



Практикум № 10
по решению
планиметрических задач
(базового уровня)



Задания №15
базового уровня
(круг и его элементы)

Содержание

Задача №1

Задача №2

Задача №3

Задача №4

Задача №5

Задача №6

Задача №7

Задача №8

Задача №9

Задача №10

Задача №11

Задача №12

Задача №13

Задача №14

Задача №15

Задача №16

Задача №17

Задача №18

Задача №19

Задача №20

Задача №21

Задача №22

Задача №23

Задача №24

Задача №25

Задача №26

Задача №27

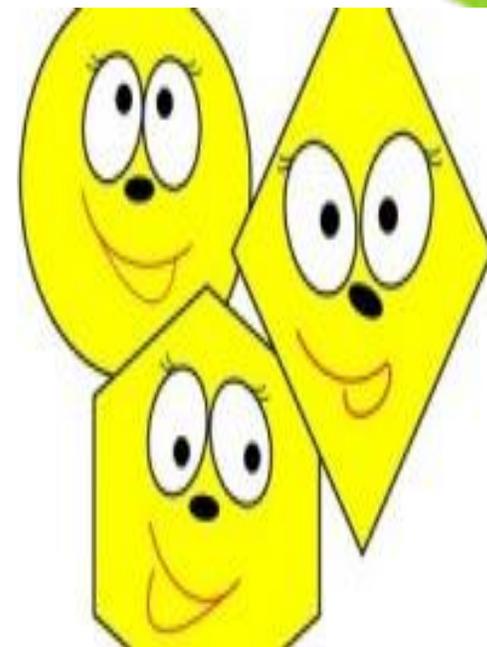
Задача №28

Задача №29

Задача №30

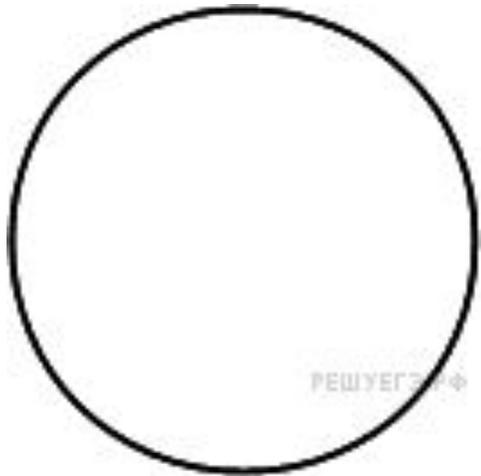
Задача №31

• Задачи для самостоятельного решения



Задача №1

Найдите площадь круга, длина окружности которого равна $\sqrt{\pi}$

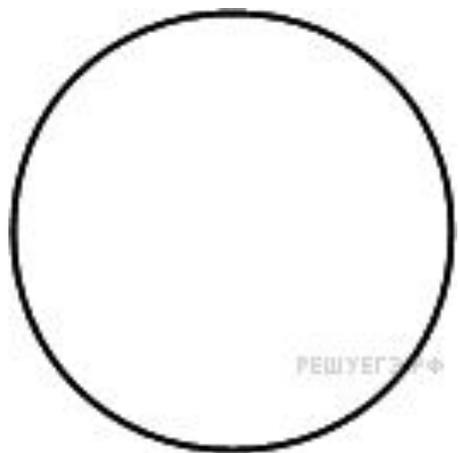


Пусть радиус окружности равен R , тогда площадь круга определяется формулой $S = \pi R^2$, а длина окружности определяется формулой $L = 2\pi R$. Поэтому $2\pi R = \sqrt{\pi}$ значит $R = \sqrt{\pi} / 2\pi$

$$\text{Тогда } S = \pi \cdot (\sqrt{\pi} / 2\pi)^2 = 0,25$$

Задача №2

Площадь круга равна $1/\pi$. Найдите длину его окружности.



Пусть радиус окружности равен R , тогда площадь круга будет $S = \pi R^2$, а длина окружности $L = 2\pi R$. Поэтому $\pi R^2 = 1/\pi$

$$R^2 = 1/\pi^2 \Rightarrow R = 1/\pi$$

$$L = 2\pi \cdot 1/\pi = 2$$

Задача №3

Найдите площадь сектора круга радиуса $1/\sqrt{\pi}$, центральный угол которого равен 90° .

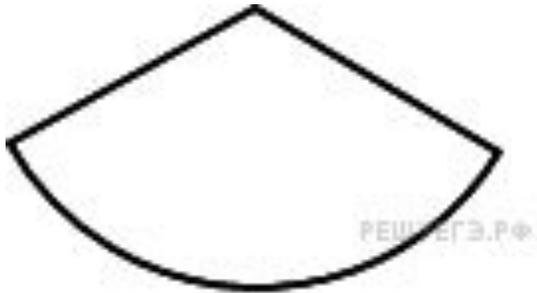


Площадь сектора круга, центральный угол которого равен 90° равна четверти площади круга. Поэтому:

$$S = 1/4 \cdot \pi R^2 = 1/4 \cdot \pi (1/\sqrt{\pi})^2 = 0,25$$

Задача №4

Найдите площадь сектора круга радиуса 1, длина дуги которого равна 2.



Площадь сектора круга с дугой n° равна произведению площади окружности с радиусом R на отношение угла сектора n° к углу полной окружности, т.е. 360° . Значит

$$S = \pi R^2 \cdot (n^\circ/360^\circ)$$

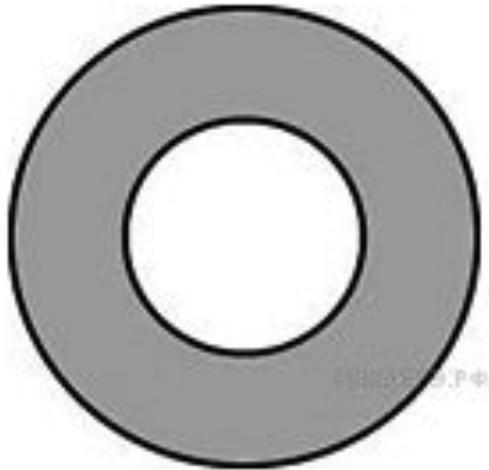
$$L = \pi R \cdot (n^\circ/180^\circ) = 2 \quad \Rightarrow \quad \pi R \cdot (n^\circ/360^\circ) = 1$$

Подставляя полученное выражение в формулу для площади сектора круга, получаем:

$$S = R \cdot 1 = 1$$

Задача №5

Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $4/\sqrt{\pi}$ и $2/\sqrt{\pi}$.

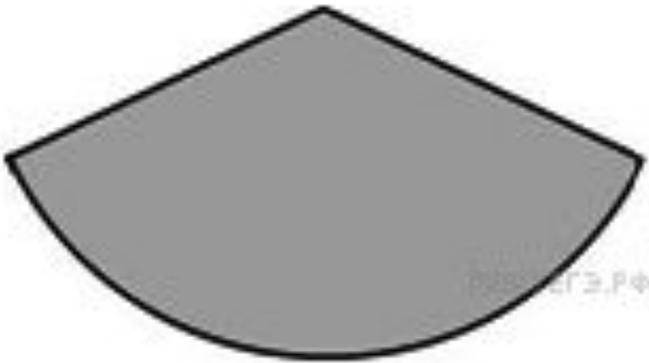


Площадь круга определяется формулой $S = \pi R^2$. Площадь кольца равна разности площадей первого и второго круга.

Ответ: 12.

Задача №6

Найдите центральный угол сектора круга радиуса $4/\sqrt{\pi}$, площадь которого равна 1. Ответ дайте в градусах.



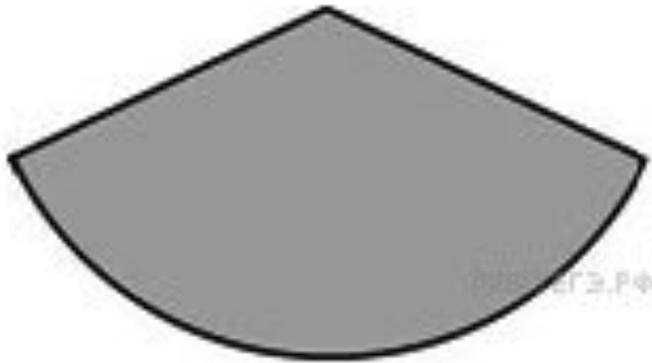
Площадь сектора круга с дугой n° равна произведению площади окружности с радиусом R на отношение угла сектора n° к углу полной окружности, т. е. 360° . Поэтому:

$$S = \pi R^2 \cdot (n^\circ/360^\circ) = \pi \cdot (4/\sqrt{\pi})^2 \cdot (n^\circ/360^\circ) = 1$$

Поэтому $n^\circ = 22,5^\circ$.

Задача №7

Площадь сектора круга радиуса 3 равна 6.
Найдите длину его дуги.

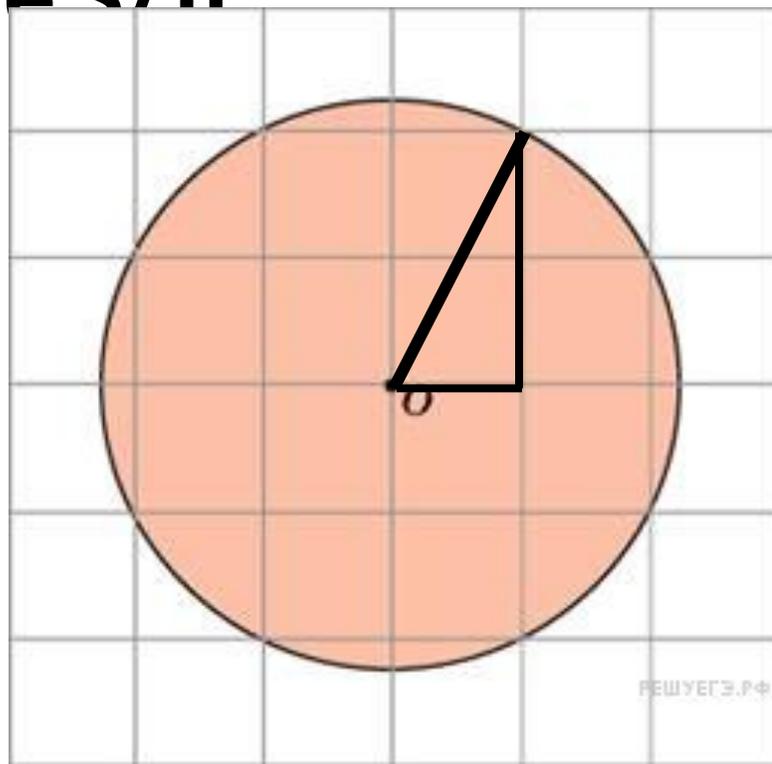


Площадь кругового сектора равна половине произведения радиуса круга на длину дуги сектора: **$S_{\text{сект.}} = 0,5 \cdot r \cdot l$**

Поэтому **$6 = 0,5 \cdot 3 \cdot l$** , откуда **$l = 4$** .

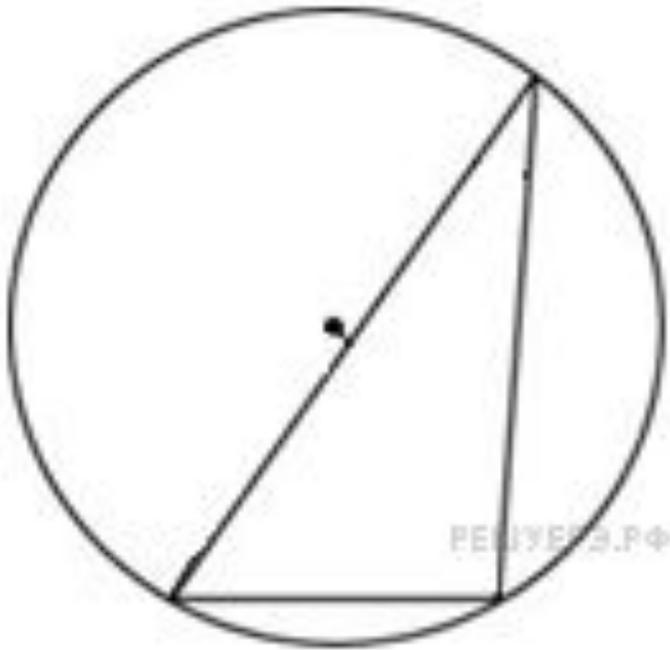
Задача №8

Найдите площадь круга, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите S/π



Задача №9

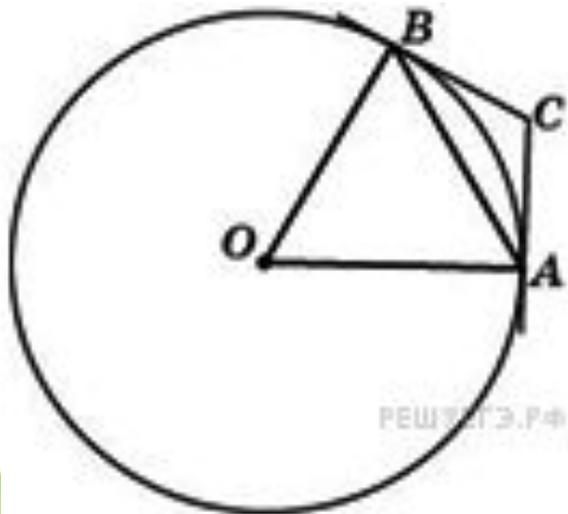
Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 3.



Задача №10

Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 122° . Найдите величину меньшей дуги AB , стягиваемой точками касания.

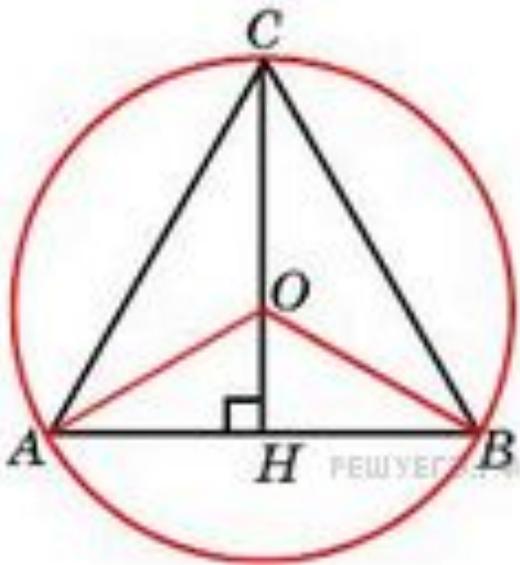
Ответ дайте в градусах



$\triangle ABC$ равнобедренный, т.к. отрезки касательных, проведенных к окружности из одной точки, равны. Значит угол BAC равен $0,5(180^\circ - 122^\circ) = 29^\circ$. Угол между касательной и хордой, проведенной через точку касания, равен половине заключенной между ними дуги, поэтому искомая дуга равна $2 \cdot 29^\circ = 58^\circ$.

Задача №11

Высота правильного треугольника равна 3.
Найдите радиус окружности, описанной
около этого треугольника.



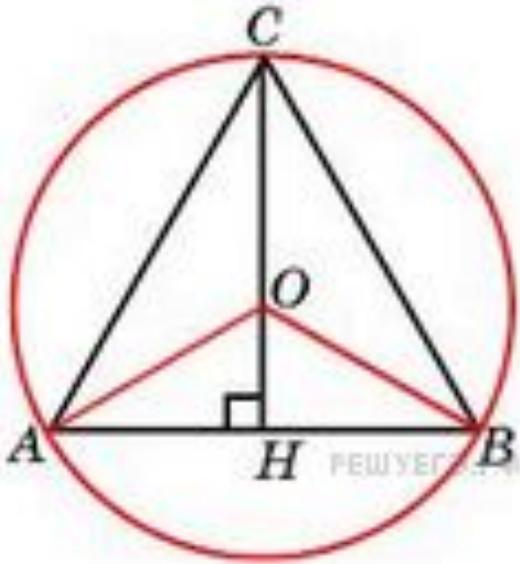
$\triangle ABC$ правильный, значит, все углы равны по 60°
По теореме синусов имеем:

$$R = AC/2\sin B = CH/2\sin A \cdot \sin B = 3/2\sin^2 60^\circ = \\ = 3/2 \cdot 4/3 = 2$$

ИЛИ В правильном треугольнике радиус описанной окружности равен двум третьим высоты. Поэтому он равен 2.

Задача №12

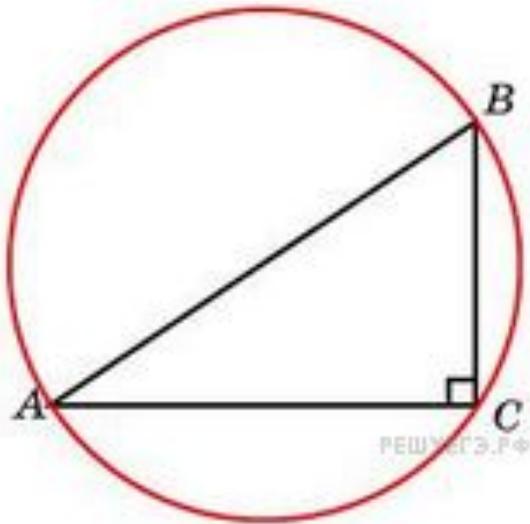
Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 3. Найдите высоту этого треугольника.



Ответ: 4,5.

Задача №13

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 12. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



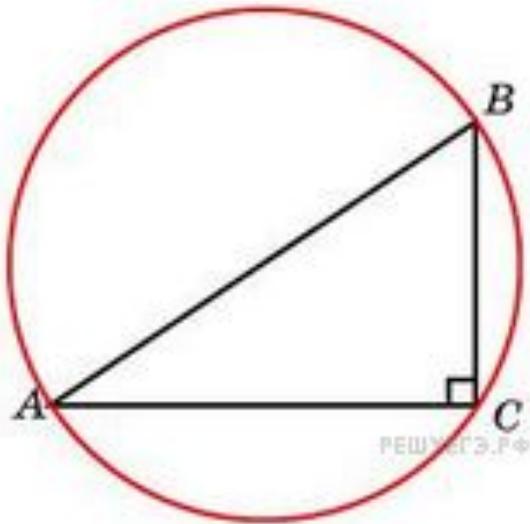
Вписанный угол опирающийся на диаметр окружности, является прямым, значит,

AB – диаметр и он равен 12.

Тогда радиус равен 6

Задача №14

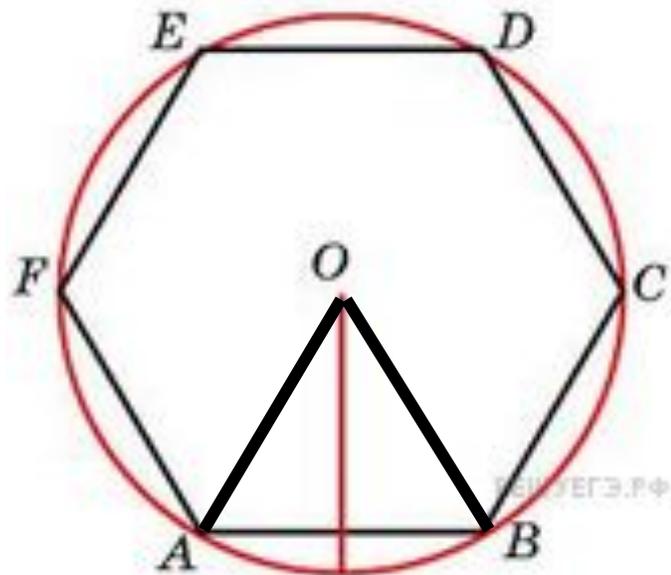
Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 4. Найдите гипотенузу этого треугольника.



Вписанный угол опирающийся на диаметр окружности, является прямым, значит, АВ – диаметр и равен двум радиусам, т.е. **8**

Задача №15

Чему равна сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 6?



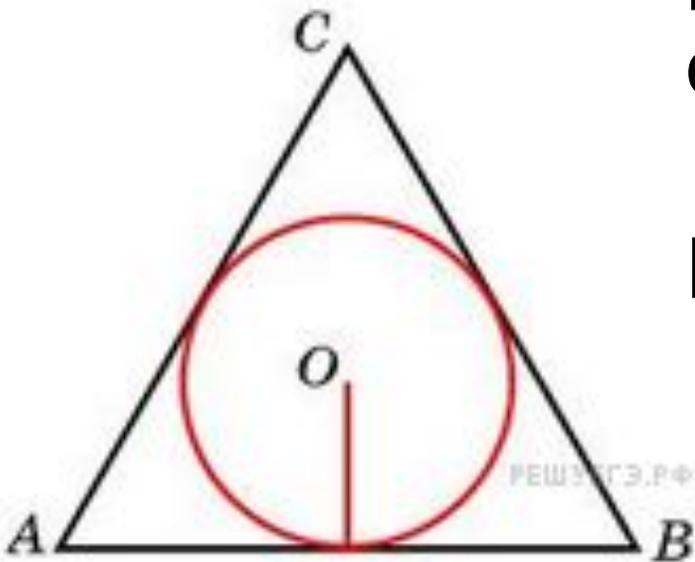
Ответ: 6.

Задача №16

Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 6.

Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен одной трети высоты.

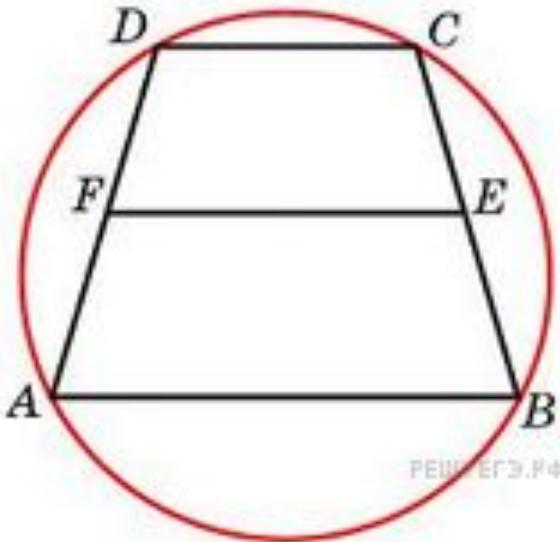
Поэтому он равен **2**.



Задача №17

Около трапеции описана окружность.

Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.



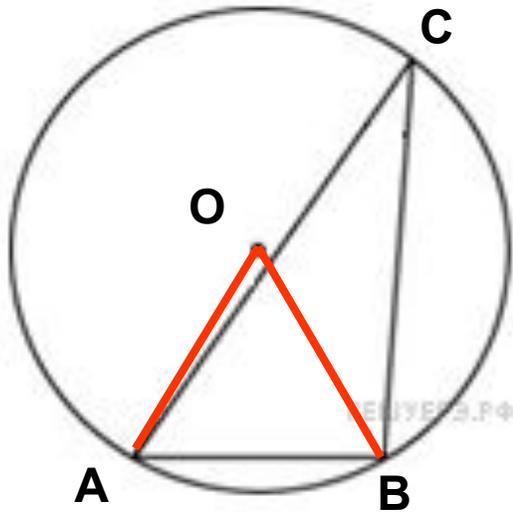
трапеция **ABCD** – равнобедренная, т. к. вокруг неё описана окружность.

$$\begin{aligned} AD &= (P - (AB + CD)) : 2 = P : 2 - (AB + CD) : 2 = \\ &= P : 2 - FE = 11 - 5 = \mathbf{6} \end{aligned}$$

Задача №18

Вписанные и центральные углы

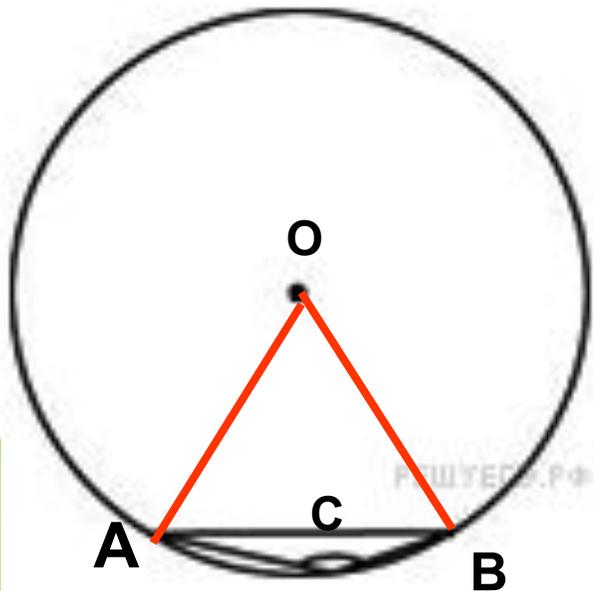
Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.



Рассмотрим $\triangle AOB$. Он равносторонний, т. к. $AO=OB=AB=R$. Тогда угол AOB центральный и угол ACB равен половине центрального угла, опирающегося на ту же хорду, т. е. 30°

Задача №19

Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.



$\triangle AOB$ является равнобедренным \Rightarrow
 $\angle AOB = 60^\circ$. Значит маленькая дуга
 $AB = 60^\circ$, тогда большая дуга $AB = 300^\circ$. А на
неё опирается вписанный угол ACB .

$$\text{Тогда } \angle ACB = 180^\circ - (\angle AOB : 2) = 150^\circ$$

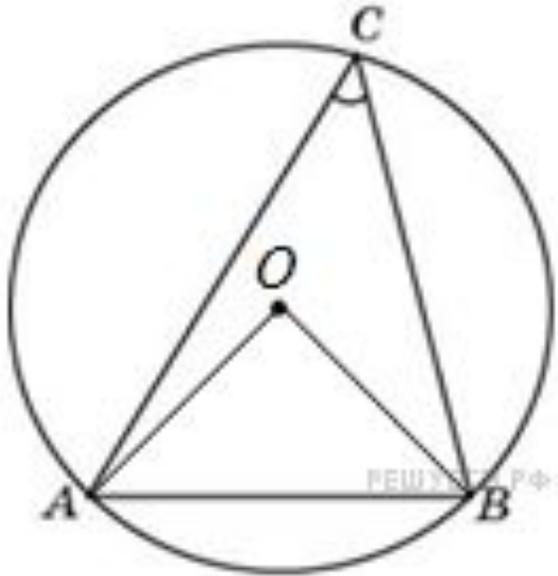
Задача №20

Радиус окружности равен 1. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $\sqrt{2}$. Ответ

в радиусах.

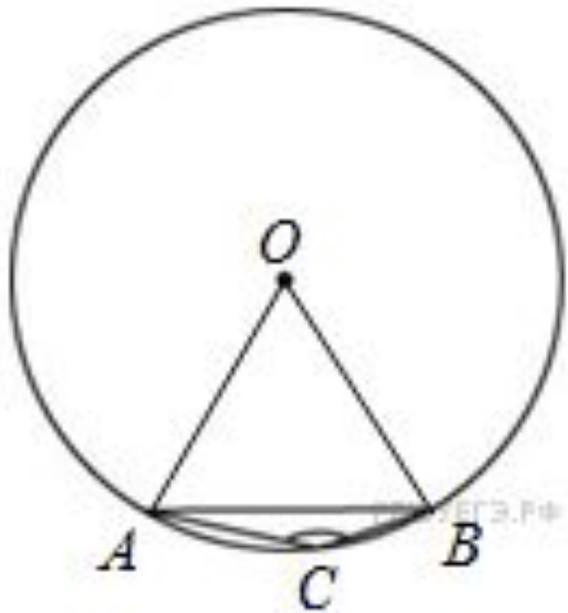
По теореме синусов для ΔACB имеем:

$$\sin C = AB : 2R = \sqrt{2} : 2 \Rightarrow C = 45^\circ$$



Задача №21

Радиус окружности равен 1. Найдите величину тупого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $\sqrt{2}$. Ответ в градусах.

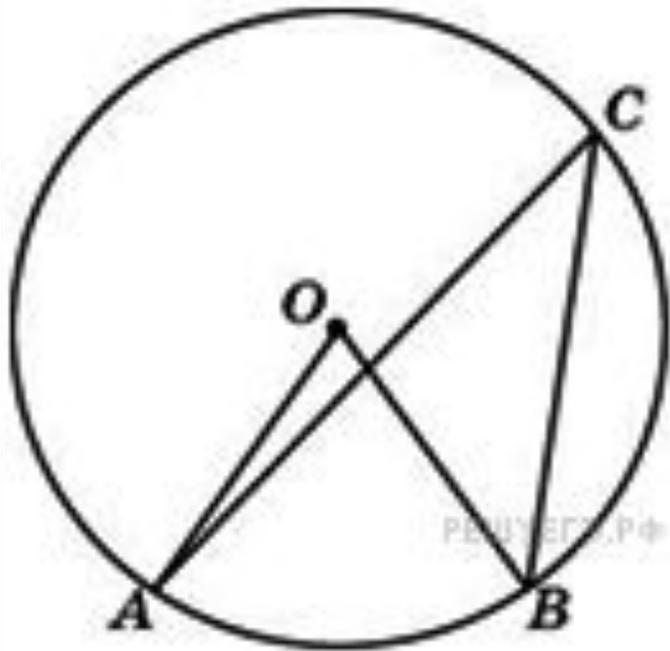


В $\triangle AOB$: $AO=OB=1$ $AB=\sqrt{2}$, тогда по теореме обратной теореме Пифагора $\angle AOB = 90^\circ$, значит,

$$\angle ACB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

Задача №22

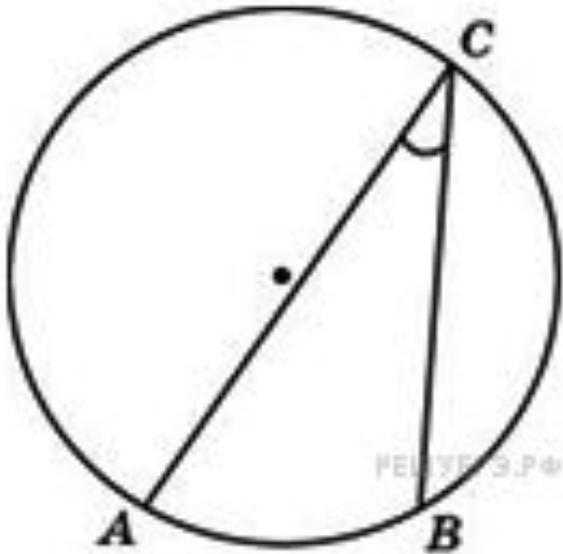
Центральный угол на 36° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.



Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу окружности, значит ответ: **36**

Задача №23

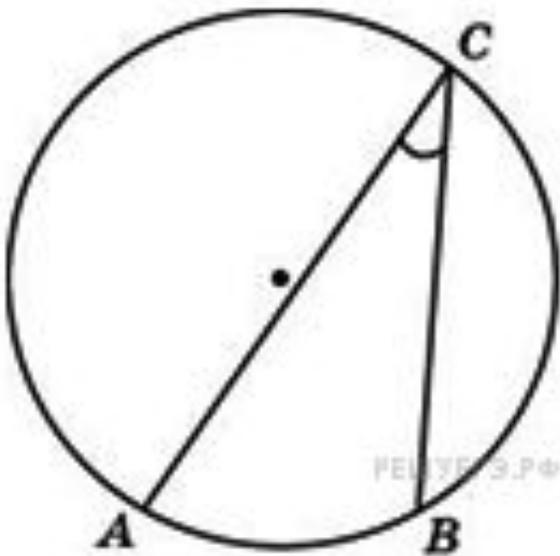
Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $\frac{1}{5}$ окружности. Ответ дайте в градусах.



Ответ: 36.

Задача №24

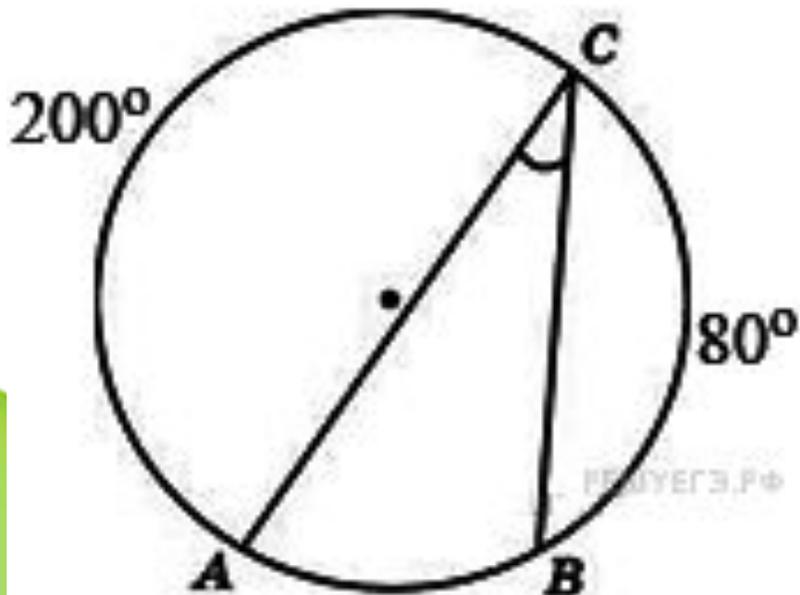
Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет 20% окружности. Ответ дайте в градусах.



Ответ: 36.

Задача №25

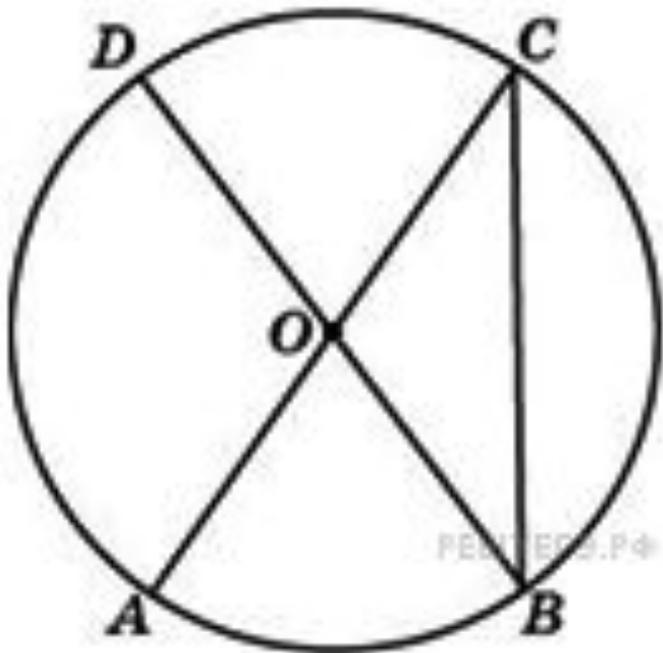
Дуга окружности AC , не содержащая точку B , составляет 200° . А дуга окружности BC , не содержащая точку A , составляет 80° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: 40.

Задача №26

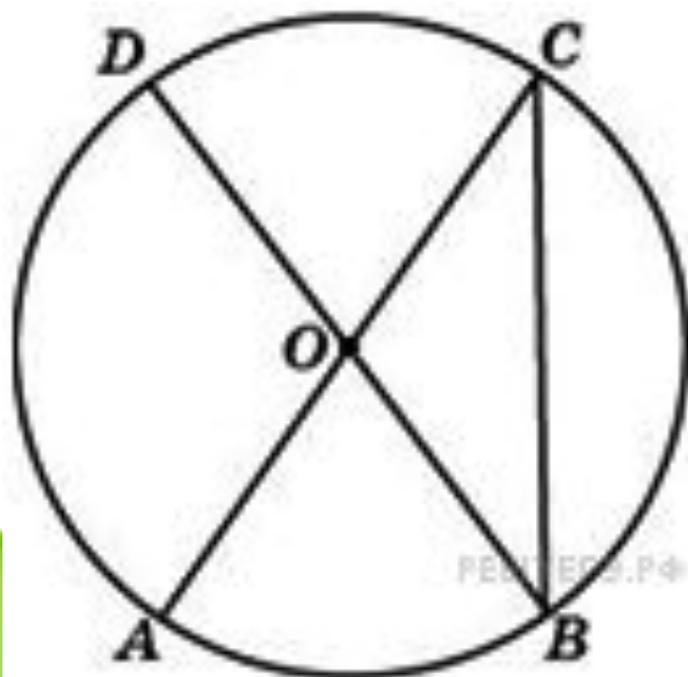
В окружности с центром O , AC и BD – диаметры. Вписанный угол ACB равен 38° . Найдите центральный угол AOB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: 104.

Задача №27

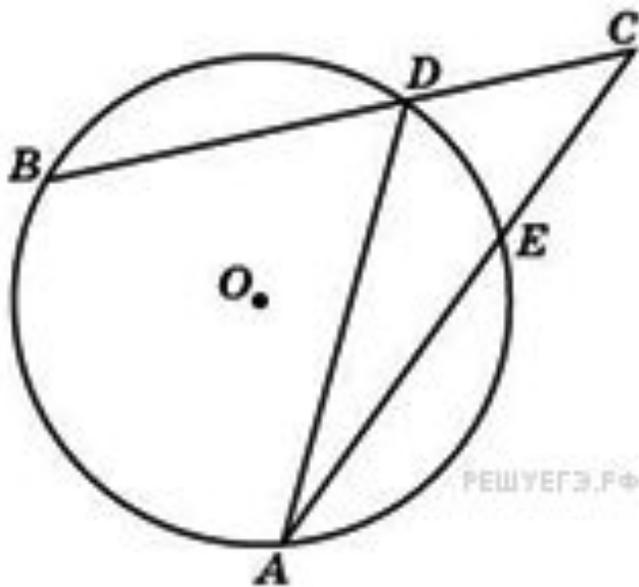
В окружности с центром O , AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 110° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: 35.

Задача №28

Найдите угол ACB , если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно 118° и 38° . Ответ дайте в градусах.

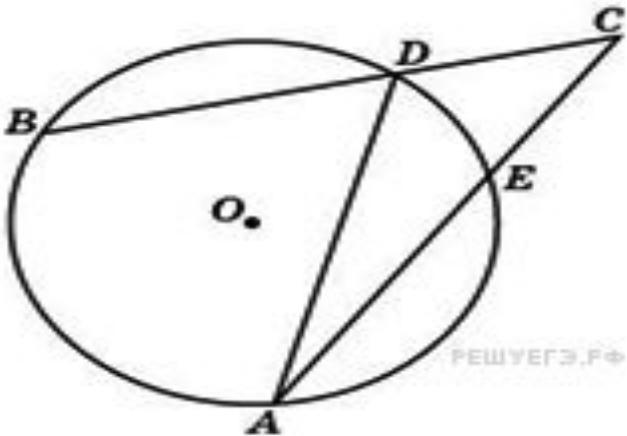


Угол между двумя секущими равен полуразности высекаемых ими дуг:

$$\begin{aligned}\angle ACB &= (\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{DE}) : 2 = \\ &= (118^\circ - 38^\circ) : 2 = 40^\circ\end{aligned}$$

Задача №29

Угол $\angle ACB$ равен 42° . Градусная величина дуги AB окружности, не содержащей точек D и E , равна 124° . Найдите угол $\angle DAE$. Ответ дайте в градусах.

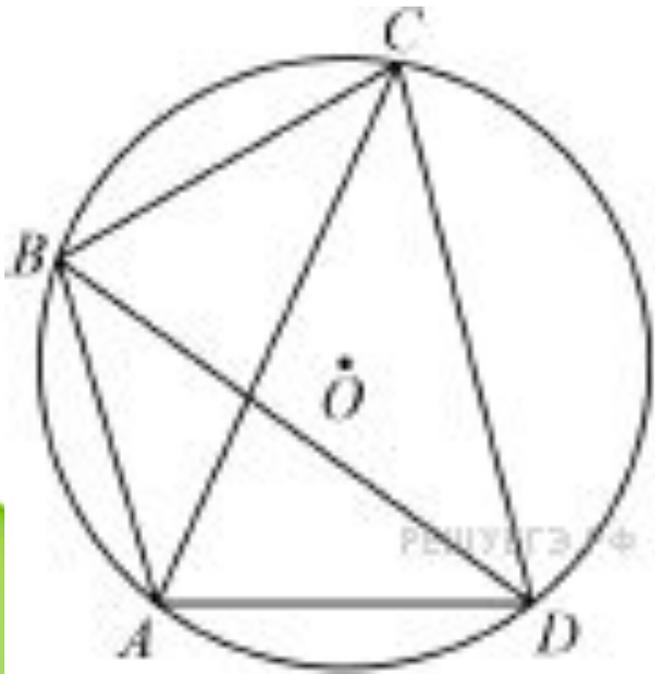


Знаем, что центральный угол равен дуге, на которую он опирается, а вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит

$$\begin{aligned}\angle DAE &= 180^\circ - (\angle ACB + \angle CDA) = 180^\circ - (\angle ACB + 180^\circ - \angle ADB) = \\ &= (\overset{\frown}{AB} : 2) - \angle ACB = 62^\circ - 42^\circ = \mathbf{20^\circ}\end{aligned}$$

Задача №30

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность.
Угол ABC равен 104° , угол CAD равен 66° . Найдите
угол ABD . Ответ дайте в градусах.

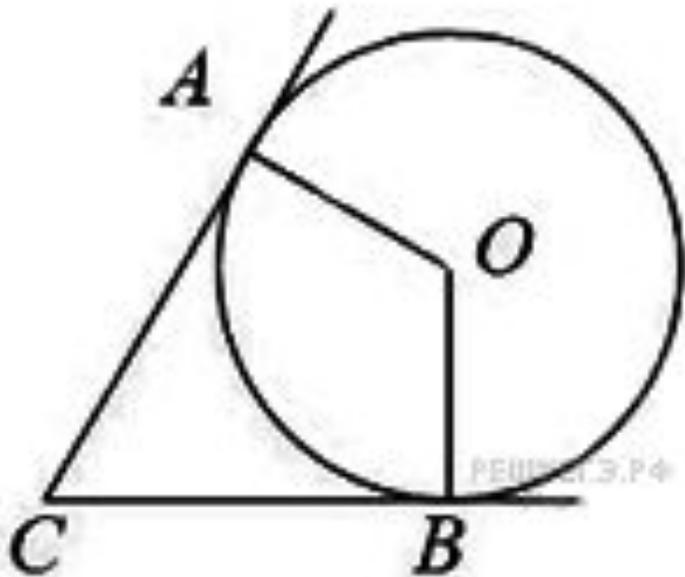


Вписанный угол равен половине дуги,
на которую он опирается, значит

$$\begin{aligned}\angle ABD &= \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AD} = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{ADC} - \overset{\frown}{CD}) = \\ &= \frac{1}{2} (2\angle ABC - 2\angle CAD) = \mathbf{38^\circ}\end{aligned}$$

Задача №31

В угол C величиной 83° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



$$\angle AOB = 180^\circ - \overset{\frown}{AB} = 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ$$



Задачи

**для самостоятельного
решения**

Задача №1 Решите самостоятельно

- 1) Найдите площадь круга, длина окружности которого равна $20\sqrt{\pi}$.
- 2) Найдите площадь круга, длина окружности которого равна $22\sqrt{\pi}$.
- 3) Найдите площадь круга, длина окружности которого равна $37\sqrt{\pi}$.



Задача №2 Решите самостоятельно

- 1) Площадь круга равна $441/\pi$. Найдите длину его окружности.
- 2) Площадь круга равна $342,25/\pi$. Найдите длину его окружности.
- 3) Площадь круга равна $132,25/\pi$. Найдите длину его окружности.



Задача №3 Решите самостоятельно

- 1) Найдите площадь сектора круга радиуса $47/\sqrt{\pi}$, центральный угол которого равен 90° .

Ответ: 552,25

- 2) Найдите площадь сектора круга радиуса $19/\sqrt{\pi}$, центральный угол которого равен 90° .



- 3) Найдите площадь сектора круга радиуса $37/\sqrt{\pi}$, центральный угол которого равен 60° .

Задача №4 Решите самостоятельно

- 1) Найдите площадь сектора круга радиуса 20, длина дуги которого равна 2.**
- 2) Найдите площадь сектора круга радиуса 6, длина дуги которого равна 3.**
- 3) Найдите площадь сектора круга радиуса 25, длина дуги которого равна 1.**



Задача №5 Решите самостоятельно

- 1) Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $30/\sqrt{\pi}$ и $26/\sqrt{\pi}$.
- 2) Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $47/\sqrt{\pi}$ и $51/\sqrt{\pi}$.
- 3) Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $50/\sqrt{\pi}$ и $46/\sqrt{\pi}$.



Задача №6 Решите самостоятельно

- 1) Найдите центральный угол сектора круга радиуса $60/\sqrt{\pi}$, площадь которого равна 600 .
Ответ дайте в градусах.
- 2) Найдите центральный угол сектора круга радиуса $18/\sqrt{\pi}$, площадь которого равна 135 .
Ответ дайте в градусах.
- 3) Найдите центральный угол сектора круга радиуса $9/\sqrt{\pi}$, площадь которого равна 27 . Ответ дайте в градусах.



Задача №7 Решите самостоятельно

- 1) Площадь сектора круга радиуса 13 равна 78. Найдите длину его дуги.**
- 2) Площадь сектора круга радиуса 3 равна 15. Найдите длину его дуги.**
- 3) Площадь сектора круга радиуса 15 равна 105. Найдите длину его дуги.**



Задача №9 Решите самостоятельно

- 1) Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 28.
- 2) Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 43.
- 3) Найдите хорду, на которую опирается  угол 30° , вписанный в окружность радиуса 22.

Задача №10 Решите самостоятельно

- 1) Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 78° . Найдите величину меньшей дуги AB , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.
- 2) Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 34° . Найдите величину меньшей дуги AB , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.
- 3) Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 116° . Найдите величину меньшей дуги AB , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



Задача №11 Решите самостоятельно

- 1) Высота правильного треугольника равна 3. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.**
- 2) Высота правильного треугольника равна 3. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.**
- 3) Высота правильного треугольника равна 3. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.**



Задача №12 Решите самостоятельно

- 1) Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 2. Найдите высоту этого треугольника.**
- 2) Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 82. Найдите высоту этого треугольника.**
- 3) Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 62. Найдите высоту этого треугольника.**



Задача №13 Решите самостоятельно

- 1) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 28. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.
- 2) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 74. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.
- 3) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 56. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



Задача №14 Решите самостоятельно

- 1) Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 21. Найдите гипотенузу этого треугольника.**
- 2) Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 33. Найдите гипотенузу этого треугольника.**
- 3) Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 14. Найдите гипотенузу этого треугольника.**



Задача №16 Решите самостоятельно

- 1) Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 136.
- 2) Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 123.
- 3) Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 69.



Задача №17 Решите самостоятельно

- 1) Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 24, средняя линия равна 11. Найдите боковую сторону трапеции. Ответ: 1**
- 2) Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 52, средняя линия равна 21. Найдите боковую сторону трапеции.**
- 3) Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 88, средняя линия равна 12. Найдите боковую сторону трапеции.**



Задача №20 Решите самостоятельно

- 1) Радиус окружности равен 48. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $48\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.
- 2) Радиус окружности равен 36. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $36\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.
- 3) Радиус окружности равен 27. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $27\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.



Задача №21 Решите самостоятельно

- 1) Радиус окружности равен 41. Найдите величину тупого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $41\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.
- 2) Радиус окружности равен 36. Найдите величину тупого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $36\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.
- 3) Радиус окружности равен 7. Найдите величину тупого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $7\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.



Задача №22 Решите самостоятельно

- 1) Центральный угол на 15° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.
- 2) Центральный угол на 54° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.
- 3)  Центральный угол на 41° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

Задача №23 Решите самостоятельно

- 1) Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $\frac{4}{9}$ окружности. Ответ дайте в градусах.**
- 2) Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $\frac{7}{36}$ окружности. Ответ дайте в градусах.**
- 3) Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $\frac{1}{12}$ окружности. Ответ дайте в градусах.**



Задача №25 Решите самостоятельно

- 1) Дуга окружности AC , не содержащая точку B , составляет 225° . А дуга окружности BC , не содержащая точку A , составляет 19° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.
- 2) Дуга окружности AC , не содержащая точку B , составляет 140° . А дуга окружности BC , не содержащая точку A , составляет 65° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Задача №26 Решите самостоятельно

- 1) В окружности с центром O , AC и BD – диаметры. Вписанный угол ACB равен 9° . Найдите центральный угол AOB . Ответ дайте в градусах.
- 2) В окружности с центром O , AC и BD – диаметры. Вписанный угол ACB равен 75° . Найдите центральный угол AOB . Ответ дайте в градусах.
- 3) В окружности с центром O , AC и BD – диаметры. Вписанный угол ACB равен 66° . Найдите центральный угол AOB . Ответ дайте в градусах.



Задача №27 Решите самостоятельно

- 1) В окружности с центром O , AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 130° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.**
- 2) В окружности с центром O , AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 92° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.**
- 3) В окружности с центром O , AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 102° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.**



Задача №29 Решите самостоятельно

- 1) Угол ACB равен $14,5^\circ$. Градусная величина дуги AB окружности, не содержащей точек D и E , равна 117° . Найдите угол DAE . Ответ дайте в градусах.
- 2) Угол ACB равен 31° . Градусная величина дуги AB окружности, не содержащей точек D и E , равна 104° . Найдите угол DAE . Ответ дайте в градусах.



Угол ACB равен 4° . Градусная величина дуги AB окружности, не содержащей точек D и E , равна 132° . Найдите угол DAE . Ответ дайте в градусах.

Задача №30 Решите самостоятельно

- 1) Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 100° , угол CAD равен 64° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах. Ответ: 36



Интернет ресурсы

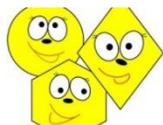
- Шаблон подготовила учитель русского языка и литературы Тихонова Надежда Андреевна
- «Решу ЕГЭ» Образовательный портал для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ. Режим доступа: <http://mathb.reshuege.ru>



<http://sch-53.ru/files/director/GIA/2016/%D0%95%D0%93%D0%AD%202016.jpg>



Автор и источник заимствования неизвестен



http://www.velvet.by/files/news/goroskop_5.jpg