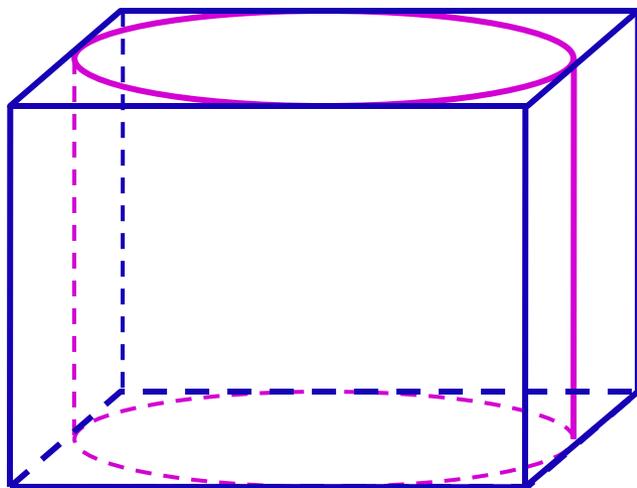


# ЦИЛИНДР И КОНУС, ВПИСАННЫЕ В МНОГОГРАННИК

**ПРИЗМА** называется **ОПИСАННОЙ ОКОЛО ЦИЛИНДРА** (а **ЦИЛИНДР ВПИСАННЫМ В ПРИЗМУ**), если ее основания-многоугольники, описанные около окружностей оснований цилиндра.



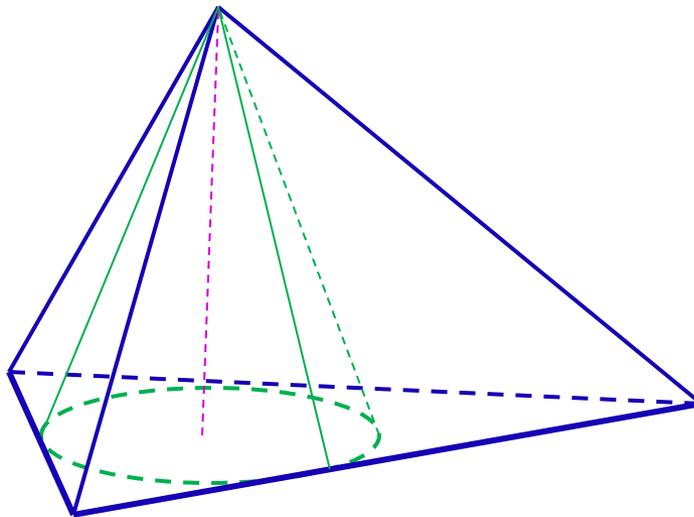
## Замечания:

Цилиндр можно вписать только в такую призму, в основания которой можно вписать в окружность.

Высота призмы равна высоте вписанного в нее цилиндра

**ПИРАМИДА** называется **ОПИСАННОЙ ОКОЛО КОНУСА** (а **КОНУС ВПИСАННЫМ В ПИРАМИДУ**), если ее основание-многоугольник, описанный около окружности основания конуса, а вершина совпадает с вершиной конуса.

### Замечания:



Высота конуса равна высоте описанной около нее пирамиды.

В конус можно вписать пирамиду тогда и только тогда, когда у нее равные боковые ребра.

**Повторяем формулы**

**Далее без повторения**

Для любого  
треугольника:  $r = \dots$

Для  
прямоугольного  
треугольника:  $r = \dots$

Для правильного  
треугольника:  $r = \dots$

Для правильного  
шестиугольника:  
 $r = \dots$

Для правильного  
четырёхугольника:  
 $r = \dots$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{S}{a+b+c}$$

$$\frac{a+b-c}{2}$$

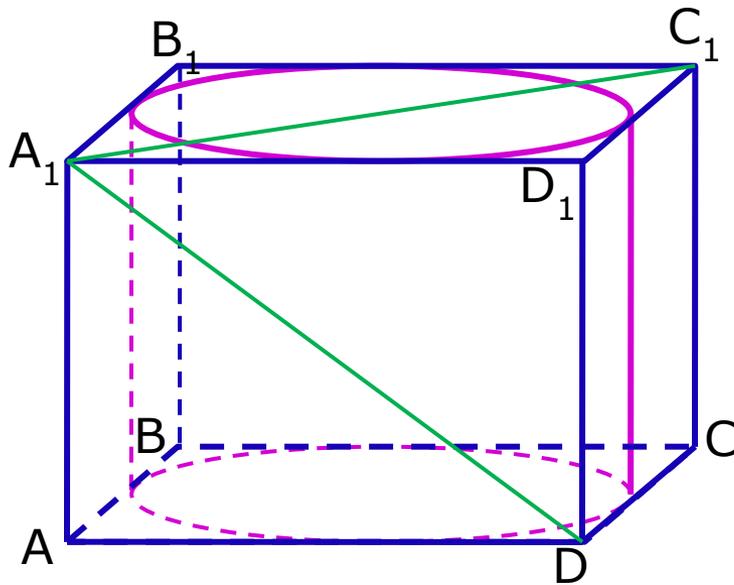
C-гипотенуза

$$\frac{a}{2}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$a, b, c$  – стороны;  $r$  – радиус вписанной окружности;  $S$  – площадь;  $\alpha$  – угол

**№1. В правильную четырехугольную призму вписан цилиндр. Найти площадь его боковой поверхности, если диагональ основания призмы равна  $4\sqrt{2}$  см, а диагональ боковой грани 5 см.**



**Дано:**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  –  
 правильная призма  
 $AC_1 = 4\sqrt{2}$  см,  $A_1 D = 5$  см  
 вписанный цилиндр

**Найти:**  $S_{\text{боковой поверхности цилиндра}}$

**Анализ условий:**

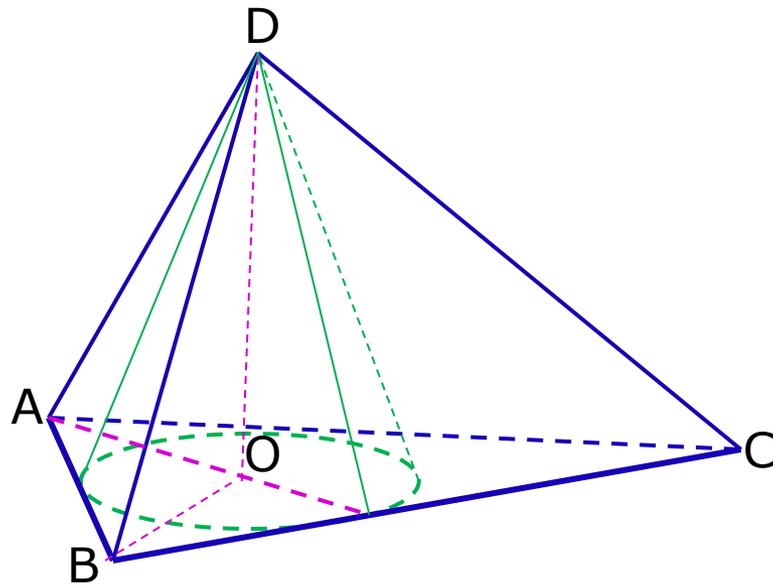
1.  $S_{\text{боковой поверхности цилиндра}} = 2\pi r H$
2.  $r = A_1 B_1 : 2$
3.  $A_1 B_1$  - ? (из  $\Delta A_1 B_1 C_1$ )
4.  $H$  - ? (из  $\Delta A_1 A D$ )

**Решение:**

1.  $\Delta A_1 B_1 C_1$  – прямоугольный и равнобедренный, значит:  
 $A_1 B_1 = A_1 C_1 : \sqrt{2} = 4$  (см)
2. Т.к.  $A_1 B_1 C_1 D_1$  - квадрат, то:  $r = A_1 B_1 : 2 = 2$  (см)
3. Из  $\Delta A_1 A D$  – прямоугольного по теореме Пифагора:  $AA_1 = 3$  см.
4.  $S_{\text{боковой поверхности цилиндра}} = 2\pi r H = 12\pi$  (см<sup>2</sup>).

**Ответ:**  $12\pi$  (см<sup>2</sup>).

**№2. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна  $4\sqrt{3}$  см, а боковое ребро наклонено к основанию под углом  $45^\circ$ . Найти площадь боковой поверхности вписанного в пирамиду конуса.**



**Дано:** правильная пирамида  $DABC$ , вписан конус с вершиной  $D$ ,  $AB = 4\sqrt{3}$  см,  $(DB)^\wedge(ABC) = 45^\circ$

**Найти:**  $S_{\text{боковой поверхности конуса}}$

**Анализ условий:**

- $S_{\text{боковой пов. конуса}} = \pi r l$ ,  $r = ?$ ,  $l = ?$
- $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- $\angle DBO = 45^\circ$
- Из  $\triangle DBO$  находим  $l = DB$ .

**Решение:**

- Т.к.  $\triangle ABC$  – равносторонний, то  $BO = R$ , значит,  $BO = 4$  см.  
 $r = R : 2 = 2$  (см)
- $(DB)^\wedge(ABC) = \angle DBO = 45^\circ$  (по определению).
- $\triangle DBO$  – прямоугольный и равнобедренный, значит:  $DB = 4\sqrt{2}$  см
- Следовательно:  $S_{\text{боковой пов. конуса}} = \pi r l = 4\sqrt{5} \pi$  (см<sup>2</sup>)

**Ответ:**  $4\sqrt{5} \pi$  (см<sup>2</sup>)

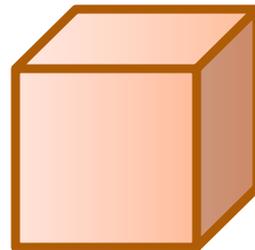
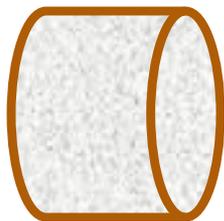
# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1) теория: записи в тетради

2) Практика:

2.1. В задаче №2, решение которой разобрано в классе, найдите образующую конуса и угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости основания.

2.2. Электрический счетчик имеет цилиндрическую форму с диаметром основания 12 см и высотой 15 см. Найдите наименьшие целочисленные размеры прямоугольной коробки, в которую можно поместить данный счетчик.



# Литература и интернет- ресурсы

1. Геометрия: Учебник для 10-11 классов средней школы/ Л. С. Атанасян и др.-М.:Просвещение, 1994
2. Зив Б.Г. И др. Задачи по геометрии для 7-11 классов /Б.Г. Зив, В.М. Мейлер, А.Г. Баханский.-М.:Просвещение, 1991