

Лекция 5.

◆ МИНИМИЗАЦИЯ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ПО КАРТАМ КАРНО



1. Минимизация переключательных функций по картам Карно

- При решении задач минимизации как полностью определенных, так и не полностью определенных переключательных функций, зависящих от небольшого числа переменных, широкое применение находят графические методы.

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Метод минимизации по картам Карно позволяет графически получать экономное покрытие переключательной функции правильными конфигурациями её единиц.
- Карта Карно – это таблица истинности специального вида, в которой переменные функции расположены не одномерным, а двумерным массивом (по горизонтали и вертикали), причем каждому набору переменных поставлена в соответствие одна клетка.

Карта Карно

- Каждая из входных переменных делит карту Карно на две разные части, в одной из которых значение этой переменной равно 1, а в другой 0.
- Каждой клетке карты Карно соответствует один определенный набор, а каждая сторона клетки представляет собой границу между значениями переменных.

Карта Карно

- Карта Карно для одной и двух переменных:

	a	
	┌───┴───┐	
	0	1
(ā)		(a)

		b	
		┌───┴───┐	
		00	01
		(āb̄)	(āb)
a	┌───┴───┐		
	10	11	
	(ab̄)	(ab)	

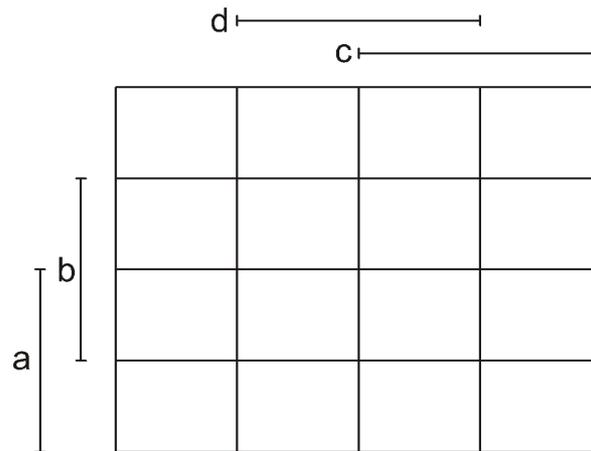
Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Карта Карно для трёх переменных

	c		b		
	000	001	011	010	
	0	0	1	0	
a	100	101	111	110	Z
	0	1	0	1	

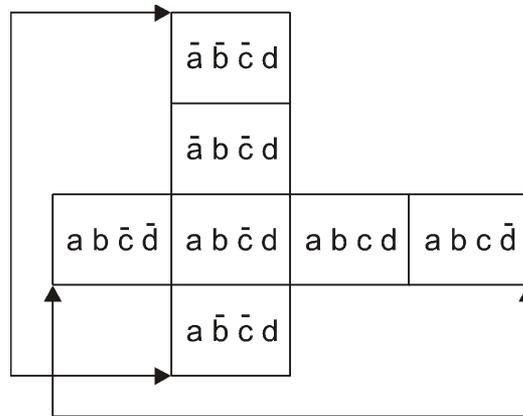
Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Карта Карно для четырёх переменных



Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Соседние клетки



Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Минимизация переключательной функции по карте Карно в классе ДНФ заключается в покрытии ее единиц минимальным количеством максимальных правильных контуров. В эти контуры могут включаться и условные наборы. Контуры могут пересекаться, но не могут включаться друг в друга – иначе не получатся простые импликанты.

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Правильными контурами для карты 4-х переменных могут быть следующие:
- **одноклеточный** – одна клетка с единицей, окруженная нулями;
- **двухклеточный** – две соседние клетки, окруженные нулями;

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	~	0	0
11	0	1	0	0
10	0	0	0	0

а)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	~	0	0

б)

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- **четырёхклеточный** – квадрат из четырех соседних клеток, окруженных нулями;

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	1
11	1	1	0	1
10	1	1	0	1

а)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	0	1	1	0

б)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

в)

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- **ВОСЬМИКЛЕТОЧНЫЙ** – куб из восьми соседних клеток, окруженных нулями;

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

а)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

б)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

в)

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- По карте Карно удобна также минимизация в классе КНФ. В этом случае каждому контуру из нулей с возможным добавлением «тильда» соответствует имплицента – член КНФ, которая строится также из переменных, не меняющих своего значения в номере клеток «нулевого» контура, только, если переменная в номере клетки равна нулю, то в КНФ она будет без инверсии, а если равна единице – то в КНФ она будет с инверсией.

КНФ

- б):
- 1) $(x_2 \vee x_4)$ – угловые клетки
- 2) – $(\bar{x}_2 \vee x_3)$ квадрат (0100, 1100, 0101, 1101);
- 3) – $(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)$ квадрат (1111, 1110, 1011, 1010);
- 4) – $(x_2 \vee \bar{x}_3)$ квадрат (0011, 0010, 1011, 1010).

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	~	0	0
11	0	1	0	0
10	0	0	0	0

а)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	~	0	0

б)

КНФ

- Таким образом:

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = (x_2 \vee x_4)(\bar{x}_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee \bar{x}_3).$$

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	~	0	0
11	0	1	0	0
10	0	0	0	0

а)

$x_1 x_2$	$x_3 x_4$			
	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	~	0	0

б)