

Лекция 5.

◆ МИНИМИЗАЦИЯ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ПО КАРТАМ КАРНО



1. Минимизация переключательных функций по картам Карно

- При решении задач минимизации как полностью определенных, так и не полностью определенных переключательных функций, зависящих от небольшого числа переменных, широкое применение находят графические методы.

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Метод минимизации по картам Карно позволяет графически получать экономное покрытие переключательной функции правильными конфигурациями её единиц.
- Карта Карно – это таблица истинности специального вида, в которой переменные функции расположены не одномерным, а двумерным массивом (по горизонтали и вертикали), причем каждому набору переменных поставлена в соответствие одна клетка.

Карта Карно

- Каждая из входных переменных делит карту Карно на две разные части, в одной из которых значение этой переменной равно 1, а в другой 0.
- Каждой клетке карты Карно соответствует один определенный набор, а каждая сторона клетки представляет собой границу между значениями переменных.

Карта Карно

- Карта Карно для одной и двух переменных:

| | | |
|---------------|-------|--|
| | a | |
| | ----- | |
| 0 | 1 | |
| (\bar{a}) | (a) | |

| | | |
|---|----------------------|----------------|
| | b | |
| | ----- | |
| | 00 | 01 |
| | ($\bar{a}\bar{b}$) | ($\bar{a}b$) |
| a | 10 | 11 |
| | ($a\bar{b}$) | (ab) |

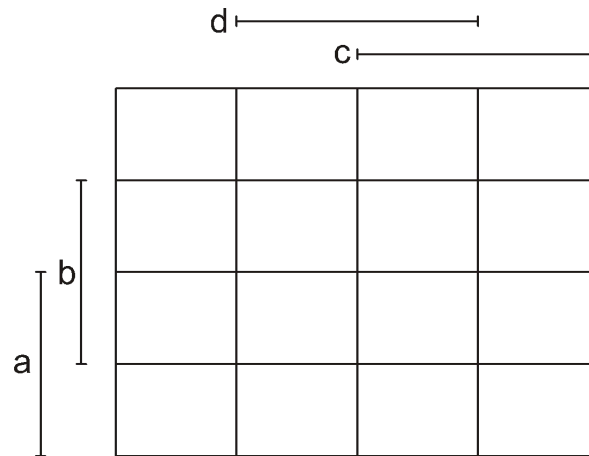
Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Карта Карно для трёх переменных

| | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|---|
| | c | | b | | |
| | 000 | 001 | 011 | 010 | |
| | 0 | 0 | 1 | 0 | |
| a | 100 | 101 | 111 | 110 | Z |
| | 0 | 1 | 0 | 1 | |

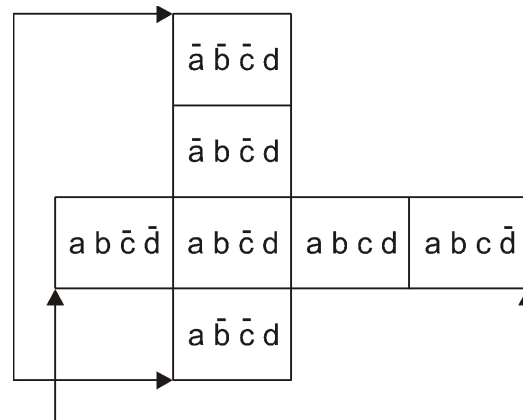
Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Карта Карно для четырёх переменных



Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Соседние клетки



Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Минимизация переключательной функции по карте Карно в классе ДНФ заключается в покрытии ее единиц минимальным количеством максимальных правильных контуров. В эти контуры могут включаться и условные наборы. Контуры могут пересекаться, но не могут включаться друг в друга – иначе не получатся простые импликанты.

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- Правильными контурами для карты 4-х переменных могут быть следующие:
- **одноклеточный** – одна клетка с единицей, окруженная нулями;
- **двухклеточный** – две соседние клетки, окруженные нулями;

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 01 | 0 | ~ | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

а)

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | ~ | 0 | 0 |

б)

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- **четырёхклеточный** – квадрат из четырех соседних клеток, окруженных нулями;

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 01 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 10 | 1 | 1 | 0 | 1 |

а)

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 0 |

б)

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 1 |

в)

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- **ВОСЬМИКЛЕТОЧНЫЙ** – куб из восьми соседних клеток, окруженных нулями;

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 0 |

а)

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1 |

б)

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 01 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 11 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 1 |

в)

Минимизация переключательных функций по картам Карно

- По карте Карно удобна также минимизация в классе КНФ. В этом случае каждому контуру из нулей с возможным добавлением «тильда» соответствует имплицента – член КНФ, которая строится также из переменных, не меняющих своего значения в номере клеток «нулевого» контура, только, если переменная в номере клетки равна нулю, то в КНФ она будет без инверсии, а если равна единице – то в КНФ она будет с инверсией.

КНФ

- б):
- 1) $(x_2 \vee x_4)$ – угловые клетки
- 2) – $(\bar{x}_2 \vee x_3)$ квадрат (0100, 1100, 0101, 1101);
- 3) – $(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)$ квадрат (1111, 1110, 1011, 1010);
- 4) – $(x_2 \vee \bar{x}_3)$ квадрат (0011, 0010, 1011, 1010).

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 01 | 0 | ~ | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

а)

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | ~ | 0 | 0 |

б)

КНФ

- Таким образом:

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = (x_2 \vee x_4)(\bar{x}_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee \bar{x}_3).$$

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 01 | 0 | ~ | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

а)

| $x_1 x_2$ | $x_3 x_4$ | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | ~ | 0 | 0 |

б)