Логика предикатов

Предикат (лат. praedicatum – сказанное) – то, что высказывается в суждении об объекте.

В математической логике *n-местным предикатом* называется функция

$$P(x_1, x_2,\dots, x_n)\colon M^n \to \{\text{И},\text{Л}\} \qquad\qquad (P^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_n))$$

Высказывания считаются нуль-местными предикатами.

Операции над предикатами

1) Обычные логические операции,
2) Операции квантификации переменной (навешивание квантора на переменную, связывание переменной).

Кванторы (лат. quantum – сколько) – описывают отношения внутренней структуры высказывания, т.е. отношения между субъектом и предикатом, и несут информацию о количественной характеристике логического выражения, перед которым они поставлены.

Понятие квантора ввел в математическую логику немецкий логик и математик Готтлоб Фреге (1848–1925) в книге «Исчисление понятий» (1879).

Пусть $P(x)$ – некоторый предикат, определенный на множестве M.

Квантор всеобщности $\forall$ (нем. alle – все). Под выражением $\forall x P(x)$ понимают высказывание истинное, когда $P(x)$ истинно для каждого элемента x из множества M, и ложное – в противном случае.

Квантор существования $\exists$ (нем. existieren – существовать). Под выражением $\exists x P(x)$ пониают высказывание истинное, когда существует элемент множества M, для которого $P(x)$ истинно, и ложное – в противном случае.

Переменная, на которую навешен квантор, называется ***связанной***, несвязанная квантором переменная называется ***свободной***.

Навешивать кванторы можно на любые логические выражения. Выражение, на которое навешивается квантор $\forall x$ или $\exists x$, называется ***областью действия квантора***; все вхождения переменной x в это выражение являются связанными.

Выражения $\forall x P(x)$ и $\exists x P(x)$ не зависят от x и при фиксированных P и M представляют собой конкретные высказывания относительно всех x предметной области M.

Если M – конечное множество мощности n, то

$$\forall x P(x) \overset{\mathbf{def}}{\equiv} P(x_1) \wedge P(x_2) \wedge \ldots \wedge P(x_n)$$

$$\exists x P(x) \overset{\mathbf{def}}{\equiv} P(x_1) \vee P(x_2) \vee \ldots \vee P(x_n).$$

Если M – счетное множество, то

$$\forall x P(x) \overset{\mathbf{def}}{\equiv} P(x_1) \wedge P(x_2) \wedge \ldots$$

$$\exists x P(x) \overset{\mathbf{def}}{\equiv} P(x_1) \vee P(x_2) \vee \ldots .$$

		Утвердительные высказывания			Отрицательные высказывания		
Общие высказывания	положительный смысл	[Верно, что]* для всех x выполняется свойство P	$\forall x P(x)$=И	$\forall x \neg P(x)$=И	[Верно, что] для всех x **не** выполняется свойство P	положительный смысл	Общие высказывания
		[Верно, что] **не** существует x, для которого не выполняется свойство P	$\neg\exists x \neg P(x)$=И	$\neg\exists x P(x)$=И	[Верно, что] **не** существует x, для которого выполняется свойство P		
	отрицательный смысл	**Не** верно, что **не** для всех x выполняется свойство P	$\neg\forall x P(x)$=Л	$\neg\forall x \neg P(x)$=Л	**Не** верно, что **не** для всех x **не** выполняется свойство P	отрицательный смысл	
		Не верно, что существует x, для которого **не** выполняется свойство P	$\exists x \neg P(x)$=Л	$\exists x P(x)$=Л	**Не** верно, что существует x, для которого выполняется свойство P		
Частные высказывания	положительный смысл	[Верно, что] существует x, для которого выполняется свойство P	$\exists x P(x)$=И	$\exists x \neg P(x)$=И	[Верно, что] существует x, для которого **не** выполняется свойство P	положительный смысл	Частные высказывания
		[Верно, что] **не** для всех x **не** выполняется свойство P	$\neg\forall x \neg P(x)$=И	$\neg\forall x P(x)$=И	[Верно, что] **не** для всех x выполняется свойство P		
	отрицательный смысл	**Не** верно, что **не** существует x, для которого выполняется свойство P	$\neg\exists x P(x)$=Л	$\neg\exists x \neg P(x)$=Л	**Не** верно, что **не** существует x, для которого **не** выполняется свойство P	отрицательный смысл	
		Не верно, что для всех x **не** выполняется свойство P	$\forall x \neg P(x)$=Л	$\forall x P(x)$=Л	Не верно, что для всех x выполняется свойство P		
		Утвердительные высказывания			Отрицательные высказывания		

Алгебра логики предикатов

Алфавит логики предикатов содержит следующие символы:

1) символы предметных переменных – обычно строчные латинские буквы с индексами или без них;
2) символы предикатов – обычно прописные латинские буквы с индексами или без них;
3) логические символы: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\supset$, $\sim$;
4) символы кванторов – $\exists$, $\forall$;
5) скобки и запятую.

Слово в алфавите логики предикатов называется ***формулой***, если оно удовлетворяет следующему индуктивному определению:

1) если P – символ предиката, x_1, x_2,..., x_n – символы предметных переменных, то $P(x_1,x_2,...,x_n)$ – формула. Такая формула называется ***атомарной***. Все предметные переменные атомарных формул свободные, связанных переменных нет;

2) пусть A – формула. Тогда $\neg A$ тоже формула. Свободные и связанные переменные формулы $\neg A$ – это соответственно свободные и связанные переменные формулы A;

3) пусть A и B – формулы, причем нет таких предметных переменных, которые были бы связаны в одной формуле и свободны в другой. Тогда $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \supset B$, $A \sim B$ есть формулы, в которых свободные переменные формул A и B остаются свободными, а связанные переменные формул A и B остаются связанными;

4) пусть A – формула, содержащая свободную переменную x. Тогда $\exists xA$, $\forall xA$ тоже формулы, переменная x в них связана. Остальные переменные, которые в формуле A свободны, остаются свободными, а переменные, которые в формуле A связаны, остаются связанными. Формула A есть *область действия квантора*;

5) слово в алфавите логики предикатов 1–5 является формулой только в том случае, если это следует из правил 1–4;

!!! По определению формулы *никакая переменная не может быть одновременно свободной и связанной.*

Пусть задана некоторая модель с множеством M. Формула $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ называется

– ***выполнимой в данной модели***, если существует набор $<a_1, a_2, \ldots, a_n>$, $a_i \in M$, значений свободных переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ формулы F такой, что $F(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \text{И}$;

– ***истинной в данной модели***, если $F(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \text{И}$ на любом наборе $<a_1, a_2, \ldots, a_n>$, $a_i \in M$, значений своих свободных переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$;

– ***ложной в данной модели***, если $F(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \text{Л}$ на любом наборе $<a_1, a_2, \ldots, a_n>$, $a_i \in M$, значений своих свободных переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Формула F

– ***общезначима*** или ***тождественно истинна*** (в логике предикатов), если она истинна в каждой модели.

– ***противоречива*** или ***тождественно ложна*** (в логике предикатов), если она ложна в каждой модели.

– ***выполнима*** (в логике предикатов), если существует модель, в которой F выполнима.

– ***опровержима*** (в логике предикатов), если существует модель, в которой F невыполнима.

!!! **1)** F общезначима $\Rightarrow$ $\neg F$ – противоречива.

!!! **2)** F общезначима $\Leftrightarrow$ формула $\neg F$ не является выполнимой.

!!! **3)** F выполнима $\Leftrightarrow$ $\neg F$ не является общезначимой.

Теорема Чёрча. Не существует алгоритм, который для любой формулы логики предикатов устанавливает, общезначима она или нет.

Пример. Определить истинность, ложность или выполнимость формул:

1) $\forall x A(x)$;

2) $\exists x A(x, x, y)$;

3) $\forall x \exists y A(x, y)$;

4) $\forall x \left(A(x) \vee \neg A(x) \right)$;

5) $\exists x \left(A(x) \wedge \neg A(x) \right)$.

Пример. Доказать общезначимость формулы:

$$\exists x\left(P(x)\wedge\left(B\supset R(x)\right)\right)\supset\left(\forall x\left(P(x)\supset\neg R(x)\right)\supset\neg B\right).$$

Докажем от противного.

<table>
<tr><td>1</td><td colspan="4">Пусть: $\exists x\left(P(x)\wedge\left(B\supset R(x)\right)\right)\supset\left(\forall x\left(P(x)\supset\neg R(x)\right)\supset\neg B\right)=$ Л</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td colspan="4">Импликация равна Л, только если</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\exists x\left(P(x)\wedge\left(B\supset R(x)\right)\right)=$ И</td><td colspan="2">$\left(\forall x\left(P(x)\supset\neg R(x)\right)\supset\neg B\right)=$ Л</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td colspan="2" rowspan="2">—//—</td><td colspan="2">Импликация равна Л, только если</td></tr>
<tr><td>$\forall x\left(P(x)\supset\neg R(x)\right)=$ И</td><td>$\neg B=$ Л</td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="2">—//—</td><td>—//—</td><td>$B=$ И</td></tr>
<tr><td>5</td><td colspan="2">Найдется константа a из области определения переменной x, такая что
$P(a)\wedge\left(B\supset R(a)\right)=$ И</td><td>—//—</td><td>—//—</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6</td><td colspan="2">Конъюнкция равна И, только если</td><td rowspan="2">—//—</td><td rowspan="2">—//—</td></tr>
<tr><td>$P(a)=$ И</td><td>$B\supset R(a)=$ И</td></tr>
<tr><td>7</td><td>—//—</td><td>Так как $B=$ И, то $R(a)=$</td><td>—//—</td><td>—//—</td></tr>
<tr><td>8</td><td>—//—</td><td>—//—</td><td>Для всех x, а значит,
и для $x=a$
$P(a)\supset\neg R(a)=$ И</td><td>—//—</td></tr>
<tr><td rowspan="2">9</td><td rowspan="2">—//—</td><td></td><td>Так как $P(a)=$ И, то
$\neg R(a)=$ И</td><td rowspan="2">—//—</td></tr>
<tr><td colspan="2">Противоречие</td></tr>
</table>

Равносильные формулы

Пусть формулы F и G имеют одно и то же множество свободных переменных, тогда:

– F и G ***равносильны* (*эквивалентны*) *в данной модели***, если на любом наборе значений свободных переменных они принимают одинаковые значения.

– F и G ***равносильны* (*эквивалентны*) *на множестве М***, если они равносильны во всех моделях, заданных на множестве M.

– F и G ***равносильны* (*эквивалентны*)** (в логике предикатов), если они равносильны на всех множествах (тогда будем писать $F=G$).

В алгебре предикатов справедливы все эквивалентные соотношения алгебры высказываний, а также собственные эквивалентные соотношения, включающие связки $\forall$ и $\exists$:

1. а) $\forall x \forall y P(x,y) = \forall y \forall x P(x,y)$, б) $\exists x \exists y P(x,y) = \exists y \exists x P(x,y)$.

2. а) $\exists x \forall y P(x,y) \supset \forall y \exists x P(x,y)$, б) $\exists y \forall x P(x,y) \supset \forall x \exists y P(x,y)$.

3. а) $\neg \forall x P(x) = \exists x \neg P(x)$, б) $\neg \exists x P(x) = \forall x \neg P(x)$.

4. $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) = \forall x \big(P(x) \wedge Q(x)\big)$, но $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \neq \exists x \big(P(x) \wedge Q(x)\big)$.

5. $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) = \exists x \big(P(x) \vee Q(x)\big)$, но $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \neq \forall x \big(P(x) \vee Q(x)\big)$.

6. Если в формуле C нет свободной переменной x, то:

   а) $\forall x P(x) \vee C = \forall x \big(P(x) \vee C\big)$, б) $\exists x P(x) \vee C = \exists x \big(P(x) \vee C\big)$.

   в) $\forall x P(x) \wedge C = \forall x \big(P(x) \wedge C\big)$, г) $\exists x P(x) \wedge C = \exists x \big(P(x) \wedge C\big)$.

Пример 1. Пусть на множестве $M=\{a,b\}$ заданы предикаты $P_1(x,y)$ и $P_2(x,y)$:

x	y	$P_1(x,y)$	$P_2(x,y)$
a	a	И	И
a	b	Л	И
b	a	Л	Л
b	b	И	Л

 Рассмотрим две формулы

$$Q(x_1,x_2)\wedge Q(x_1,x_3), \qquad (1)$$

$$Q(x_1,x_2)\wedge Q(x_2,x_3). \qquad (2)$$

x_1	x_2	x_3	$P_1(x_1,x_2)$	$P_1(x_1,x_3)$	$P_1(x_2,x_3)$	$Q=P_1$		$P_2(x_1,x_2)$	$P_2(x_1,x_3)$	$P_2(x_2,x_3)$	$Q=P_2$	
						(1)	(2)				(1)	(2)
a	a	a	И	И	И	И	И	И	И	И	И	И
a	a	b	И	Л	Л	Л	Л	И	И	И	И	И
a	b	a	Л	И	Л	Л	Л	И	И	Л	И	Л
a	b	b	Л	Л	И	Л	Л	И	И	Л	И	Л
b	a	a	Л	Л	И	Л	Л	Л	Л	И	Л	Л
b	a	b	Л	И	Л	Л	Л	Л	Л	И	Л	Л
b	b	a	И	Л	Л	Л	Л	Л	Л	Л	Л	Л
b	b	b	И	И	И	И	И	Л	Л	Л	Л	Л

Если основным множеством модели служит множество M и формула Q интерпретируется как предикат P_1, то формулы (1) и (2) равносильны в этой модели.

Если основным множеством модели является то же множество M, но формула Q интерпретируется как предикат P_2, то формулы (1) и (2) не равносильны.

Формула называется ***приведенной***, если в ней из логических символов имеются только символы $\wedge$, $\vee$, $\neg$, причем символ $\neg$ встречается лишь перед символами предикатов.

Для любой формулы существует равносильная ей приведенная формула, которая имеет те же множества свободных и связанных переменных.

Приведенная формула называется ***нормальной*** (или ***префиксной нормальной***, ПНФ), если она не содержит символов кванторов или все символы кванторов стоят в начале формулы.

Для любой приведенной формулы существует равносильная ей нормальная формула той же длины. Такая формула называется ***нормальной формой*** данной приведенной формулы.

Пример. Получить нормальную форму с минимальным количеством связанных переменных для формулы

$$\neg\left(\forall pC(p)\supset\left[\exists y\left(A(y)\supset\forall xP(x,y)\right)\wedge\forall z\neg B(z)\right]\right).$$

$$\triangleright\ \neg\left(\forall pC(p)\supset\left[\exists y\left(A(y)\supset\forall xP(x,y)\right)\wedge\forall z\neg B(z)\right]\right)\overset{\neg(S\supset Q)\equiv S\wedge\neg Q}{\equiv}\forall pC(p)\wedge\neg\left[\exists y\left(A(y)\supset\forall xP(x,y)\right)\wedge\forall z\neg B(z)\right]\equiv$$

$$=\forall pC(p)\wedge\neg\left[\exists y\left(A(y)\supset\forall xP(x,y)\right)\wedge\forall z\neg B(z)\right]\overset{\neg(S\wedge Q)\equiv\neg S\vee\neg Q}{\equiv}\forall pC(p)\wedge\left[\neg\exists y\left(A(y)\supset\forall xP(x,y)\right)\vee\neg\forall z\neg B(z)\right]\equiv$$

$$=\forall pC(p)\wedge\left[\neg\exists y\left(A(y)\supset\forall xP(x,y)\right)\vee\neg\forall z\neg B(z)\right]\overset{3}{\equiv}\forall pC(p)\wedge\left[\forall y\neg\left(A(y)\supset\forall xP(x,y)\right)\vee\exists zB(z)\right]\equiv$$

$$=\forall pC(p)\wedge\left[\forall y\neg\left(A(y)\supset\forall xP(x,y)\right)\vee\exists zB(z)\right]\overset{\neg(S\supset Q)\equiv S\wedge\neg Q}{\equiv}\forall pC(p)\wedge\left[\forall y\left(A(y)\wedge\neg\forall xP(x,y)\right)\vee\exists zB(z)\right]\equiv$$

$$=\forall pC(p)\wedge\left[\forall y\left(A(y)\wedge\neg\forall xP(x,y)\right)\vee\exists zB(z)\right]\overset{3}{\equiv}\forall pC(p)\wedge\left[\forall y\left(A(y)\wedge\exists x\neg P(x,y)\right)\vee\exists zB(z)\right]\equiv$$

$$\equiv\forall pC(p)\wedge\left[\forall y\left(A(y)\wedge\exists x\neg P(x,y)\right)\vee\exists zB(z)\right]\overset{б)}{\equiv}\forall pC(p)\wedge\left[\forall y\left(\exists x\left(A(y)\wedge\neg P(x,y)\right)\right)\vee\exists zB(z)\right]\equiv$$

$$=\forall pC(p)\wedge\left[\forall y\left(\exists x\left(A(y)\wedge\neg P(x,y)\right)\right)\vee\exists zB(z)\right]\overset{а)}{\equiv}\forall pC(p)\wedge\left[\forall y\left(\exists x\left(A(y)\wedge\neg P(x,y)\right)\vee\exists zB(z)\right)\right]\equiv$$

$$\equiv\forall pC(p)\wedge\left[\forall y\left(\exists x\left(A(y)\wedge\neg P(x,y)\right)\vee\exists zB(z)\right)\right]\overset{5}{\equiv}\forall pC(p)\wedge\forall y\exists x\left(A(y)\wedge\neg P(x,y)\vee B(x)\right)\equiv$$

$$=\forall pC(p)\wedge\forall y\exists x\left(A(y)\wedge\neg P(x,y)\vee B(x)\right)\overset{4}{\equiv}\forall y\left(C(y)\wedge\exists x\left(A(y)\wedge\neg P(x,y)\vee B(x)\right)\right)\equiv$$

$$\equiv\forall y\left(C(y)\wedge\exists x\left(A(y)\wedge\neg P(x,y)\vee B(x)\right)\right)\overset{г)}{\equiv}\forall y\exists x\left(C(y)\wedge\left(A(y)\wedge\neg P(x,y)\vee B(x)\right)\right)=$$

$$\equiv\forall y\exists x\left(C(y)\wedge\left(A(y)\wedge\neg P(x,y)\vee B(x)\right)\right)\equiv\forall y\exists x\left(C(y)A(y)\neg P(x,y)\vee C(y)B(x)\right).\ \blacksquare$$

Применение логики предикатов к естественному языку

Наиболее часто встречающиеся выражения, которые могут быть переведены на формальный язык с помощью кванторов:

$\exists x A(x)$	$\forall x A(x)$
Для некоторых x (имеет место) $A(x)$	Для любого x (имеет место) A
Для подходящего x (верно) $A(x)$	Для произвольного x (имеет место) A
Существует x, для которого (такой, что) $A(x)$	$A(x)$ при произвольном x
Имеется x, для которого (такой, что) $A(x)$	Для всех x (верно) $A(x)$
Найдется x, для которого (такой, что) $A(x)$	$A(x)$, каково бы ни было x
У некоторых вещей есть признак A	Для каждого x (верно) $A(x)$
Хотя бы для одного x (верно) $A(x)$	Всегда имеет место $A(x)$
Кто-нибудь относится к (есть) A	Каждый обладает свойством A
По крайней мере, один объект есть A	Свойство A присуще всем
	Всё удовлетворяет A
	Любой объект является A
	Всякая вещь обладает свойством A

Выражения, в которых совместно появляются кванторы и отрицания:

$\neg\forall x A(x)$	Не для каждого x (верно) $A(x)$ Не при всяких x (верно) $A(x)$ Не всё обладает свойством A Не все суть A A не всегда верно $A(x)$ оказывается истинным не для всех x	$\neg\exists x A(x)$	Не существует x такого, что $A(x)$ Нет (никакого) x такого, что $A(x)$ $A(x)$ не выполняется ни для какого x Ничто не обладает свойством A Никто не есть A Неверно, что для некоторых x $A(x)$
$\forall x \neg A(x)$	Для всякого x неверно $A(x)$ $A(x)$ всегда ложно Ничто не обладает свойством A Все суть не A	$\exists x \neg A(x)$	Для некоторого x не(верно) $A(x)$ Что-то не обладает свойством A Кто-то суть не A

1. В повседневной речи слова «все» и «некоторые» часто опускаются.

   «Люди смертны» ≡ «Все люди смертны»,

   «Люди взошли на Эверест» ≡ «Некоторые люди взошли на Эверест».

2. В повседневной речи слово «некоторые», особенно если его подчеркивают, иногда носит оттенок «некоторые, но не все».

Когда политик произносит: «Некоторые политики – мошенники», он имеет в виду: «Неверно, будто все политики – мошенники, но некоторые – мошенники», т.е.

$$\neg\forall x\left(П(x)\supset M(x)\right)\wedge\exists x\left(П(x)\wedge M(x)\right).$$

3. «Выгул кошек и собак воспрещен»

$\neg\exists x\left(\left(K(x)\vee B(x)\right)\wedge\ (\ )\right)$ или $\forall x\left(\left(K(x)\vee B(x)\right)\supset\neg\ (\ )\right)$

Ошибочный вариант: $\forall x\left(\left(K(x)\wedge B(x)\right)\supset\neg\ (\ )\right)$

«На всех кошек и собак надлежит получить разрешение»

$\forall x\left(K(x)\supset P(x)\right)\wedge\forall y\left(\ (\ )\supset\ (\ )\right)$ или $\forall x\left(\left(K(x)\vee P(x)\right)\supset\ (\ )\right)$

Ошибочный вариант: $\forall x\left(\left(K(x)\wedge P(x)\right)\supset\ (\ )\right)$

Основные понятия

Характеристический класс – совокупность предметов, на которой одноместный предикат принимает значение «И».

Множество и класс – **не** эквивалентные понятия. Для каждого множества можно определить предикат, характеристический класс которого будет совпадать с этим множеством, однако не всякий характеристический класс – множество.

Пример класса, не являющегося множеством: класс Рассела (парадокс брадобрея), определяемый предикатом: $F(x)=x\notin x$.

Понятие – мысль, в которой обобщаются такие признаки предмета, явления или некоторого их класса, которые позволяют выделить их из групп других предметов или явлений (классов предметов).

Содержание – совокупность признаков, отражаемых данным понятием. По содержанию понятия делятся на ***конкретные или абстрактные***, ***положительные и отрицательные***, ***относительные и безотносительные.***

Объем – множество (класс) предметов, которым присущи признаки, относящиеся к содержанию понятия. По объему понятия делятся на ***пустые и непустые (единичные и общие)***, ***собирательные и несобирательные.***

Закон обратного отношения между содержанием и объемом понятия – расширение содержания некоторого понятия влечет за собой уменьшение его объема, а расширение объема понятия ведет к сужению его содержания.

Классификация по содержанию

Конкретное понятие – отражает признаки отдельных предметов или некоторых их классов («ректор НГТУ», «созвездие «Лира»»).

Абстрактное понятие – обобщает отдельные свойства или отношения предметов («отвага», «инициатива»).

Положительные понятие – указывает на *наличие* у предмета того или иного качества или отношения.

Отрицательное понятие – указывает на *отсутствие* у предмета того или иного качества или отношения.

Относительное понятие – понятие, содержание которого представляет собой наличие или отсутвие отношения мыслимого в нем предмета к некоторому другому предмету («близкий человек», «хитрость»).

Безотносительное понятие – понятие, содержание которого не связано каким-либо отношением («нечетное число», «химический элемент»).

Классификация по объему

Пустое понятие – не содержит в своем объеме элементов («наибольшее натуральное число»).

Единичное понятие – содержит в своем объеме лишь один элемент («наименьшее натуральное число», «столица России»).

Общее понятие – содержит в своем объеме более одного элемента («существительное», «участковый инспектор»).

Собирательное понятие – понятие, в котором группа однородных предметов мыслится как единое целое («бригада грузчиков», «взвод»).

Несобирательное понятие – понятие, элементами которого являются отдельные предметы, свойства, отношения к каждому из которых относится данное понятие.

Примеры.

I. Выражают ли следующие слова и словосочетания одни и те же понятия?

1. Азбука, букварь.
2. Записка, шпаргалка.
3. Несчастье, бедствие, горе.
4. Прямоугольный ромб, квадрат, правильный четырехугольник.
5. Школьник, ученик, учащийся средней школы.
6. Студент, учащийся высшего учебного заведения.
7. Адвокат, защитник.

II. Определите в каждой группе понятие, обладающее наибольшим *объемом*.

1. Студент, учащийся, стипендиат-учащийся, курсант.
2. Пистолет, кинжал, оружие, винтовка.
3. Книга, учебник истории, учебник.
4. Документ, паспорт, удостоверение личности.

III. Определите в каждой группе понятие, обладающее наибольшим *содержанием*.

1. Стедент технического вуза, студент НГТУ, слушатель среднего специальногс учебного заведения, учащийся.

2. Огнестрельное оружие, карабин, карабин Симонова.

3. Учебник, книга, учебник психологии.

4. Правильный треугольник, треугольник, остроугольный треугольник.

Примеры.

I. Выражают ли следующие слова и словосочетания одни и те же понятия?

1. Азбука, букварь.
2. Записка, шпаргалка.
3. Несчастье, бедствие, горе.
4. Прямоугольный ромб, квадрат, правильный четырехугольник.
5. Школьник, ученик, учащийся средней школы.
6. Студент, учащийся высшего учебного заведения.
7. Адвокат, защитник.

II. Определите в каждой группе понятие, обладающее наибольшим *объемом*.

1. Студент, учащийся, стипендиат-учащийся, курсант.
2. Пистолет, кинжал, оружие, винтовка.
3. Книга, учебник истории, учебник.
4. Документ, паспорт, удостоверение личности.

III. Определите в каждой группе понятие, обладающее наибольшим *содержанием*.

1. Стедент технического вуза, студент НГТУ, слушатель среднего специального учебного заведения, учащийся.

2. Огнестрельное оружие, карабин, карабин Симонова.

3. Учебник, книга, учебник психологии.

4. Правильный треугольник, треугольник, остроугольный треугольник.

Примеры.

I. Выражют ли следующие слова и словосочетания, которые выражают одни и те же понятия?

1. Азбука, букварь.
2. Записка, шпаргалка.
3. Несчастье, бедствие, горе.
4. Прямоугольный ромб, квадрат, правильный четырехугольник.
5. Школьник, ученик, учащийся средней школы.
6. Студент, учащийся высшего учебного заведения.
7. Адвокат, защитник.

II. Определите в каждой группе понятие, обладающее наибольшим *объемом*.

1. Студент, учащийся, стипендиат-учащийся, курсант.
2. Пистолет, кинжал, оружие, винтовка.
3. Книга, учебник истории, учебник.
4. Документ, паспорт, удостоверение личности.

III. Определите в каждой группе понятие, обладающее наибольшим *содержанием*.

1. Стедент технического вуза, студент НГТУ, слушатель среднего специального учебного заведения, учащийся.

2. Огнестрельное оружие, карабин, карабин Симонова.

3. Учебник, книга, учебник психологии.

4. Правильный треугольник, треугольник, остроугольный треугольник.

Примеры.

I. Выражют ли следующие слова и словосочетания, которые выражают одни и те же понятия?

1. Азбука, букварь.
2. Записка, шпаргалка.
3. Несчастье, бедствие, горе.
4. Прямоугольный ромб, квадрат, правильный четырехугольник.
5. Школьник, ученик, учащийся средней школы.
6. Студент, учащийся высшего учебного заведения.
7. Адвокат, защитник.

II. Определите в каждой группе понятие, обладающее наибольшим *объемом*.

1. Студент, учащийся, стипендиат-учащийся, курсант.
2. Пистолет, кинжал, оружие, винтовка.
3. Книга, учебник истории, учебник.
4. Документ, паспорт, удостоверение личности.

III. Определите в каждой группе понятие, обладающее наибольшим *содержанием*.

1. Студент технического вуза, студент НГТУ, слушатель среднего специального учебного заведения, учащийся.

2. Огнестрельное оружие, карабин, карабин Симонова.

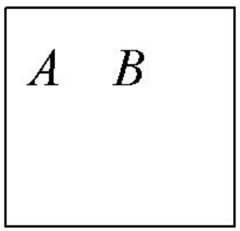
3. Учебник, книга, учебник психологии.

4. Правильный треугольник, треугольник, остроугольный треугольник.

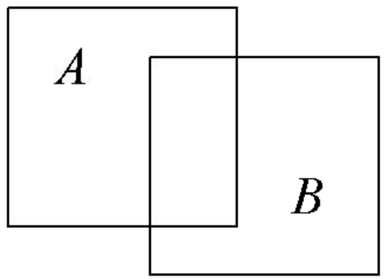
Отношения между понятиями

Совместимые понятия – понятия, объемы которых частично или полностью совпадают:

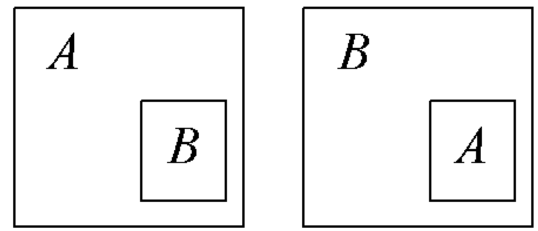
равнозначные



перекрещивающиеся

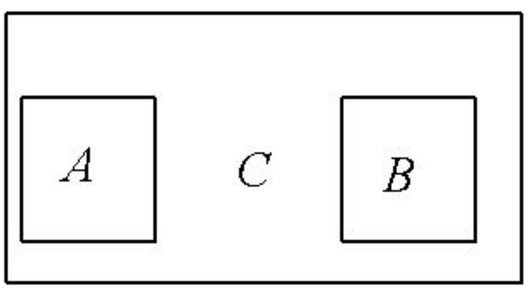


подчиненные

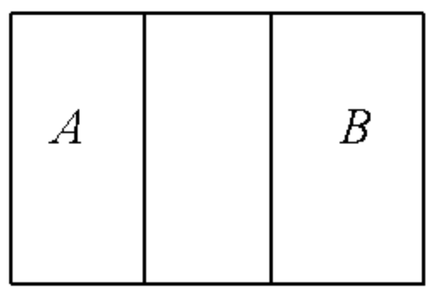


Несовместимые понятия – понятия, объемы которых не имеют общих элементов:

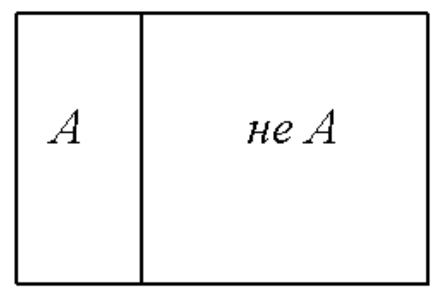
соподчиненные



противоположные



противоречащие



Суждения

Суждение – форма мысли, в которой утверждается или отрицается что-либо относительно предметов и явлений, их свойств, связей и отношений и которая обладает свойством выражать либо истину, либо ложь.

Субъект (лат. Subjectum) суждения – та часть суждения, которая отображает предмет мысли. Обозначается латинской буквой *S*.

Предикат (лат. Praedicatum) суждения – та часть суждения, которая отображает то, что утверждается (или отрицается) о предмете мысли. Обозначается латинской буквой *P*.

Виды суждений

<table>
<tr><th>Способ подразделения</th><th colspan="2">Название и формула суждения</th><th>Определение</th><th>Пример</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1. По качеству отображаемых предметов</td><td colspan="2">Утвердительные
«S суть P»</td><td>Суждение, в котором отображается наличие какого-либо признака у предмета</td><td>Книга интересная</td></tr>
<tr><td colspan="2">Отрицательные
«S не суть P»</td><td>Суждение, в котором отображается отсутствие какого-либо признака у предмета</td><td>Иванов не студент</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2. По объему или количеству</td><td colspan="2">Единичные
«S есть(не есть) P»</td><td>Суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается об отдельном предмете</td><td>Эдисон не является изобретателем первой электрической лампочки</td></tr>
<tr><td rowspan="2">частные «Некоторые S суть (не суть) P»</td><td>определенные
«Только некоторые S суть(не суть) P»</td><td>Суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается только о некоторой определенной части предметов какого-либо класса</td><td>Только некоторые грибы съедобны</td></tr>
<tr><td>неопределенные
«По крайней мере некоторые S суть(не суть) P»</td><td>Суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается о некоторой части и при этом ничего не утверждается и не отрицается относительно остальных предметов этого класса</td><td>Некоторые дети любят Рисовать</td></tr>
<tr><td colspan="2">Общие
«Все S суть P»
«Ни одно S не суть P»</td><td>Суждение, в котором говорится о наличии или отсутствии какого-либо свойства у всех предметов того или иного класса</td><td>Все студенты имеют студенческий билет</td></tr>
</table>

Виды суждений

<table>
<tr><th>Способ подразделения</th><th colspan="2">Название и формула суждения</th><th>Определение</th><th>Пример</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1. По качеству отображаемых предметов</td><td colspan="2">Утвердительные
«S суть P»</td><td>Суждение, в котором отображается наличие какого-либо признака у предмета</td><td>Книга интересная</td></tr>
<tr><td colspan="2">Отрицательные
«S не суть P»</td><td>Суждение, в котором отображается отсутствие какого-либо признака у предмета</td><td>Иванов не студент</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2. По объему или количеству</td><td colspan="2">Единичные
«S есть(не есть) P»</td><td>Суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается об отдельном предмете</td><td>Эдисон не является изобретателем первой электрической лампочки</td></tr>
<tr><td rowspan="2">частные
«Некоторые S суть (не суть) P»</td><td>определенные
«Только некоторые S суть(не суть) P»</td><td>Суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается только о некоторой определенной части предметов какого-либо класса</td><td>Только некоторые грибы съедобны</td></tr>
<tr><td>неопределенные
«По крайней мере некоторые S суть(не суть) P»</td><td>Суждение, в котором что-либо утверждается или отрицается о некоторой части и при этом ничего не утверждается и не отрицается относительно остальных предметов этого класса</td><td>Некоторые дети любят Рисовать</td></tr>
<tr><td colspan="2">Общие
«Все S суть P»
«Ни одно S не суть P»</td><td>Суждение, в котором говорится о наличии или отсутствии какого-либо свойства у всех предметов того или иного класса</td><td>Все студенты имеют студенческий билет</td></tr>
</table>

Способ подразделения	Название и формула суждения	Определение	Пример
3. По характеру связи отображаемых предметов и их свойств	Условные «Если S есть P, то S_1 есть P_1»	Суждение, в котором отображается зависимость того или иного явления от каких-либо условий и в котором основание и следствие соединяются посредством логического союза «если … , то»	Если с утра будет хорошая погода, то мы пойдем в лес
	Разделительные « S есть или P_1, или P_2, … или P_n»	Суждение, в котором выражается знание того, что данному предмету присущ (или не присущ) только один какой-либо признак из числа тех признаков, которые указываются в этом суждении	Сегодня понедельник или вторник
	Категорические «(Не) все S (не) суть P»	Суждение, в котором выражается знание о принадлежности или не принадлежности признака предмету, независимо от каких–либо условий	Киты не рыбы
4. По степени существенности для предмета отображаемого свойства	Возможности «S возможно есть P»	Суждение, в котором отображается возможность наличия или отсутствия признака у предмета, о котором говорится в данном суждении	Некоторые из студентов могут стать высокооплачиваемыми работниками
	Действительности «S есть P»	Суждение, в котором констатируется наличие или отсутствие у предмета того или иного признака. Суждение действительности употребляется в тех случаях, когда нам вполне достаточно знания о том, что обнаруженный признак (не) принадлежит данному предмету в настоящее время, (не) принадлежал в прошлом	Некоторые города находятся за полярным кругом
	Необходимости «S необходимо есть P»	Суждение, в котором отображается такой признак предмета, который имеется у предмета при всех условиях	Прямая линия есть кратчайшее расстояние между двумя точками на плоскости

Исчисление одноместных предикатов как исчисление классов. Теория категорических суждений и силлогизмов Аристотеля

Характеристический класс – совокупность предметов, на котором одноместный предикат принимает значение «И».

Множество и класс – **не** эквивалентные понятия. Для каждого множества можно определить предикат, характеристический класс которого будет совпадать с этим множеством, однако не всякий характеристический класс – множество.

Пример класса, не являющегося множеством: класс Рассела (парадокс брадобрея), определяемый предикатом: $F(x)=x\notin x$.

Логика Аристотеля (384–322 до н.э.)

Категорическими суждениями в логике Аристотеля называли высказывания о двух классах:

1) общеутвердительное высказывание (A):
   «Все предметы класса P суть предметы класса Q»;
2) общеотрицательное высказывание (E):
   «Никакие предметы класса P не суть предметы класса Q»;
3) частноутвердительное высказывание (I):
   «Некоторые предметы класса P суть предметы класса Q»;
4) частноотрицательное высказывание (O):
   «Некоторые предметы класса P не суть предметы класса Q».

Обозначения взяты от лат. *affirmo* – утверждаю, *nego* – отрицаю.

Исчисление одноместных предикатов как исчисление классов. Теория категорических суждений и силлогизмов Аристотеля

Логика Аристотеля (384–322 до н.э.)

Категорическими суждениями в логике Аристотеля называли высказывания о двух классах:

1) общеутвердительное высказывание (A):

«Все предметы класса P суть предметы класса Q»;

2) общеотрицательное высказывание (E):

«Никакие предметы класса P не суть предметы класса Q»;

3) частноутвердительное высказывание (I):

«Некоторые предметы класса P суть предметы класса Q»;

4) частноотрицательное высказывание (O):

«Некоторые предметы класса P не суть предметы класса Q».

Обозначения взяты от лат. ***affirmo*** – утверждаю, ***nego*** – отрицаю.

A. $\forall x(P(x)\supset Q(x))=\forall x(\neg P(x)\vee Q(x))=$
$=\forall x\neg(P(x)\wedge\neg Q(x))=\neg\exists x(P(x)\wedge\neg Q(x)),$

E. $\forall x(P(x)\supset\neg Q(x))=\forall x(Q(x)\supset\neg P(x))=$
$=\forall x(\neg P(x)\vee\neg Q(x))=\neg\exists x(P(x)\wedge Q(x)),$

I. $\exists x(P(x)\wedge Q(x))=\exists x\neg(\neg P(x)\vee\neg Q(x))=$
$=\neg\forall x(\neg P(x)\vee\neg Q(x))=\neg\forall x(P(x)\supset\neg Q(x)),$

O. $\exists x(P(x)\wedge\neg Q(x))=\neg\forall x(P(x)\supset Q(x)).$

Законы формальной логики Аристотеля:

I. Законы отрицания категорических суждений.

$$\neg A=O;\ \neg O=A;\ \neg E=I;\ \neg I=E.$$

II. Законы обращения категорических суждений (обращением называется перестановка мест классов P и Q).

$$E=E^{\mathrm{T}},\quad I=I^{\mathrm{T}}.$$

III. Законы логики.

$$A\supset I;\quad E\supset O;\quad \neg(A\supset E);\ \neg(E\supset A);\quad \neg(I\supset O);\ \neg(O\supset I).$$

Категорический силлогизм – конструкция из 3-х категорических суждений о 3-х классах, в которой третье суждение логически следует из двух первых. При этом первое суждение называется ***большой посылкой***, второе – ***малой посылкой***, а третье – ***заключением***.

Класс, присутствующий в большой и в малой посылках, называется ***средним*** (P).

Класс, присутствующий в большой посылке и в заключении, называется ***большим*** (Q).

Класс, присутствующий в малой посылке и в заключении, называется ***малым*** (S).

Силлогизм называется ***правильным***, если истинность посылок всегда влечет истинность заключения, независимо от содержания высказываний.

Не каждые два суждения могут явиться посылками силлогизма и дать в выводе правильное заключение.

Правила силлогизма:

Правила терминов:

1) терминов должно быть в силлогизме только три;

2) средний термин должен присутствовать в каждой из посылок;

Правила посылок:

1) из двух отрицательных или частных посылок нельзя сделать никакого заключения;

2) если одна из посылок является отрицательным или частным суждением, то и заключение должно быть, соответственно, отрицательным или частным суждением.

Аристотель классифицировал все виды силлогизмов по типам (*модусам*) и выделил из всех модусов правильные. Все модусы он подразделил на 4 группы (фигуры) по расположению классов.

Первая фигура PQ $\frac{SP}{SQ}$ Правильные модусы: Barbara Celarent Darii Ferio	Назначение – подведение частного случая под общее положение. Правила: 1) большая посылка должна быть суждением общим; 2) малая посылка должна быть суждением утвердительным. Первая фигура – единственная фигура силлогизма, которая может иметь в заключении общеутвердительное суждение (A). Только по первой фигуре можно доказать каждое из четырех видов суждений (A, E, I, O).
Вторая фигура QP $\frac{SP}{SQ}$ Правильные модусы: Cesare Camestres Festino Baroco	Назначение – получение вывода в тех случаях, когда доказывается, что предметы данного класса (S) не могут принадлежать к другому классу (Q) на том основании, что им не присущи признаки предметов класса Q. Правила: 1) большая посылка должна быть суждением общим; 2) одна из посылок должна быть отрицательной. Во второй фигуре вывод всегда отрицательный, а положительный невозможен. Задача вывода состоит в том, чтобы доказать несовместимость признаков предметов двух классов, несовпадающих объемов понятий, отображающих данные классы.

Третья фигура

$$\frac{\begin{matrix} PQ \\ PS \end{matrix}}{SQ}$$

Правильные модусы:

Datisi

Ferison

Disamis

Bocado

Дополнительные модусы:

Darapti

Felapton

Назначение – получение вывода в процессе познания частных фактов, а также – в ходе доказательств ложности каких-либо общих высказываний.

Правило: меньшая посылка должна быть утвердительной.

Вывод по 3-й фигуре всегда получается частным (частноутвердительным или частноотрицательным). Суть вывода заключается в том, что заметив два качества, совместно существующих в одном предикате, мы делаем заключение о взаимном соотношении их.

Четвертая фигура

$$\frac{\begin{matrix} QP \\ PS \end{matrix}}{SQ}$$

Правильные модусы:

Fresison

Dimatis

Calemes.

Дополнительные модусы:

Bamalip

Fesapo

Назначение – средний термин выражает такое отношение между двумя видами, при котором данные виды не совпадают по своим признакам.

По 4-й фигуре нельзя получить общеутвердительного вывода, а только частноутвердительный, частноотрицательный и общеотрицательный.

1. Некоторые писатели – женщины. QiP

   Все женщины любят цветы. PaS

   Среди тех, кто любит цветы, есть писатели. SiQ

 Dimatis (4 фигура, силлогизм *iai*),
P – женщины, S – любить цветы, Q – быть писателем).

2. Все женщины любят цветы. PaQ

   Некоторые писатели – женщины. SiP

   Среди тех, кто любит цветы, есть писатели. SiQ

 Darii (1 фигура, силлогизм *aii*),
P – женщины, Q – любить цветы, S – быть писателем).

3. Некоторые студенты прилежны.

   Среди прилежных учеников есть отличники.

   Некоторые студенты – отличники.

 Неправильный силлогизм (из двух частных посылок нельзя ничего получить).

4. Все студенты – учащиеся. QaP

   Некоторые учащиеся получают стипендию. PiS

   Некоторые из тех, кто получает стипендию, – студенты. SiQ

 Неправильный силлогизм (4-я фигура, силлогизм *aii*),
P – быть учащимся, Q – быть студентом, S – получать стипендию)

1. Некоторые писатели – женщины. QiP

Все женщины любят цветы. PaS

Среди тех, кто любит цветы, есть писатели. SiQ

Способ 1. Dimatis (4 фигура, силлогизм iai),

P – женщины, S – любить цветы, Q – быть писателем).

Способ 2.

$$\exists x(Q(x)\wedge P(x)) \wedge \forall x(P(x)\supset S(x)) \supset \exists x(S(x)\wedge Q(x)) = \text{Л}$$

$\exists x(Q(x)\wedge P(x))=\text{И}$,	$\forall x(P(x)\supset S(x))=\text{И}$,	$\exists x(S(x)\wedge Q(x))=\text{Л}$
$Q(\text{a})\wedge P(\text{a})=\text{И}$,	– // –	– // –
$Q(\text{a})=\text{И}$, $P(\text{a})=\text{И}$	– // –	– // –
– // –	– // –	$\forall x\neg(S(x)\wedge Q(x))=\text{И}$
– // –	– // –	$S(\text{a})\wedge Q(\text{a})=\text{Л}$
– // –	– // –	$S(\text{a})=\text{Л}$

$$P(\text{a})\supset S(\text{a})=\text{И}$$

2. Все женщины любят цветы. PaQ

Некоторые писатели – женщины. SiP

Среди тех, кто любит цветы, есть писатели. SiQ

□ P – женщины, Q – любить цветы, S – быть писателем).

Способ 1.

Darii (1 фигура, силлогизм aii),

Способ 2.

$$\forall x(P(x)\supset Q(x)) \wedge \exists x(S(x)\wedge P(x)) \supset \exists x(S(x)\wedge Q(x)) = \text{Л}$$

$\forall x(P(x)\supset Q(x))=\text{И}$,	$\exists x(S(x)\wedge P(x))=\text{И}$,	$\exists x(S(x)\wedge Q(x))=\text{Л}$
– // –	$S(\text{a})\wedge P(\text{a})=\text{И}$,	– // –
– // –	$S(\text{a})=\text{И}$, $P(\text{a})=\text{И}$,	– // –
– // –	– // –	$\forall x\neg(S(x)\wedge Q(x))=\text{И}$
$P(\text{a})\supset Q(\text{a})=\text{И}$,	– // –	$S(\text{a})\wedge Q(\text{a})=\text{Л}$
$Q(\text{a})=\text{И}$,	– // –	$Q(\text{a})=\text{Л}$□

3. Все студенты – учащиеся. QaP

Некоторые учащиеся получают стипендию. PiS

Некоторые из тех, кто получает стипендию, – студенты. SiQ

 P – быть учащимся,

Q – быть студентом,

S – получать стипендию.

Способ 1.

Силлогизм 4-й группы *aii* – неправильный силлогизм

Способ 2.

$$\forall x(Q(x)\supset P(x)) \wedge \exists x(P(x)\wedge S(x)) \supset \exists x(S(x)\wedge Q(x)) = Л$$

$\forall x(Q(x)\supset P(x))=И$, $\exists x(P(x)\wedge S(x))=И$, $\exists x(S(x)\wedge Q(x))=Л$

$P(а)\wedge S(а)=И$,

$P(а)=И$, $S(а)=И$,

$\forall x\neg(S(x)\wedge Q(x))=И$

$Q(а)\supset P(а)=И$, $S(а)\wedge Q(а)=Л$

$Q(а)=Л$

Умозаключения

Рассуждением (***умозаключением***) называют процесс получения новых знаний, выраженных суждениями (высказываниями), из других знаний, также выраженных суждениями (высказываниями). Исходные высказывания называются ***посылками*** (***гипотезами***, ***условиями***), а получаемые высказывания – ***заключением*** (***следствием***).

На языке логики рассуждение можно выразить последовательностью формул.

Не всякое сочетание суждений является умозаключением. Между суждениями должна быть логическая связь, в которой отображается взаимозависимость предметов и явлений объективного мира.

Умозаключения бывают дедуктивными и недедуктивными:

– ***дедуктивное умозаключение*** (лат. deductio – выведение) – умозаключение, в котором из истинности посылок с необходимостью следует истинный вывод;

– ***недедуктивное умозаключение*** – умозаключение, имеющее такие связи между посылками, которые не гарантируют истинности заключения при истинных посылках.

Наиболее распространенные недедуктивные умозаключения:

– ***умозаключение по аналогии*** (греч. analogia – соответствие, сходство) – это логический вывод, в результате которого достигается знание о признаках одного предмета на основании знания того, что этот предмет имеет сходство с другими предметами;

– ***индуктивное умозаключение*** (греч. indictio – наведение)– умозаключение, в котором заключение о свойствах каждого элемента некоторого множества делается на основании изучения свойств его отдельных элементов.

Рассуждения называются ***правильными***, если они построены по законам формальной логики.

Истинность вывода в умозаключении зависит от истинности посылок и правильности применения законов мышления (законов логики) в процессе логического действия с посылками. Только соблюдение обоих этих условий дает возможность прийти к верному выводу.

Примеры.

1. Все рыбы дышат жабрами;

   Все рыбы живут в воде;

   Все живущие в воде дышат жабрами.

Силлогизм 2-й группы типа *aaa.* Среди правильных его нет. Обе посылки являются истинными, но вывод ложен.

2. Швеция находится в Африке;

   В Швеции субтропический климат;

   Некоторые страны с субтропическим климатом находятся в Африке.

Силлогизм 3-й группы – Darapti. Dывод логически верный, но он сделан из ложных посылок. Умозаключение неправильное.

Пример. Определить, являются ли логически правильными следующие заключения:

1. «Этот человек постоянно живет в Москве или Новосибирске. Он не живет в Москве. Следовательно, он живет в Новосибирске».

2. «Если Иванов отсутствовал в кинотеатре, то он не видел фильма. Иванов не видел фильма. Следовательно, он отсутствовал в кинотеатре».

1. «Этот человек постоянно живет в Москве (M) или Новосибирске (H). Он не живет в Москве ($\neg M$). Следовательно, он живет в Новосибирске (H).»

$$\frac{M \oplus H, \neg M}{H}$$ – Modus Tollendo Ponens

2. «Если Иванов отсутствовал в кинотеатре (A), то он не видел фильма (B). Иванов не видел фильма (B). Следовательно, он отсутствовал в кинотеатре (A).»

$$\frac{A \supset B, B}{A}$$ – схема неправильных рассуждений.

M	H	M⊕H	¬M	(M⊕H)∧¬M	((M⊕H)∧¬M)⊃H
0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1

A	B	A⊃B	(A⊃B)∧B	((A⊃B)∧B)⊃A
0	0	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

Наиболее распространенные схемы правильных дедуктивных рассуждений

Название	Обозначение схемы	Пояснение
Правило заключения – утверждающий модус (Modus Ponens)	$\dfrac{A \supset B, A}{B}$	Если из высказывания A следует высказывание B и справедливо (истинно) высказывание A, то справедливо B
Правило отрицания – отрицательный модус (Modus Tollens)	$\dfrac{A \supset B, \neg B}{\neg A}$	Если из A следует B, но высказывание B неверно, то неверно A
Правила утверждения-отрицания (Modus Ponendo-Tollens)	$\dfrac{A \oplus B, A}{\neg B}$; $\quad \dfrac{A \oplus B, B}{\neg A}$	Если справедливо или высказывание A, или B (в разделительном смысле) и истинно одно из них, то другое ложно
Правила отрицания-утверждения (Modus Tollendo-Ponens)	$\dfrac{A \oplus B, \neg A}{B}$; $\quad \dfrac{A \oplus B, \neg B}{A}$	Если истинно или A, или B (в разделительном смысле) и неверно одно из них, то истинно другое
	$\dfrac{A \vee B, \neg A}{B}$; $\quad \dfrac{A \vee B, \neg B}{A}$	Если истинно A или B (в неразделительном смысле) и неверно одно из них, то истинно другое
Правило транзитивности (упрощенное правило силлогизма)	$\dfrac{A \supset B, B \supset C}{A \supset C}$	Если из A следует B, а из B следует C, то из A следует C
Закон противоречия	$\dfrac{A \supset B, A \supset \neg B}{\neg A}$	Если из A следует B и $\neg B$, то неверно A
Правило контрапозиции	$\dfrac{A \supset B}{\neg B \supset \neg A}$	Если из A следует B, то из того, что неверно B, следует, что неверно A

Название	Обозначение схемы	Пояснение
Правило сложной контрапозиции	$\dfrac{(A \wedge B) \supset C}{(A \wedge \neg C) \supset \neg B}$	Если из A и B следует C, то A и $\neg C$ следует $\neg B$
Правило сечения	$\dfrac{A \supset B, (B \wedge C) \supset D}{(A \wedge C) \supset D}$	Если из A следует B, а из B и С следует D, то из A и C следует D
Правило импортации (объединения посылок)	$\dfrac{A \supset (B \supset C)}{(A \wedge B) \supset C}$	Если из A следует что из B следует С, то из A и B следует C
Правило экспортации (разъединения посылок)	$\dfrac{(A \wedge B) \supset C}{A \supset (B \supset C)}$	Если из A и B следует C, то из A следует что из B следует C
Разбор случаев	$\dfrac{A \supset C, B \supset C}{A \vee B \supset C}$	Если из A следует C, и из B следует C,то из A ~~и~~ или B следует C
Правила дилемм	$\dfrac{A \supset C, B \supset C, A \vee B}{C}$; $\dfrac{A \supset D, C \supset D, A \vee C}{D}$; $\dfrac{A \supset B, A \supset C, \neg B \vee \neg C}{\neg A}$; $\dfrac{A \supset B, C \supset D, \neg B \vee \neg D}{\neg A \vee \neg C}$	

Основные законы формальной логики. Логические основы аргументации

В IV в. до н.э. греческий мыслитель Аристотель открыл три логических закона:

Закон тождества – закон, согласно которому всякое понятие или суждение в процессе некоторого рассуждения должно оставаться тождественным самому себе.

Закон непротиворечия: два противоположных высказывания об одном и том же предмете не могут быть одновременно истинными в одном и том же отношении или смысле.

Закон исключения третьего: из двух противоречащих друг другу высказываний одно истинно, а второе – ложно.

В XVII в н.э. немецкий философ и математик Лейбниц открыл ***закон достаточного основания***, который требует, чтобы всякое истинное высказывание было достаточно обосновано другими истинными же высказываниями.