больше площади территории Китая.
- 4) Площадь территории Канады больше площади территории Индии примерно втрое.

Запишите номера выбранных ответов в порядке возрастания без пробелов, запятых и любых других символов.

**Р е ш е н и е.** Поскольку Мексика не входит в семёрку представленных стран, утверждение 1 ложно. Утверждение 3 является ложным, а утверждения 2 и 4 являются истинными, что следует из данных диаграммы.

**Ответ:** 24.

# Задание 9

*Характеристика задания* Задание 19 ОГЭ по математике — это простейшая задача на вычисление вероятности. Для решения таких задач достаточно уметь находить отношение числа благоприятных для наступления некоторого события исходов к числу всех равновозможных исходов. Иногда это требует определённых вычислительных навыков, а также действий с отношениями и/или процентами. Для более глубокого усвоения темы могут оказаться полезными следующие простейшие правила и формулы вычисления вероятностей.

- Формула вероятности противоположного события:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A), \quad P(A) = 1 - P(\bar{A}).$$

- Формула умножения вероятностей независимых событий: если события  $A$  и  $B$  независимы, то вероятность наступления обоих этих событий равна  $P(A) \cdot P(B)$ .

*Пример задания* Из крупных животных в заповеднике обитают только благородные олени, лоси и косули. Найдите вероятность того, что случайно встреченное в заповеднике крупное животное окажется косулей, если из трёх следующих утверждений два истинны, а одно ложно:

1) лоси составляют 33% крупных животных заповедника;

2) благородные олени составляют 44% крупных животных заповедника;

3) косули составляют 77% крупных животных заповедника.

**Решение.** Предположим, что утверждение 3 истинно. Тогда оба утверждения 1 и 2 ложны, так как общее число животных не может быть больше 100%. По условию только одно утверждение является ложным. Получили противоречие. Значит, утверждение 3 является ложным, а утверждения 1 и 2 истинны. Поэтому косули составляют

$$100\% - 33\% - 44\% = 23\%$$

крупных животных заповедника, и, следовательно, искомая вероятность равна 0,23.

**Ответ:** 0,23.

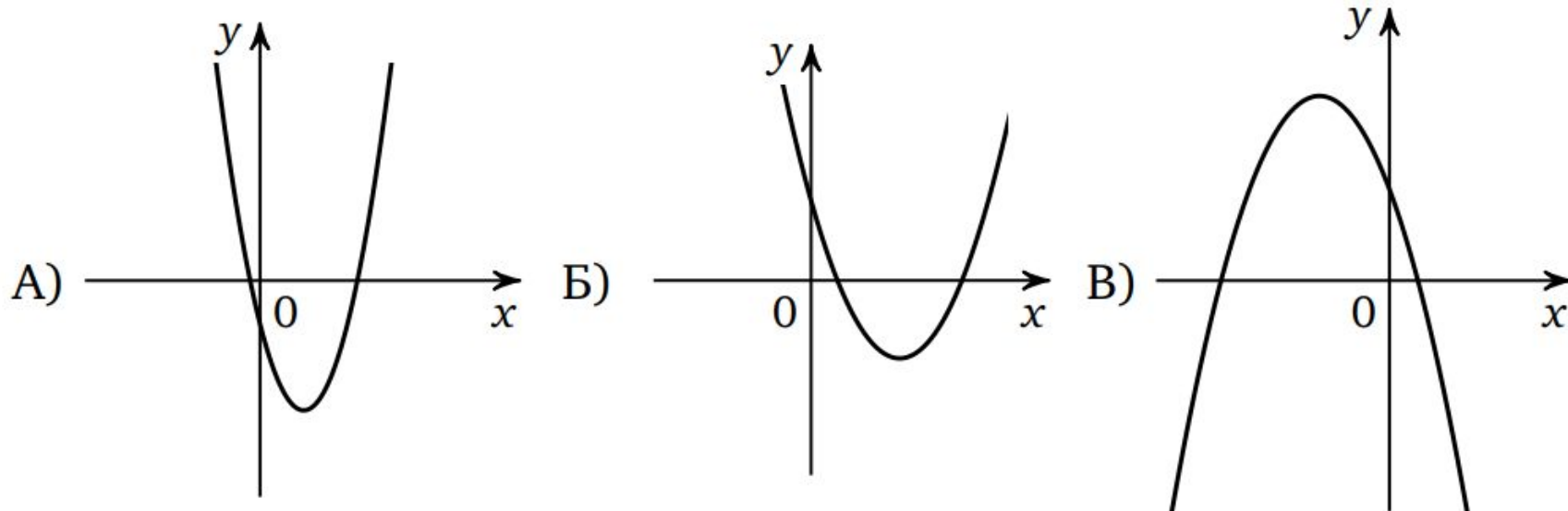


# Задание 10

**Характеристика задания:** задания, связанные с функциями и их графиками (именно к ним относится задание 10 ОГЭ), ежегодно включаются в варианты ОГЭ по математике. По большей части это задания на чтение графиков функций, содержащие вопросы о свойствах функций, задания, в которых требуется установить соответствие между функциями, заданными формулами, и графиками этих функций, либо вариации последних, предполагающие ответ на вопрос, какая из нескольких данных формул задаёт функцию, график которой приведён в условии, или какой из нескольких данных графиков соответствует функции, заданной указанной в условии формулой.

*Пример задания* На рисунках изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

1)  $a > 0, c < 0$

2)  $a < 0, c > 0$

3)  $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение. Знак коэффициента  $a$  определяет направление ветвей параболы  $y = ax^2 + bx + c$ : если  $a > 0$ , то ветви параболы направлены вверх, если  $a < 0$ , то ветви параболы направлены вниз. Поскольку  $y(0) = c$ , при  $c > 0$  парабола  $y = ax^2 + bx + c$  пересекает ось ординат в точке верхней координатной полуплоскости, а при  $c < 0$  — в точке нижней координатной полуплоскости. Таким образом, графику А соответствуют коэффициенты 1, графику Б — коэффициенты 3, а графику В — коэффициенты 2.

Ответ:

А	Б	В
1	2	3

# Задание 11

*Характеристика задания* Задание 6 ОГЭ по математике представляет собой задачу на числовые последовательности, прежде всего на арифметическую или геометрическую прогрессию, но не только.

Напомним, что *числовой последовательностью* называется набор чисел, для которых указан порядок их следования, т. е. каждому из чисел набора приписан определённый порядковый номер, причём любые два числа из набора (даже если они равны) имеют разные номера. Иными словами, последовательность — не что иное, как функция, определённая на множестве натуральных чисел. График такой функции представляет собой множество точек с натуральными абсциссами, ординаты которых находятся по определённому правилу. Это правило, как и в случае любой другой функции, может быть дано в виде описания, таблицы, формулы либо даже сразу в виде самого графика. Обычно последовательность обозначается так:  $(a_n)$  или так:  $\{a_n\}$ . Скобки указывают именно на обозначение последовательности, а их отсутствие, т. е. запись  $a_n$ , означает, что речь идёт об  $n$ -м члене последовательности.

*Арифметической прогрессией* называется числовая последовательность, каждый член которой начиная со второго равен предыдущему, сложенному с одним и тем же для данной последовательности числом  $d$ , называемым *разностью прогрессии*. Разность арифметической прогрессии может быть любым числом: положительным, отрицательным, нулём. Таким образом, для того чтобы однозначно определить арифметическую прогрессию, достаточно знать какой-то её член и разность, т. е. арифметическая прогрессия задаётся двумя элементами. В самых простых и стандартных случаях это первый член прогрессии и её разность. На числовой прямой члены арифметической прогрессии с разностью, отличной от нуля, изображаются точками, расстояние между двумя любыми соседними из которых равно  $|d|$ .

Из определения арифметической прогрессии вытекают формула её  $n$ -го члена  $a_n = a_1 + (n - 1)d$  и формула суммы  $S_n$  её первых  $n$  членов  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ . При решении некоторых задач могут оказаться полезными следующие свойства, также вытекающие из определения арифметической прогрессии:

1)  $a_k + a_l = a_p + a_q$  в том и только том случае, если  $k + l = p + q$ , т. е. сумма двух любых членов арифметической прогрессии равна сумме двух любых других её членов с той же суммой индексов;

2)  $a_k = \frac{a_{k-m} + a_{k+m}}{2}$  (здесь  $k > m$ ), т. е. каждый член арифметической прогрессии начиная со второго есть среднее арифметическое двух равноотстоящих от него членов этой прогрессии; в частности, каждый член арифметической прогрессии начиная со второго равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов этой прогрессии.

Обратим внимание на то, что если для какой-то числовой последовательности верна формула 2, то эта последовательность является арифметической прогрессией, поэтому свойство 2 иногда называют характеристическим свойством арифметической прогрессии.

*Геометрической прогрессией* называется числовая последовательность  $(b_n)$ , первый член которой отличен от нуля, а любой другой её член равен предыдущему, умноженному на одно и то же для данной последовательности отличное от нуля число  $q$ , называемое *знаменателем прогрессии*. Таким образом, в отличие от определения арифметической прогрессии, определение геометрической прогрессии содержит ограничения на оба её базовых элемента:  $b_1 \neq 0$ ,  $q \neq 0$ . Из определения геометрической прогрессии следует и то, что любой её член отличен от нуля.

Таким образом, для того чтобы однозначно определить геометрическую прогрессию, достаточно знать какой-то её член и знаменатель, т. е. геометрическая прогрессия, как и арифметическая, задаётся двумя элементами. В самых простых и стандартных случаях это первый член прогрессии и её знаменатель. В более сложных задачах по данным условия можно составить два равенства (уравнения), которые позволят найти  $b_1$  и  $q$ , а уже затем с их помощью вычислить искомую величину.

Определение геометрической прогрессии позволяет найти формулу её  $n$ -го члена  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$  и формулу суммы  $S_n$  её первых  $n$  членов  $S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$  (для прогрессии, знаменатель которой отличен от 1). Если же знаменатель геометрической прогрессии равен 1, то все её члены равны первому и  $S_n = n \cdot b_1$ .

Напомним ещё два свойства, которые могут оказаться полезными при решении ряда задач:

1)  $b_k \cdot b_l = b_p \cdot b_q$  в том и только том случае, если  $k + l = p + q$ , т. е. произведение двух любых членов геометрической прогрессии равно произведению двух любых других её членов с той же суммой индексов;

2)  $b_k^2 = b_{k-m} \cdot b_{k+m}$  (здесь  $k > m$ ), т. е. квадрат каждого члена геометрической прогрессии начиная со второго равен произведению двух равноотстоящих от него членов этой прогрессии: в частности,

для прогрессии с положительными членами  $b_k = \sqrt{b_{k-m} \cdot b_{k+m}}$ , т. е. каждый член геометрической прогрессии с положительными членами начиная со второго равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов этой прогрессии.

Обратим внимание на то, что если для какой-то числовой последовательности верна формула 2, то эта последовательность является геометрической прогрессией, поэтому свойство 2 иногда называют характеристическим свойством геометрической прогрессии.

*Пример задания*      Последовательность  $(a_n)$  задана формулой  $a_n = 9n + 5$ .  
Какое из следующих чисел является её членом?

1) 99993

2) 99994

3) 99995

4) 99996

**Р е ш е н и е.** Членами последовательности являются натуральные числа, остаток от деления которых на 9 равен 5. Таким числом среди указанных в условии является, очевидно, только 99995.

**Ответ:** 3.



# Задание 12

*Характеристика задания:* задание 12 ОГЭ по математике — это задача на преобразование рациональных алгебраических выражений и вычисление их значений. Решение задач на преобразование выражений предполагает, как правило, последовательное упрощение данных выражений. При этом используются свойства степеней и формулы сокращённого умножения. Упрощение выражений обычно сводится к приведению подобных членов и сокращению дробей после некоторых предварительных действий, важнейшим из которых является разложение на множители. Последнее, в свою очередь, заключается в выполнении одного или нескольких из следующих четырёх правил:

- 1) «примени формулу или свойство»;
- 2) «сгруппируй слагаемые»;
- 3) «вынеси за скобку»;
- 4) «добавь и вычти».

*Пример задания*    Найдите значение выражения

$$(7x - 9)(7x + 9) - 49x^2 + 2x + 75 \quad \text{при } x = 23,45.$$

**Р е ш е н и е.** Сначала упростим данное выражение, применив формулу разности квадратов и приведя подобные слагаемые:

$$(7x - 9)(7x + 9) - 49x^2 + 2x + 75 = 49x^2 - 81 - 49x^2 + 2x + 75 = 2x - 6.$$

При  $x = 23,45$  искомое значение равно  $2 \cdot 23,45 - 6 = 46,9 - 6 = 40,9$ .

**Ответ:** 40,9.

# Задание 13

*Характеристика задания:* задание 13 представляет собой задачу на вычисление по данной формуле. В условиях таких задач даются формулы из разных областей знаний, причём значения всех величин за исключением одной в этих формулах известны. Требуется найти значение именно этой величины. Есть подобные задачи и в ЕГЭ по математике — как базового, так и профильного уровня.

Отметим, что для решения этих задач вовсе не обязательно быть специалистом, например, в области биологии или химии, здесь проверяется именно умение вычислять значение искомой величины по данной формуле и данным константам, т. е. по сути это задачи на «понимание при чтении», в данном случае чтении условия.

При этом в само условие, вообще говоря, можно не вникать, более того, это и не нужно: достаточно выписать данную формулу, значения данных в условии величин, подставить эти значения в выписанную формулу и найти из неё единственную неизвестную величину

*Пример задания*      Перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула  $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$ , где  $t_C$  — температура в градусах по шкале Цельсия,  $t_F$  — температура в градусах по шкале Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 302 градуса по шкале Фаренгейта?

**Р е ш е н и е.** По условию задачи  $t_F = 302$ . Поэтому

$$t_C = \frac{5}{9}(302 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 270 = 5 \cdot 30 = 150.$$

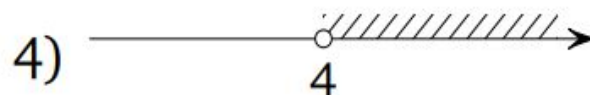
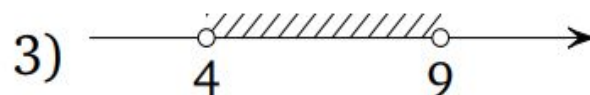
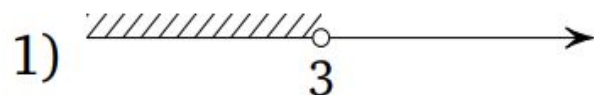
**Ответ:** 150.

# Задание 14

*Характеристика задания:* задание 14 ОГЭ по математике представляет собой линейное или квадратное неравенство либо систему двух простейших линейных неравенств.

Пример задания      Укажите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} 36 - 4x > 0, \\ 11 - 5x < -9. \end{cases}$$



**Р е ш е н и е.** Первое неравенство приводится к виду  $4x < 36$ , откуда  $x < 9$ . Второе неравенство приводится к виду  $-5x < -20$ , откуда  $x > 4$ . Значит, множеством решений данной системы является промежуток  $(4; 9)$ , изображённый на рисунке 3.

**Ответ:** 3.

# Часть 2

# Задание 21

*Характеристика задания* Задание 21 ОГЭ по математике открывает блок заданий повышенного и высокого уровней сложности и представляет собой алгебраическую задачу по одной из трёх следующих тем: «Преобразование рациональных выражений», «Уравнения и системы уравнений», «Неравенства».

Для решения уравнений (именно они и составляют самую значительную часть заданий банка ОГЭ по математике для 21-й позиции экзаменационной работы), как и в более простых задачах с кратким ответом, используются метод введения новой переменной, разложение на множители, условие равенства степеней и другие стандартные приёмы.



## Решите уравнение

*Пример задания*

$$4(5x - 2)^4 - 37(5x - 2)^2 + 9 = 0.$$

**Решение.** Обозначим  $(5x - 2)^2$  буквой  $t$ . Тогда  $t \geq 0$  и уравнение примет вид  $4t^2 - 37t + 9 = 0$ , откуда  $t = \frac{1}{4}$  или  $t = 9$  (оба корня удовлетворяют условию  $t \geq 0$ ). Таким образом, либо  $(5x - 2)^2 = \frac{1}{4}$ , либо  $(5x - 2)^2 = 9$ . Из уравнения  $(5x - 2)^2 = \frac{1}{4}$  получим  $5x - 2 = -0,5$  (и тогда  $x = 0,3$ ) или  $5x - 2 = 0,5$  (и тогда  $x = 0,5$ ). Из уравнения  $(5x - 2)^2 = 9$  получим  $5x - 2 = -3$  (и тогда  $x = -0,2$ ) или  $5x - 2 = 3$  (и тогда  $x = 1$ ).

**Ответ:**  $\{-0,2; 0,3; 0,5; 1\}$ .

# Задание 22

*Характеристика задания:* Задание 22 ОГЭ по математике представляет собой традиционную текстовую задачу по одной из трёх тем: «Движение», «Производительность и работа», «Проценты и концентрация». Некоторые из этих задач можно решить арифметически, не прибегая к составлению уравнению, другие требуют составления одного или двух уравнений и их решения.

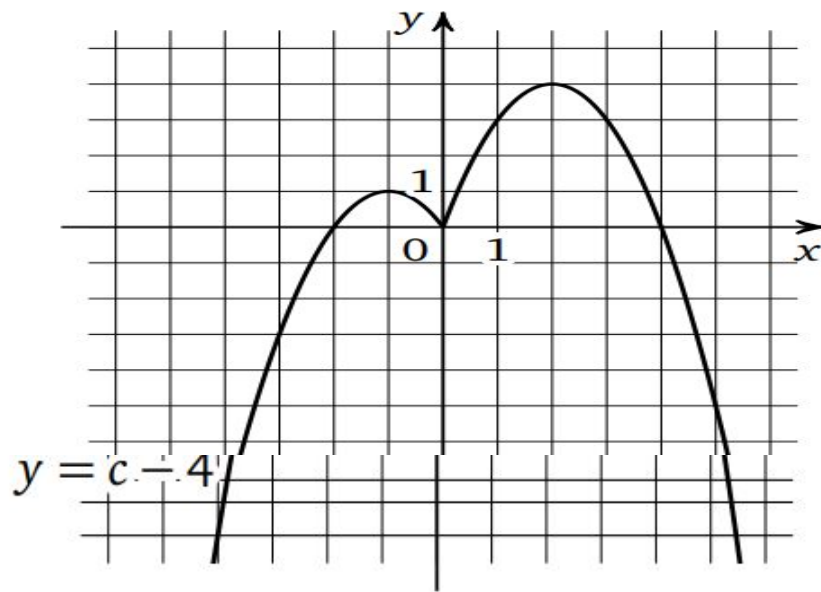
- **Пример задания.** Маша и Даша за день пропалывают 5 грядок, Даша и Глаша — 6 грядок, а Глаша и Маша — 7 грядок. Сколько грядок за день смогут прополоть девочки, работая втроем?
- **Решение.** Вообразим, что сначала Маша и Даша работали один день, затем Даша и Глаша работали один день, а потом Глаша и Маша работали ещё один день. Получается, что каждая из девочек работала два дня, или что бригада, состоящая из Маши, Глаши и Даши, прополосала  $5+6+7=18$  грядок за два дня. Значит, за один день эта бригада прополет вдвое меньше грядок, т. е. 9.
- Ответ: 9

# Задание 23

- *Характеристика задания:* задание 23 ОГЭ по математике представляет собой задачу по теме «Графики функций». Это задание можно отнести к относительно сложным, но следует понимать, что сложность эта относительна и в данном случае обусловлена либо формулой, задающей функцию и предполагающей предварительные алгебраические преобразования для получения одной из базовых функций школьного курса (из области определения которой в некоторых случаях придётся исключить одну или две точки), либо самим условием, требующим исследования взаимного расположения графиков двух функций и ответа на определённые вопросы о числе их общих точек в зависимости от некоторой величины.
- Что касается формулы, задающей функцию, то, как уже отмечалось, после несложных преобразований этой формулы (сокращения дроби, раскрытия модуля, приведения подобных слагаемых) получается формула, задающая элементарную функцию, графиком которой (или частью графика которой) является прямая, парабола, гипербола или их части — возможно, с удалёнными (выколотыми) точками (последние могут появиться в случае задания функции с помощью алгебраической дроби, область определения которой находится из условия неравенства нулю её знаменателя)

**Пример задания** Постройте график функции  $y = 3|x| + x - x^2$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c - 4$  имеет с графиком не менее двух, но не более трёх общих точек.

**Решение.** При  $x \geq 0$  данная функция имеет вид  $y = -x^2 + 4x$ . Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вниз, вершина имеет координаты  $(2; 4)$ , точки пересечения с осью абсцисс:  $(0; 0)$ ,  $(4; 0)$ . При  $x \leq 0$  данная функция имеет вид  $y = -x^2 - 2x$ . Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вниз, вершина имеет координаты  $(-1; 1)$ , точки пересечения с осью абсцисс:  $(0; 0)$ ,  $(-2; 0)$ . Прямая  $y = c - 4$  при любом значении  $c$  параллельна оси абсцисс и имеет с графиком не менее двух, но не более трёх общих точек, если  $c - 4 \leq 0$  или  $1 \leq c - 4 < 4$ , откуда  $c \in (-\infty; 4] \cup [5; 8)$ . График изображён на рисунке.



**Ответ:**  $(-\infty; 4] \cup [5; 8)$ .

**Шкала пересчёта суммарного балла за  
выполнение модуля «Алгебра» в отметку  
по алгебре**

**«3» - 6 – 8 баллов;**

**«4» - 9 – 12 баллов;**

**«5» - 13 – 17 баллов.**