

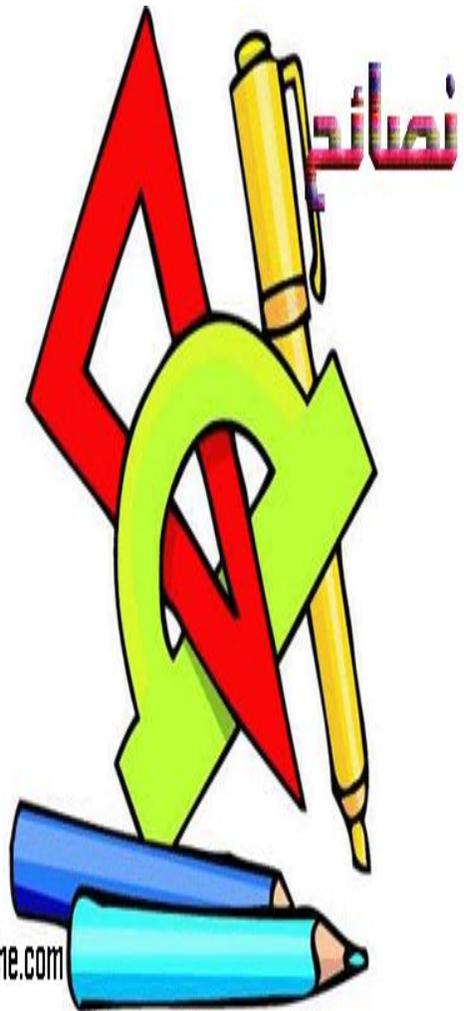


Практикум **№3** по решению  
планиметрических задач  
(базовый уровень)



**Задание №15 базового уровня**  
**Равнобедренный треугольник:**  
**вычисление элементов**

# Содержание



ghndash  
lahaonline.com

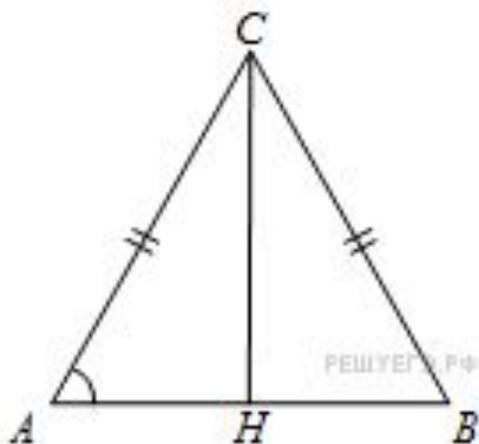
- [Задача №1](#)
- [Задача №2](#)
- [Задача №3](#)
- [Задача №4](#)
- [Задача №5](#)
- [Задача №6](#)
- [Задача №7](#)
- [Задача №8](#)
- [Задача №9](#)
- [Задача №10](#)
- [Задача №11](#)
- [Задача №12](#)
- [Задача №13](#)
- [Задача №14](#)
- [Задача №15](#)
- [Задача №16](#)
- [Задача №17](#)
- [Задача №18](#)
- [Задача №19](#)
- [Задача №20](#)
- [Задача №21](#)
- [Задача №22](#)
- [Задача №23](#)
- [Задача №24](#)
- [Задача №25](#)
- [Задача №26](#)
- [Задача №27](#)
- [Задача №28](#)
- [Задача №29](#)
- [Задача №30](#)
- [Для сам. реш.](#)

# Задача №1

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=5$ ,  $\sin A=7/25$ .

Найдите  $AB$ .  
Решение.

Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.



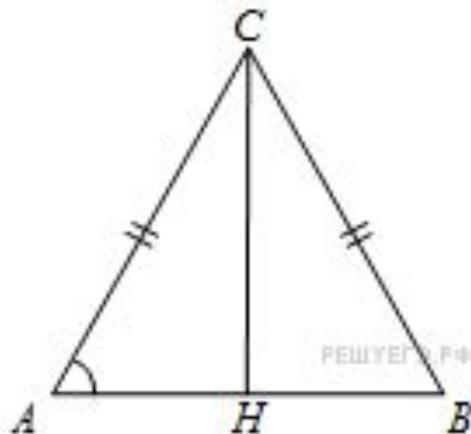
$$\begin{aligned} AB &= 2AH = 2AC \cos A = 2AC \sqrt{1 - \sin^2 A} = \\ &= 2 \cdot 5 \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = 10 \cdot \frac{24}{25} = 9,6 \end{aligned}$$

## Задача №2

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ ,  $AB=9,6$   $\sin A=7/25$ .  
Найдите  $AC$ .

Решение.

Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.



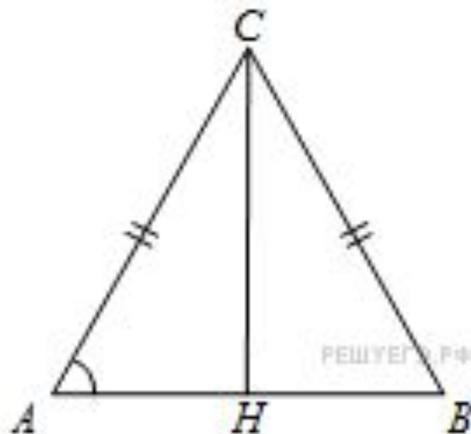
$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AB}{2 \cos A} = \frac{AB}{2\sqrt{1 - \sin^2 A}} = \frac{9,6}{2\sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2}} = \frac{4,8 \cdot 25}{24} = 5$$

## Задача №3

В треугольнике ABC  $AC=BC=8$ ,  $\cos A=0,5$ . Найдите AB

Решение.

Треугольник ABC равнобедренный, значит, высота CH делит основание AB пополам.



$$AB = 2AH = 2AC \cos A = 2 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 8$$

## Задача №4

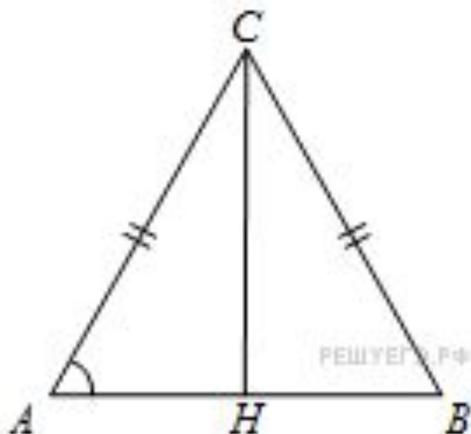
В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=25$ ,  $AB=40$ . Найдите  $\sin A$ .

Решение.

Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15$$

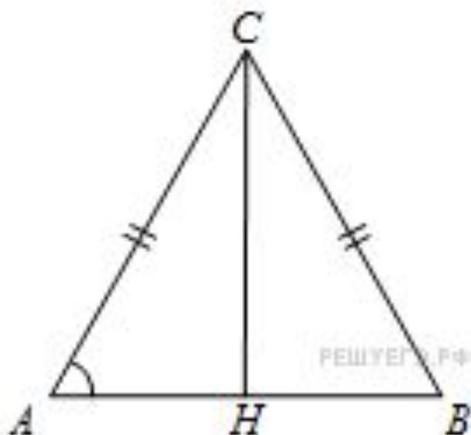
Значит по определению  $\sin A = \frac{CH}{AC} = \frac{15}{25} = 0,6$



## Задача №5

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=8$ ,  $\sin A=0,5$ . Найдите  $CH$ .

Решение.



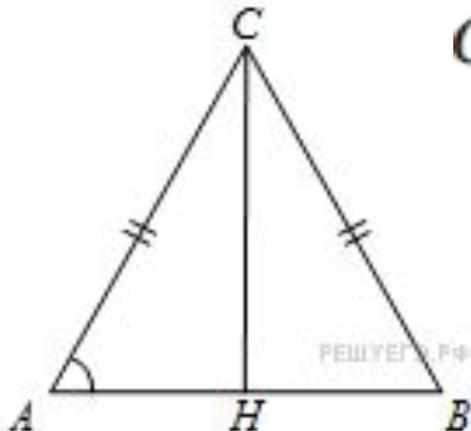
$$CH = AC \sin A = 8 \cdot 0,5 = 4$$

## Задача №6

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=5$ ,  $\cos A=7/25$ .

Найдите  $CH$ .

Решение.

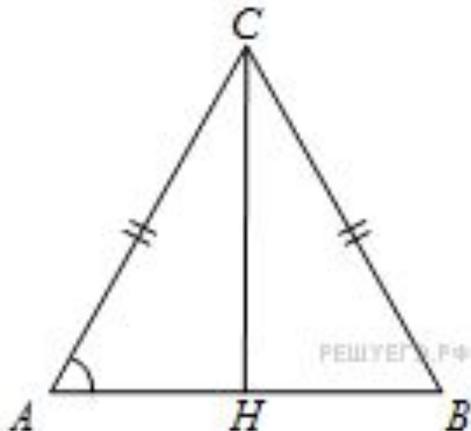


$$CH = AC \sin A = AC \sqrt{1 - \cos^2 A} = 5 \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = 5 \cdot \frac{24}{25} = 4,8$$

## Задача №7

В треугольнике ABC  $AC=BC=7$ ,  $\operatorname{tg}A=4\sqrt{33}/33$ .  
Найдите CH.

Решение.



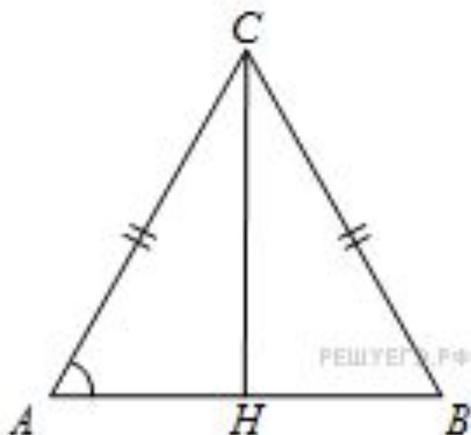
$$\begin{aligned}CH &= AC \sin A = AC \sqrt{1 - \cos^2 A} = AC \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 A}} = \\ &= 7 \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \frac{16}{33}}} = 7 \sqrt{\frac{16}{49}} = 4\end{aligned}$$

## Задача №8

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ ,  $CH=4$ ,  $\sin A=0,5$ .

Найдите  $AC$ .

Решение.



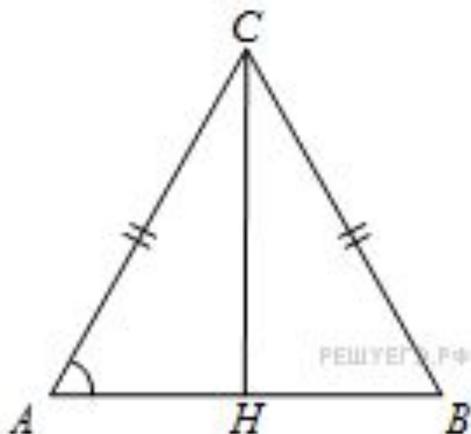
$$AC = \frac{CH}{\sin A} = \frac{4}{0,5} = 8$$

## Задача №9

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ ,  $CH=4$ ,  $\operatorname{tg}A=0,5$ .

Решение  
Найдите  $AB$ .

Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

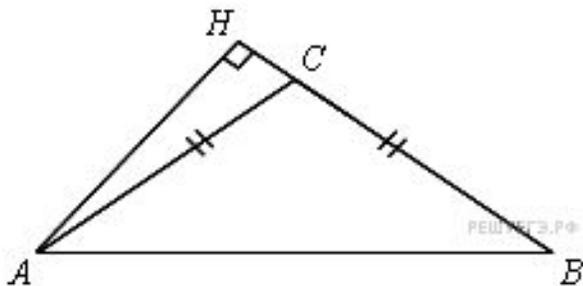


$$AB = 2AH = \frac{2CH}{\operatorname{tg}A} = \frac{2 \cdot 4}{0,5} = 16$$

## Задача №10

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ ,  $AB=8$ ,  $\sin \angle BAC=0,5$ .

Решение. Найдите высоту  $AH$ .



Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании.

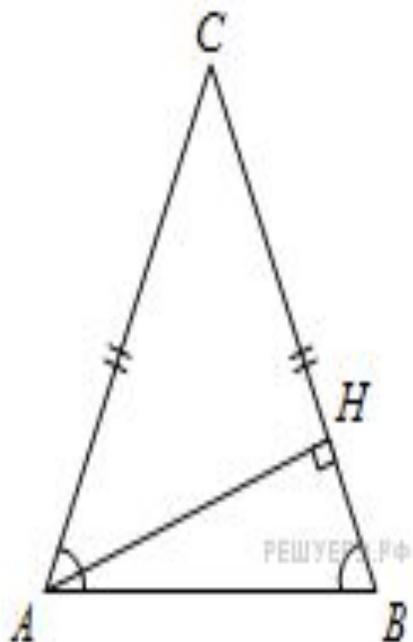
$$AH = AB \sin \angle ABH = AB \sin \angle BAC = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

## Задача №11

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ ,  $AH$ -высота,  $AB=5$ ,  $\sin \angle BAC = 7/25$ . Найдите  $BH$ .

Решение.

Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании.

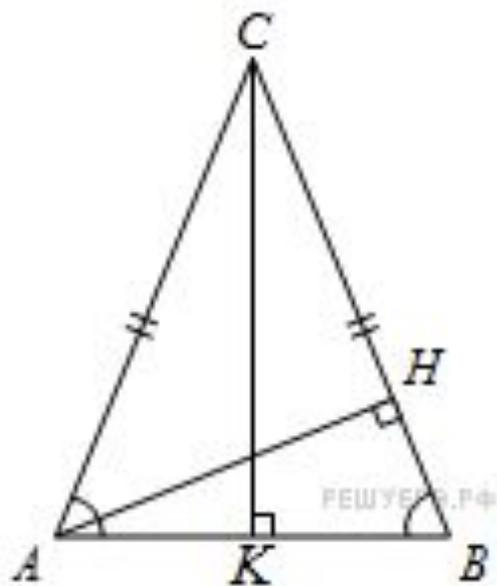


$$\begin{aligned} BH &= AB \cos \angle ABH = AB \cos \angle BAC = AB \sqrt{1 - \sin^2 \angle BAC} = \\ &= 5 \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = 5 \cdot \frac{24}{25} = 4,8 \end{aligned}$$

## Задача №12

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=4\sqrt{15}$ ,  $AH$ -высота,  $\sin \angle BAC = 0,25$ . Найдите  $AH$ .

Решение.



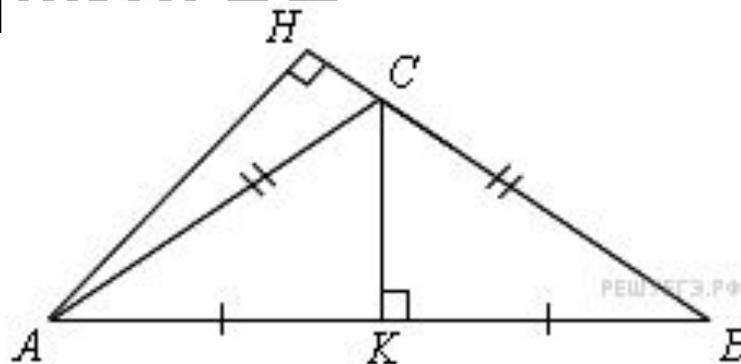
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании и высота, проведенная из точки  $C$  делит основание  $AB$  пополам.

$$\begin{aligned}
 AH &= AB \cdot \sin \angle ABH = AB \cdot \sin \angle BAC = 2AK \cdot \sin \angle BAC = \\
 &= 2AC \cdot \cos \angle BAC \cdot \sin \angle BAC = 2AC \cdot \sin \angle BAC \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \angle BAC} = \\
 &= 2 \cdot 4\sqrt{15} \cdot \frac{1}{4} \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{15}{2} = 7,5
 \end{aligned}$$

# Задача №13

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=27$ ,  $AH$ -высота,  $\sin \angle BAC = \frac{2}{3}$ . Найдите  $BH$ .

Решение.



$$\begin{aligned}
 BH &= AB \cos \angle ABH = AB \cos \angle BAC = 2AK \cos \angle BAC = 2AC \cos^2 \angle BAC = \\
 &= 2AC(1 - \sin^2 \angle BAC) = 2 \cdot 27 \cdot \left(1 - \frac{4}{9}\right) = 30
 \end{aligned}$$



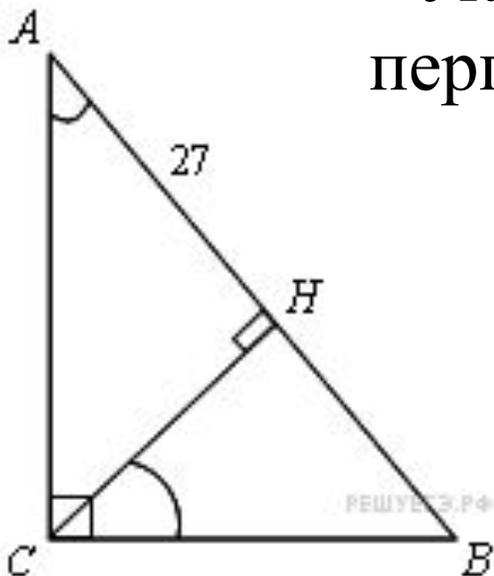
## Задача №15

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $AH=27$ ,  $\operatorname{tg}A=2/3$ . Найдите  $BH$ .

Решение.

Углы  $A$  и  $HCB$  равны, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Значит

$$BH = CH \operatorname{tg} \angle HCB = CH \operatorname{tg} A = AH \operatorname{tg}^2 A = 27 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = 12.$$



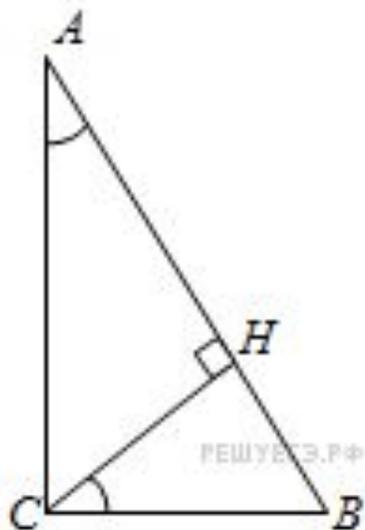
## Задача №16

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $BH=12$ ,  $\operatorname{tg}A=2/3$ . Найдите  $AH$ .

Решение.

Углы  $A$  и  $HCB$  равны, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Значит

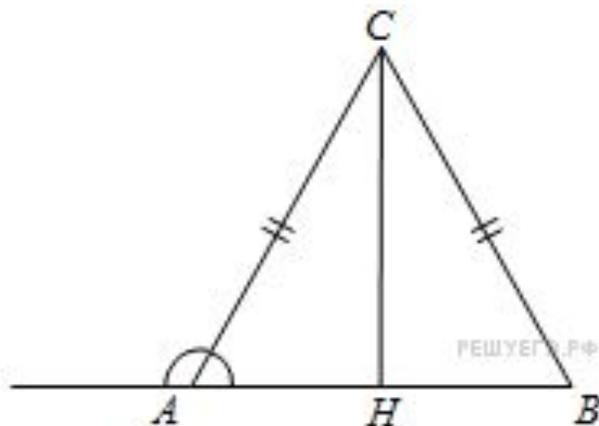
$$AH = \frac{CH}{\operatorname{tg}A} = \frac{HB}{\operatorname{tg}^2 A} = \frac{12 \cdot 9}{4} = 27.$$



# Задача №17

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ ,  $AB=40$   $\sin$  внешнего угла при вершине  $A = 0,6$ . Найдите  $AC$ .

Решение.

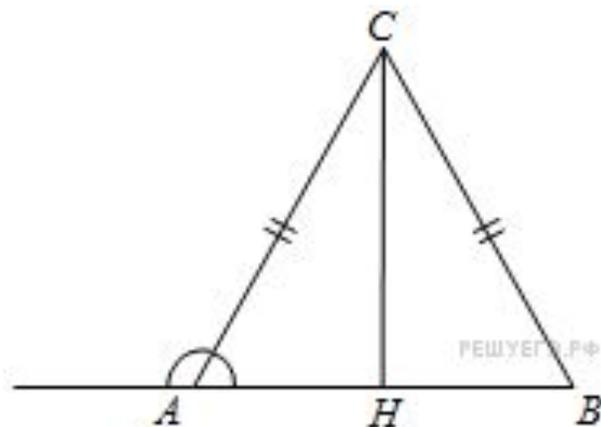


$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AB}{2\sqrt{1 - \sin^2 A}} = \frac{AB}{2\sqrt{1 - \sin^2 A_{\text{внеш}}}} = \frac{20}{\sqrt{1 - 0,36}} = \frac{20}{0,8} = 25.$$

## Задача №18

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ ,  $AB=8$   $\cos$  внешнего угла при вершине  $A = -0,5$ . Найдите  $AC$ .

Решение.



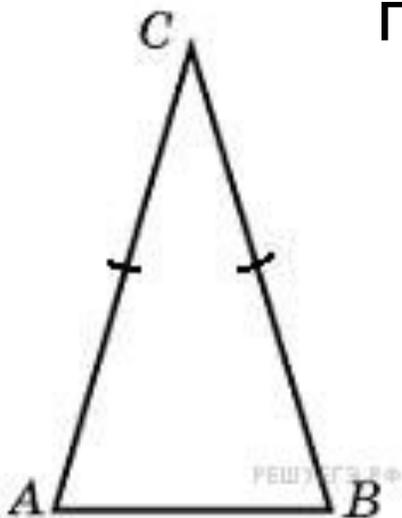
$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AB}{2(-\cos A_{\text{внеш}})} = 8.$$

## Задача №19

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 10. Найдите площадь этого треугольника.

Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на синус угла между ними.

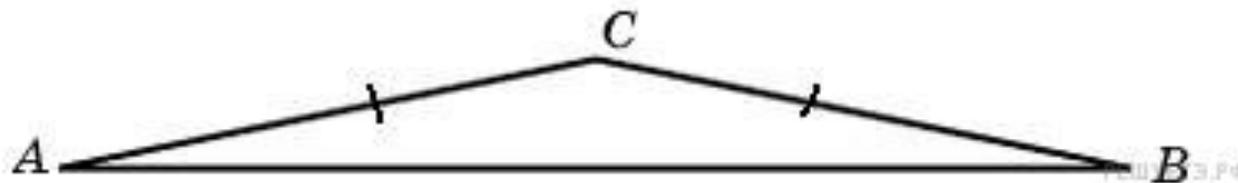


$$S = \frac{1}{2} \cdot 10^2 \cdot \sin 30^\circ = 25$$

## Задача №20

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 20. Найдите площадь этого треугольника.

Решение.



Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на синус угла между ними.

$$S = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 \cdot \sin 150^\circ = 200 \sin 30^\circ = 100$$

## Задача №21

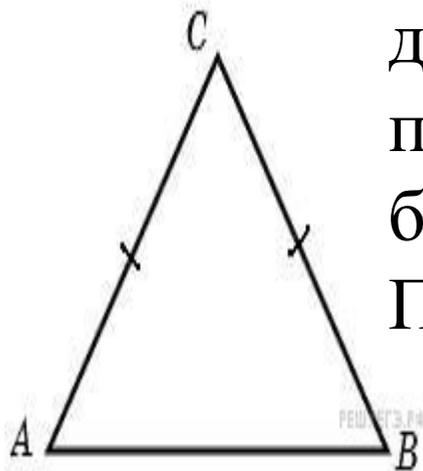
Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5, а основание равно 6. Найдите площадь этого треугольника.

Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту, опущенную на это основание. Высота в равнобедренном треугольнике, опущенная на основание, делит равнобедренный треугольник на два равных прямоугольных треугольника. По теореме Пифагора высота будет  $h^2 = 25 - 9 = 16$ , откуда  $h = 4$ .

Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$$



# Задача №22



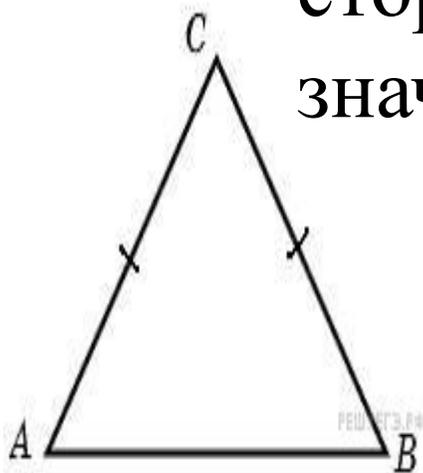
Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна

Решение.

Площадь равнобедренного треугольника равна половине произведения квадрата его боковой стороны и синуса угла между боковыми сторонами, значит,

$$S = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 30^\circ = 25$$

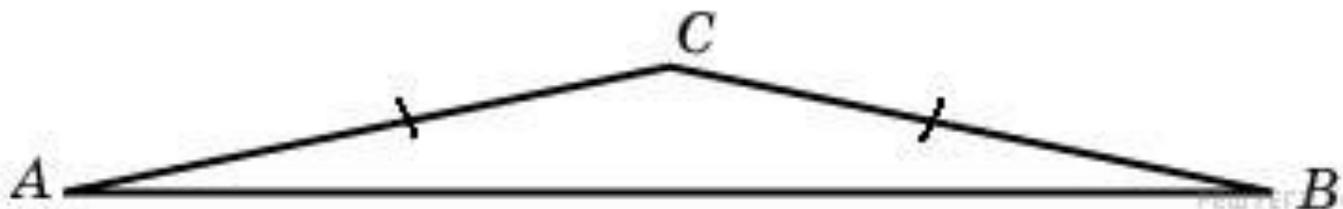
где  $a$  — искомая боковая сторона треугольника. Поэтому  **$a = 10$** .



## Задача №23

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна

Решение.  $100$ .



Площадь равнобедренного треугольника равна половине произведения квадрата его боковой стороны и синуса угла между боковыми сторонами, значит:

$$S = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 150^\circ = 100$$

где  $a$  — искомая боковая сторона треугольника. Тогда  **$a = 20$** .

## Задача №24

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=4$ , угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите высоту  $AH$ .

Решение.



$$AH = AC \sin C = 4 \sin 30^\circ = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

## Задача №25

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ , угол  $C$  равен  $30^\circ$ .  
Высота  $AH$  равна 4. Найдите  $AC$ .

Решение.

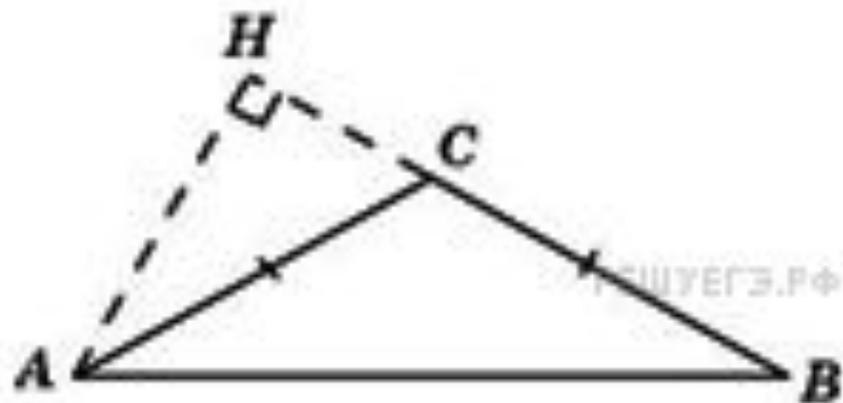


$$AC = \frac{AH}{\sin C} = \frac{4}{\sin 30^\circ} = 4 \cdot 2 = 8$$

## Задача №26

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=2\sqrt{3}$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ . Найдите высоту  $AH$ .

Решение.

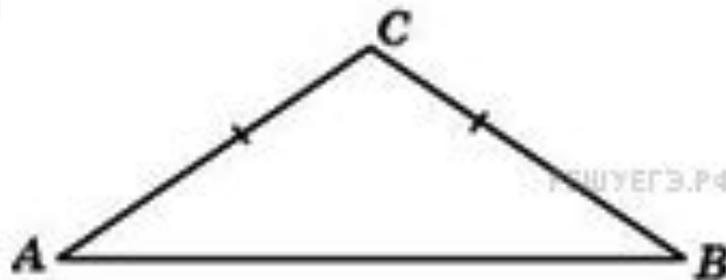


$$\begin{aligned}AH &= AC \sin \angle ACH = AC \sin(180^\circ - \angle C) = \\ &= 2\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\end{aligned}$$

## Задача №27

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ .  $AB = 2\sqrt{3}$ . Найдите высоту  $\triangle C$ .

Решение.



По теореме косинусов:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C = 2AC^2(1 - \cos C)$$

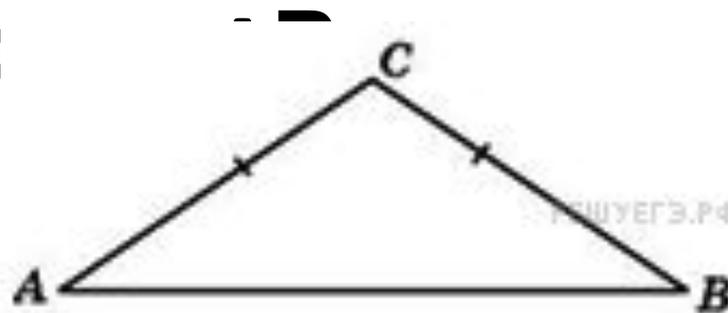
$$AC = \sqrt{\frac{AB^2}{2(1 - \cos C)}} = \sqrt{\frac{12}{2(1 + 0,5)}} = 2$$

## Задача №28

49

В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ .  $AC = 2\sqrt{3}$ . Найдите  $AB$

Решение.



$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C} = \sqrt{2AC^2 (1 - \cos C)} = \\ &= \sqrt{2 \cdot 12 (1 - \cos 120^\circ)} = 6 \end{aligned}$$

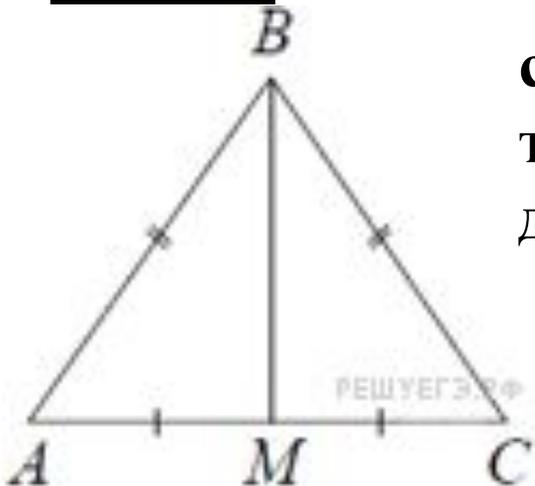
## Задача №29

В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ , медиана  $BM$  равна 6. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $12\sqrt{7}$ . Найдите  $AB$ .

Решение.

Треугольник  $ABC$  — равнобедренный,  $BM$  — медиана, следовательно,  $BM$  — высота и биссектриса. Площадь треугольника равна половине произведения высоты на длину стороны, к которой проведена эта высота:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BM, \quad AC = \frac{2S_{ABC}}{BM} = \frac{2 \cdot 12\sqrt{7}}{6} = 4\sqrt{7}.$$



Треугольники  $ABM$  и  $BCM$  равны, по двум катетам,  $\Rightarrow AM = MC = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{7}$ .

Найдём  $AB$  по теореме Пифагора  $AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{4 \cdot 7 + 6^2} = \sqrt{64} = 8$ .

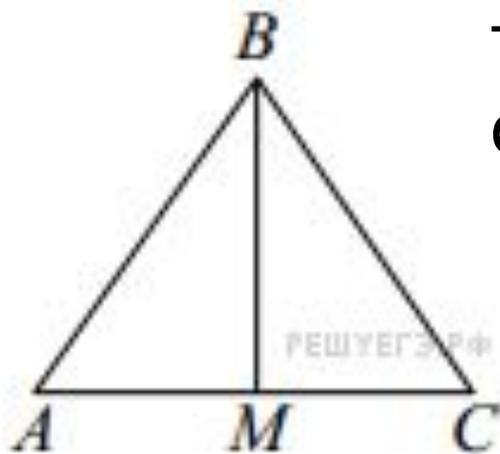
## Задача №30

В треугольнике  $ABC$   $AB=BC$ ,  $AC=14$ . Найдите длину медианы  $BM$ .

Решение.

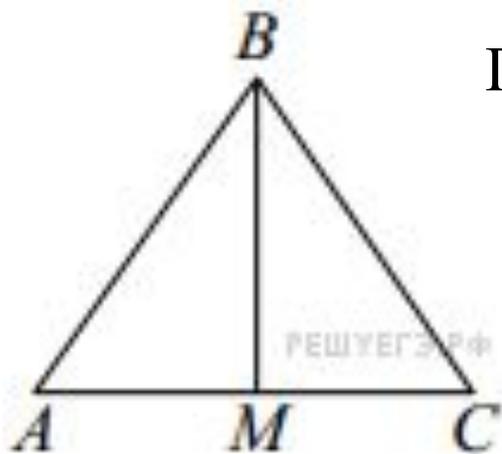
Медиана — отрезок соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, поэтому  $MC = 7$ . Тогда

$$BM = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24.$$



# Задача №31

В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB=BC$ , медиана  $BM$  равна 6. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $12\sqrt{7}$ . Найдите длину стороны  $AB$ .



Площадь треугольника  $ABM$  равна половине площади  $ABC$ , тогда:

$$S_{ABM} = 12\sqrt{7} : 2 = 6\sqrt{7}$$

$$AM = S_{ABM} : \left(\frac{1}{2} \cdot BM\right) = 6\sqrt{7} : \left(\frac{1}{2} \cdot 6\right) = 6\sqrt{7} : 3 = 2\sqrt{7}$$

$$AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{28 + 36} = \sqrt{64} = 8$$



# ***Задачи для самостоятельного решения***

## Задача №1 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике ABC  $AC=BC=5$ ,  $\sin A=4/5$ .  
Найдите AB.
- 2) В треугольнике ABC  $AC=BC=25$ ,  $\sin B=3/5$ .  
Найдите AB.
- 3) В треугольнике ABC  $AC=BC=12$ ,  $\sin B=4/5$ .  
Найдите AB.
- 4) В треугольнике ABC  $AC=BC=4$ ,  $\sin B=3\sqrt{11}/10$ .  
Найдите AB.
- 5)  В треугольнике ABC  $AC=BC=10$ ,  $\sin B=3/5$ .  
Найдите AB.

## **Задача №15      Решите самостоятельно**

- 1) В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ , CH— высота,  $АН=6$ ,  $\operatorname{tg}A=1/2$ . Найдите BH.**
- 2) В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ , CH— высота,  $АН=10$ ,  $\operatorname{tg}A=4/5$ .  
Найдите BH.**
- 3) В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ , CH— высота,  $АН=40$ ,  $\operatorname{tg}A=1/5$ .  
Найдите BH.**



## **Задача №21      Решите самостоятельно**

- 1) Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 87, а основание равно 126. Найдите площадь этого треугольника.**
- 2) Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10, а основание равно 12. Найдите площадь этого треугольника.**
- 3) Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 290, а основание равно 420. Найдите площадь этого треугольника.**



## **Задача №22      Решите самостоятельно**

- 1) Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 1444.**
- 2) Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 1.**
- 3) Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 1521 .**



## **Задача №23      Решите самостоятельно**

- 1) Угол при вершине, противоположной основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 576.**
- 2) Угол при вершине, противоположной основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 729.**
- 3) Угол при вершине, противоположной основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 144.**



## Задача №24      Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=2\sqrt{2}$ , угол  $C$  равен  $45^\circ$ . Найдите высоту  $AN$ .
- 2) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=94$ , угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите высоту  $AN$ .
- 3) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=40$ , угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите высоту  $AN$ .
- 4) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=58$ , угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите высоту  $AN$ .



## **Задача №25      Решите самостоятельно**

- 1) В треугольнике ABC  $AC=BC$ , угол C равен  $30^\circ$ . Высота AN равна 5. Найдите AC.**
- 2) В треугольнике ABC  $AC=BC$ , угол C равен  $30^\circ$ . Высота AN равна 19. Найдите AC.**
- 3) В треугольнике ABC  $AC=BC$ , угол C равен  $30^\circ$ . Высота AN равна 16. Найдите AC.**
- 4) В треугольнике ABC  $AC=BC$ , угол C равен  $30^\circ$ . Высота AN равна 9. Найдите AC.**



## Задача №26 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=2\sqrt{2}$ , угол  $C$  равен  $135^\circ$ . Найдите высоту  $AN$ .
- 2) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=94\sqrt{3}$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ . Найдите высоту  $AN$ .
- 3) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=76\sqrt{3}$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ . Найдите высоту  $AN$ .
- 4) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC=20\sqrt{3}$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ . Найдите высоту  $AN$ .



## Задача №27 Решите самостоятельно

1) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ .

$AB = 30\sqrt{3}$ . Найдите высоту  $AC$ .

2) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ .  $AB = 22\sqrt{3}$ . Найдите высоту  $AC$ .

3) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ .  $AB = 58\sqrt{3}$ . Найдите высоту  $AC$ .

4) В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ .  $AB = 60\sqrt{3}$ . Найдите высоту  $AC$ .



## Задача №28 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике ABC  $AC=BC$ , угол C равен  $120^\circ$ .  $AC = 3\sqrt{3}$ . Найдите высоту AB.
- 2) В треугольнике ABC  $AC=BC$ , угол C равен  $120^\circ$ .  $AC = 11\sqrt{3}$ . Найдите высоту AB.
- 3) В треугольнике ABC  $AC=BC$ , угол C равен  $120^\circ$ .  $AC = 33\sqrt{3}$ . Найдите высоту AB.
- 4) В треугольнике ABC  $AC=BC$ , угол C равен  $120^\circ$ .  $AC = 7\sqrt{3}$ . Найдите высоту AB.



# Интернет источники

Шаблон подготовила учитель русского языка и литературы Тихонова Надежда Андреевна

- <https://fotki.yandex.ru/next/users/nata-komiati/album/159853/view/688546?page=5>
- <https://fotki.yandex.ru/next/users/nata-komiati/album/159853/view/688553?page=5>
- <https://fotki.yandex.ru/next/users/nata-komiati/album/158683/view/665734?page=3>
- «Решу ЕГЭ» Образовательный портал для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ. Режим доступа: <http://mathb.reshuege.ru>



<http://sch-53.ru/files/director/GIA/2016/%D0%95%D0%93%D0%AD%202016.jpg>



<http://www.chaplinschool.org/classrooms/images/gr3pencil.jpg>



Автор и источник заимствования неизвестен