

Інформаційні технології

Знаковська Є.А.

E-mail: znakovskaya@bk.ru

Skype: jeneee77

Модуль №5 "Розв'язання прикладних математичних задач у середовищі MathCAD"

Лекція №5.1. Основи роботи з MathCAD.

Однією з основних областей застосування ПК є математичні і науково-технічні розрахунки. Складні обчислювальні задачі, що виникають при моделюванні технічних пристроїв і процесів, можна розбити на ряд елементарних: *обчислення інтегралів, розв'язання рівнянь, розв'язання диференціальних рівнянь і т.д.* Для таких задач вже розроблені методи розв'язку, створені математичні системи, доступні для вивчення студентам молодших курсів втузів.

Слід навчитися користуватися найпростішими методами обчислень з використанням сучасних інформаційних технологій. Найбільш придатною для цієї мети є одна із самих потужних і ефективних математичних систем - **MathCAD**, що займає особливе місце серед безлічі таких систем (**Matlab**, **Maple**, **Mathematica** і ін.).

MathCAD – це могутнє й у той же час просте універсальне середовище для розв'язання задач у різних галузях науки і техніки, фінансів і економіки, фізики й астрономії, математики і статистики. MathCAD залишається єдиною системою, у якій опис розв'язання математичних задач задається за допомогою звичайних математичних формул і знаків. MathCAD дозволяє виконувати як чисельні, так і аналітичні (символьні) обчислення, має надзвичайно зручний математико-орієнтований інтерфейс і прекрасні засоби наукової графіки.

Система MathCAD існує в декількох основних варіантах:

- **MathCAD Standard** – ідеальна система для повсякденних технічних обчислень. Призначена для масової аудиторії і широкого використання в навчальному процесі;

- **MathCAD Professional** – промисловий стандарт прикладного використання математики в технічних додатках. Орієнтована на математиків і науковців, що проводять складні і трудомісткі розрахунки.

- **MathCAD Professional Academic** – пакет програм для професійного використання математичного апарата з електронними підручниками і ресурсами.

Ми будемо використовувати пакет **MathCAD Professional**.

Система обчислень *MathCAD*

Основи роботи з MathCAD

MathCAD працює з документами. З погляду користувача, документ - це чистий аркуш паперу, на якому можна розміщати блоки трьох основних типів: *математичні вирази, текстові фрагменти і графічні області.*

Розташування нетекстових блоків у документі має принципове значення – ***зліва направо і зверху вниз.***

Математичні вирази

До основних елементів математичних виразів MathCAD відносяться *типи даних, оператори, функції і керуючі структури.*

Оператори - елементи MathCAD, за допомогою яких можна створювати математичні вирази.

До них, наприклад, відносяться символи арифметичних операцій, знаки обчислення сум, добутків, похідної, інтегралу і т.д.

Оператор визначає:

- дію, що повинна виконуватися при наявності тих чи інших значень операндів;
- скільки, де і які операнди повинні бути введені в оператор.

Операнд – число чи вираз, на яке діє оператор.

Наприклад, у виразі $5! + 3$ число 3 і вираз $5!$ – операнди оператора + (плюс), а число 5 операнд оператора факторіал (!). Після вказування операндів оператори стають блоками, що виконуються у документі.

Типи даних

До типів даних відносяться *числові константи, звичайні і системні змінні, масиви (вектори і матриці) і дані файлового типу.*

Константами називають поймаєменовані об'єкти, що зберігають деякі значення, що не можуть бути змінені.

Змінні є поймаєнованими об'єктами, що мають деяке значення, що може змінюватися по ходу виконання програми.

Тип змінної визначається її значенням; змінні можуть бути *числовими, рядковими, символними і т.д.*

Імена констант, змінних і інших об'єктів називають **ідентифікаторами**.

Ідентифікатори в MathCAD являють собою набір латинських чи грецьких букв і цифр.

У MathCAD міститься невелика група особливих об'єктів, які не можна віднести ні до класу констант, ні до класу змінних, значення яких визначені одразу після запуску програми. Їх вірніше вважати **системними змінними**, що мають визначені системою початкові значення. Зміну значень системних змінних роблять у вкладці **Вбудовані змінні** діалогового вікна **Math Options** команди **Математика** ⇒ **Опції**.

Звичайні змінні відрізняються від системних тим, що вони повинні бути попередньо *визначені* користувачем, тобто їм необхідно хоча б один раз *присвоїти значення*.

У якості оператора присвоєння використовується знак

:=

, тоді як знак

=

відведений для *виводу значення* чи константи змінної.

Якщо змінній присвоюється початкове значення за допомогою оператора :=, викликається натисканням клавіші : (двокрапка) на клавіатурі, таке присвоєння називається **локальним**.

До цього присвоєння змінна не визначена і її не можна використовувати. Однак за допомогою знака

≡ (клавіша ~ на клавіатурі)

можна забезпечити **глобальне присвоєння**.

MathCAD прочитує весь документ двічі зліва направо і зверху вниз. При першому проході виконуються всі дії, запропоновані глобальним оператором присвоєння (\equiv), а при другому – виконуються дії, запропоновані локальним оператором присвоєння ($:=$), і відображаються всі необхідні результати обчислень (=).

Існують також жирний знак рівності

= (комбінація клавіш Ctrl + =),

що використовується, наприклад, як **оператор наближеної рівності** при розв'язку систем рівнянь,

і символний знак рівності

→ (комбінація клавіш Ctrl + .).

Дискретні аргументи - особливий клас змінних, який у пакеті MathCAD найчастіше заміняє керуючі структури, називані *циклами* (однак повноцінною така змінна не є).

Ці змінні мають ряд фіксованих значень, або цілочисельних (1 спосіб), або у вигляді чисел з визначеним кроком, що міняються від початкового значення до кінцевого (2 спосіб).

$$1. \quad \text{Name} := N_{\text{begin}} .. N_{\text{end}},$$

де Name – ім'я змінної, N_{begin} – її початкове значення, N_{end} – кінцеве значення, .. – символ, що вказує на зміну змінної в заданих межах (вводиться клавішею ;). Якщо $N_{\text{begin}} < N_{\text{end}}$, то крок змінної буде дорівнює +1, інакше –1.

$$2. \quad \text{Name} := N_{\text{begin}}, (N_{\text{begin}} + \text{Step}) .. N_{\text{end}}$$

Тут Step – заданий крок зміни змінної (він повинний бути додатнім, якщо $N_{\text{begin}} < N_{\text{end}}$, чи від'ємним в іншому випадку).

Дискретні аргументи значно розширюють можливості MathCAD, дозволяючи виконувати багаторазові обчислення чи цикли з повторними обчисленнями, формувати вектори і матриці.

Масив - сукупність, що має унікальне ім'я, кінцеву кількість числових чи символічних елементів, що впорядковані деяким чином і що мають визначені адреси.

У пакеті MathCAD використовуються масиви двох найбільш розповсюджених типів:

- *одновимірні (вектори);*
- *двовимірні (матриці).*

Порядковий номер елемента, що є його адресою, називається **індексом**. Індокси можуть мати тільки цілочисельні значення. Вони можуть починатися з нуля чи одиниці, у відповідності зі значенням системної змінної **ORIGIN**.

Вектори і матриці можна задавати різними способами:

- за допомогою команди **Вставка** \Rightarrow **Матриця**, чи комбінації клавіш Ctrl + M, чи кліком на кнопці панелі **Матриця**, заповнивши масив порожніх полів для не занадто великих масивів;

- з використанням дискретного аргументу, коли має місце деяка явна залежність для обчислення елементів через їхні індекси.

Функції

Функція – вираз, відповідно до якого проводяться деякі обчислення з аргументами і визначається його числове значення.

Слід особливо зазначити різницю між *аргументами* і *параметрами* функції.

Змінні, зазначені в дужках після імені функції, є її **аргументами** і замінюються при обчисленні функції значеннями з дужок.

Змінні в правій частині визначення функції, не зазначені дужках у лівій частині, є **параметрами** і повинні задаватися до визначення функції.

Головною ознакою функції є повернення значення, тобто функція у відповідь на звернення до неї по імені з вказанням її аргументів повинна повернути своє значення.

Функції в пакеті MathCAD можуть бути вбудовані, тобто завчасно введені розроблювачами, і визначені користувачем.

Способи вставки вбудованої функції:

- 1. Вибрати пункт меню Вставка \Rightarrow Функція.
- 2. Натиснути комбінацію клавіш Ctrl + E.
- 3. Клацнути на кнопці



Текстові фрагменти


Текстові фрагменти являють собою куски тексту, що користувач хотів би бачити у своєму документі. Існують два види текстових фрагментів:

- ***текстова область*** призначена для невеликих шматків тексту - підписів, коментарів і т.п. Вставляється за допомогою команди Вставка ⇒ Текстова або комбінації клавіш Shift + " (подвійні лапки);
- ***текстовий абзац*** застосовується в тому випадку, якщо необхідно працювати з абзацами чи сторінками. Вставляється за допомогою комбінації клавіш Shift + Enter.

Графічні області

Графічні області поділяються на три основних типи - ***двовимірні графіки, тривимірні графіки й імпортовані графічні образи***. Двовимірні і тривимірні графіки будуються самим MathCAD на підставі оброблених даних.

Для створення **декартового графіка**:

- Встановити візир у порожньому місці робочого документа.
- Вибрати команду Вставка \Rightarrow Графік \Rightarrow X-Y графік, чи натиснути комбінацію клавіш Shift + @, чи клацнути кнопку  панелі **Графіки**. З'явиться шаблон декартового графіка.
- Ввести у середній мітці під віссю X першу незалежну змінну, через кому – другу і так до 10, наприклад x_1, x_2, \dots
- Ввести у середній мітці ліворуч від вертикальної осі Y першу незалежну змінну, через кому – другу і т.д., наприклад $y_1(x_1), y_2(x_2), \dots$, чи відповідні вирази.
- Клацнути за межами області графіка, щоб почати його побудову.

Тривимірні, чи 3D-графіки, відображають функції двох змінних виду $Z(X, Y)$. При побудові тривимірних графіків у ранніх версіях MathCAD поверхню потрібно було визначити математично. Тепер застосовують функцію MathCAD **CreateMesh**.

CreateMesh(F (чи G, чи f1, f2, f3), $x_0, x_1, y_0, y_1, x_{\text{grid}}, y_{\text{grid}}, f_{\text{map}}$)

Створює сітку на поверхні, визначеною функцією F.

x_0, x_1, y_0, y_1 – діапазон зміни змінних,
 $x_{\text{grid}}, y_{\text{grid}}$ – розміри сітки змінних,
 f_{map} – функція відображення.

Усі параметри, за винятком F , - факультативні. Функція **CreateMesh** за замовчуванням створює сітку на поверхні з діапазоном зміни змінних від -5 до 5 і з сіткою 20×20 точок.

Нерідко поверхні і просторові криві представляють у вигляді крапок, чи кружечків або інших фігур. Такий графік створюється операцією **Вставка** \Rightarrow **Графік** \Rightarrow **3D Точковий**, причому поверхня задається параметрично – за допомогою трьох матриць (X, Y, Z). Для визначення вихідних даних для такого виду графіків використовується функція **CreateSpace**.

$\text{CreateSpace}(F, t_0, t_1, t_{\text{grid}}, f_{\text{map}})$

Повертає вкладений масив трьох векторів, що представляють x -, y -, і z -координати просторової кривої, визначеної функцією F . t_0 і t_1 – діапазон зміни змінної, t_{grid} – розмір сітки змінної, f_{map} – функція відображення.

Усі параметри, за винятком F , - факультативні.

Побудова фігур, що перетинаються

Особливий інтерес являє собою можливість побудови на одному графіку ряду різних фігур чи поверхонь з автоматичним обліком їхнього взаємного перетинання. Для цього треба роздільно задати матриці відповідних поверхонь і після виводу шаблону 3D-графіки перелічити ці матриці під ним з використанням як роздільник коми.

Створення анімаційного кліпу

MathCAD має вбудовану змінну ***FRAME***, чиє єдине призначення - керування анімаціями:

- Створіть об'єкт, чий вид залежить від ***FRAME***.
- Переконайтеся, що встановлено режим автоматичного розрахунку (***Математика*** \Rightarrow ***Автоматичне Обчислення***).
- Виберіть ***Вид*** \Rightarrow ***Анімація*** для виклику однойменного діалогового вікна.
- Вкладіть в пунктирний прямокутник, що виділяє, частину робочого документа, яку потрібно анімувати.

- Встановіть нижні і верхні границі **FRAME** (Від: і До:).
- У поле **Швидкість** введіть значення швидкості відтворення (кадрів/сек).
- Виберіть **Анімація**. Зараз анімація тільки створюється.
- Збережіть анімацію як AVI файл (**Зберегти як**).
- Відтворіть збережену анімацію **Вид** ⇒ **Відтворення**.

Рішення рівнянь засобами Mathcad

Як відомо, багато рівнянь і системи рівнянь не мають аналітичних рішень. У першу чергу це відноситься до більшості трансцендентних рівнянь. Доведено також, що не можна побудувати формулу, за якою можна було б вирішити довільне алгебраїчне рівняння ступеня вище четвертого. Однак такі рівняння можуть вирішуватися чисельними методами із заданою точністю (не більше значення заданого системною змінною ***TOL***).

Чисельне рішення нелінійного рівняння

Для найпростіших рівнянь виду $f(x) = 0$ рішення в ***Mathcad*** знаходиться за допомогою функції ***root***.

$root(f(x1, x2, \dots), x1, a, b)$

Повертає значення $x1$, що належить відрізку $[a, b]$, при якому вираз або функція $f(x)$ обертається в 0. Обидва аргументи цієї функції повинні бути **скалярями**. Функція повертає **скаляр**.

Аргументи:

$f(x1, x2, \dots)$ - функція, що визначена де-небудь у робочому документі, або вираз. Вираз повинен повертати скалярні значення.

$x1$ - ім'я змінної, котра використовується у виразі. Цій змінній перед використанням функції `root` необхідно привласнити числове значення. Mathcad використовує його як початкове наближення під час пошуку кореня.

a, b – необов'язкові, якщо використовуються, то повинні бути дійсними числами, причому $a < b$.

Наближені значення кореня (початкові наближення) можуть бути:

1. Відомі з фізичного змісту задачі.
2. Відомі з рішення аналогічної задачі при інших вихідних даних.
3. Знайдені графічним способом.

Найпоширеніший **графічний спосіб** визначення початкових наближень. Беручи до уваги, що дійсні корені рівняння $f(x) = 0$ - це точки перетинання графіка функції $f(x)$ з віссю абсцис, досить побудувати графік функції $f(x)$ і відзначити точки перетинання $f(x)$ з віссю Ox , або відзначити на осі Ox відрізки, що містять по одному кореню. Побудову графіків часто вдається сильно спростити, замінивши рівняння $f(x) = 0$ рівносильним йому рівнянням:

$$f_1(x) = f_2(x),$$

де функції $f_1(x)$ і $f_2(x)$ - більш прості, ніж функція $f(x)$. Тоді, побудувавши графіки функцій $y = f_1(x)$ і $y = f_2(x)$, шукані корені одержимо як абсциси точок перетинання цих графіків.

Відсутність збіжності функції root

Якщо після багатьох ітерацій **Mathcad** не знаходить наближення, що підходить, то з'явиться повідомлення

Can't converge to a solution.

(відсутня збіжність). Ця помилка може бути викликана наступними причинами:

- Рівняння не має коренів.
- Корені рівняння розташовані далеко від початкового наближення.
- Вираження має локальні max і min між початковим наближенням і коренями.
- Вираження має розриви між початковими наближеннями й коренями.
- Вираження має комплексний корінь, але початкове наближення було дійсним.

Щоб установити причину помилки, досліджуйте графік $f(x)$. Він допоможе з'ясувати наявність коренів рівняння $f(x) = 0$ і, якщо вони є, то визначити приблизно їхнє значення. Чим точніше обране початкове наближення кореня, тим швидше буде сходитися root.

Рекомендації з використання функції **root**

- Для зміни точності, з якої функція `root` шукає корінь, потрібно змінити значення системної змінної `TOL`. Якщо значення `TOL` збільшується, функція `root` буде сходитися швидше, але відповідь буде менш точною. Якщо значення `TOL` зменшується, то функція `root` буде сходитися повільніше, але відповідь буде більш точною. Щоб змінити значення `TOL` у певній точці робочого документа, використовуйте визначення виду `root(x, f(x), TOL)`. Щоб змінити значення `TOL` для всього робочого документа, виберіть команду Математика □ Параметри... □ Змінні □ Допуск збіжності (`TOL`).

- Якщо два корені розташовані близько друг від друга, варто зменшити `TOL`, щоб розрізнити їх.

- Якщо функція $f(x)$ має малий нахил біля шуканого кореня, функція `root(f(x), x)` може сходитися до значення r , що відстоїть від кореня досить далеко. У таких випадках для знаходження більше точного значення кореня необхідно зменшити значення `TOL`. Інший варіант полягає в заміні рівняння $f(x) = 0$ на $g(x) = 0$:

У якості оператора присвоєння використовується знак

:=

, тоді як знак

=

відведений для *виводу значення* чи константи змінної.

Якщо змінній присвоюється початкове значення за допомогою оператора :=, викликається натисканням клавіші : (двокрапка) на клавіатурі, таке присвоєння називається **локальним**.

До цього присвоєння змінна не визначена і її не можна використовувати. Однак за допомогою знака

≡ (клавіша ~ на клавіатурі)

можна забезпечити **глобальне присвоєння**.

MathCAD прочитує весь документ двічі зліва направо і зверху вниз. При першому проході виконуються всі дії, запропоновані глобальним оператором присвоєння (\equiv), а при другому – виконуються дії, запропоновані локальним оператором присвоєння ($:=$), і відображаються всі необхідні результати обчислень (=).

Існують також жирний знак рівності

= (комбінація клавіш Ctrl + =),

що використовується, наприклад, як **оператор наближеної рівності** при розв'язку систем рівнянь,

і символний знак рівності

\rightarrow (комбінація клавіш Ctrl + .).

Дискретні аргументи - особливий клас змінних, який у пакеті MathCAD найчастіше заміняє керуючі структури, називані *циклами* (однак повноцінною така змінна не є).

Ці змінні мають ряд фіксованих значень, або цілочисельних (1 спосіб), або у вигляді чисел з визначеним кроком, що міняються від початкового значення до кінцевого (2 спосіб).

$$1. \quad \text{Name} := N_{\text{begin}} .. N_{\text{end}},$$

де Name – ім'я змінної, N_{begin} – її початкове значення, N_{end} – кінцеве значення, .. – символ, що вказує на зміну змінної в заданих межах (вводиться клавішею ;). Якщо $N_{\text{begin}} < N_{\text{end}}$, то крок змінної буде дорівнює +1, інакше –1.

$$2. \quad \text{Name} := N_{\text{begin}}, (N_{\text{begin}} + \text{Step}) .. N_{\text{end}}$$

Тут Step – заданий крок зміни змінної (він повинний бути додатнім, якщо $N_{\text{begin}} < N_{\text{end}}$, чи від'ємним в іншому випадку).

Дискретні аргументи значно розширюють можливості MathCAD, дозволяючи виконувати багаторазові обчислення чи цикли з повторними обчисленнями, формувати вектори і матриці.

Масив - сукупність, що має унікальне ім'я, кінцеву кількість числових чи символічних елементів, що впорядковані деяким чином і що мають визначені адреси.

У пакеті MathCAD використовуються масиви двох найбільш розповсюджених типів:

- *одновимірні (вектори);*
- *двовимірні (матриці).*

Порядковий номер елемента, що є його адресою, називається **індексом**. Індокси можуть мати тільки цілочисельні значення. Вони можуть починатися з нуля чи одиниці, у відповідності зі значенням системної змінної **ORIGIN**.

Вектори і матриці можна задавати різними способами:

- за допомогою команди **Вставка** \Rightarrow **Матриця**, чи комбінації клавіш Ctrl + M, чи кліком на кнопці панелі **Матриця**, заповнивши масив порожніх полів для не занадто великих масивів;

- з використанням дискретного аргументу, коли має місце деяка явна залежність для обчислення елементів через їхні індекси.

Функції

Функція – вираз, відповідно до якого проводяться деякі обчислення з аргументами і визначається його числове значення.

Слід особливо зазначити різницю між *аргументами* і *параметрами* функції.

Змінні, зазначені в дужках після імені функції, є її **аргументами** і замінюються при обчисленні функції значеннями з дужок.

Змінні в правій частині визначення функції, не зазначені дужках у лівій частині, є **параметрами** і повинні задаватися до визначення функції.

Головною ознакою функції є повернення значення, тобто функція у відповідь на звернення до неї по імені з вказанням її аргументів повинна повернути своє значення.

Функції в пакеті MathCAD можуть бути вбудовані, тобто завчасно введені розроблювачами, і визначені користувачем.

Способи вставки вбудованої функції:

- 1. Вибрати пункт меню Вставка \Rightarrow Функція.
- 2. Натиснути комбінацію клавіш Ctrl + E.
- 3. Клацнути на кнопці



Текстові фрагменти


Текстові фрагменти являють собою куски тексту, що користувач хотів би бачити у своєму документі. Існують два види текстових фрагментів:

- ***текстова область*** призначена для невеликих шматків тексту - підписів, коментарів і т.п. Вставляється за допомогою команди Вставка ⇒ Текстова або комбінації клавіш Shift + " (подвійні лапки);
- ***текстовий абзац*** застосовується в тому випадку, якщо необхідно працювати з абзацами чи сторінками. Вставляється за допомогою комбінації клавіш Shift + Enter.

Графічні області

Графічні області поділяються на три основних типи - ***двовимірні графіки, тривимірні графіки й імпортовані графічні образи***. Двовимірні і тривимірні графіки будуються самим MathCAD на підставі оброблених даних.

Для створення **декартового графіка**:

- Встановити візир у порожньому місці робочого документа.
- Вибрати команду Вставка \Rightarrow Графік \Rightarrow X-Y графік, чи натиснути комбінацію клавіш Shift + @, чи клацнути кнопку  панелі **Графіки**. З'явиться шаблон декартового графіка.
- Ввести у середній мітці під віссю X першу незалежну змінну, через кому – другу і так до 10, наприклад x_1, x_2, \dots
- Ввести у середній мітці ліворуч від вертикальної осі Y першу незалежну змінну, через кому – другу і т.д., наприклад $y_1(x_1), y_2(x_2), \dots$, чи відповідні вирази.
- Клацнути за межами області графіка, щоб почати його побудову.

Тривимірні, чи 3D-графіки, відображають функції двох змінних виду $Z(X, Y)$. При побудові тривимірних графіків у ранніх версіях MathCAD поверхню потрібно було визначити математично. Тепер застосовують функцію MathCAD **CreateMesh**.

CreateMesh(F (чи G, чи f1, f2, f3), $x_0, x_1, y_0, y_1, x_{\text{grid}}, y_{\text{grid}}, f_{\text{map}}$)

Створює сітку на поверхні, визначеною функцією F.

x_0, x_1, y_0, y_1 – діапазон зміни змінних,
 $x_{\text{grid}}, y_{\text{grid}}$ – розміри сітки змінних,
 f_{map} – функція відображення.

Усі параметри, за винятком F , - факультативні. Функція **CreateMesh** за замовчуванням створює сітку на поверхні з діапазоном зміни змінних від -5 до 5 і з сіткою 20×20 точок.

Нерідко поверхні і просторові криві представляють у вигляді крапок, чи кружечків або інших фігур. Такий графік створюється операцією **Вставка** \Rightarrow **Графік** \Rightarrow **3D Точковий**, причому поверхня задається параметрично – за допомогою трьох матриць (X, Y, Z). Для визначення вихідних даних для такого виду графіків використовується функція **CreateSpace**.

$\text{CreateSpace}(F, t_0, t_1, t_{\text{grid}}, f_{\text{map}})$

Повертає вкладений масив трьох векторів, що представляють x -, y -, і z -координати просторової кривої, визначеної функцією F . t_0 і t_1 – діапазон зміни змінної, t_{grid} – розмір сітки змінної, f_{map} – функція відображення.

Усі параметри, за винятком F , - факультативні.

Побудова фігур, що перетинаються

Особливий інтерес являє собою можливість побудови на одному графіку ряду різних фігур чи поверхонь з автоматичним обліком їхнього взаємного перетинання. Для цього треба роздільно задати матриці відповідних поверхонь і після виводу шаблону 3D-графіки перелічити ці матриці під ним з використанням як роздільник коми.

Створення анімаційного кліпу

MathCAD має вбудовану змінну ***FRAME***, чиє єдине призначення - керування анімаціями:

- Створіть об'єкт, чий вид залежить від ***FRAME***.
- Переконайтеся, що встановлено режим автоматичного розрахунку (***Математика*** \Rightarrow ***Автоматичне Обчислення***).
- Виберіть ***Вид*** \Rightarrow ***Анімація*** для виклику однойменного діалогового вікна.
- Вкладіть в пунктирний прямокутник, що виділяє, частину робочого документа, яку потрібно анімувати.

- Встановіть нижні і верхні границі **FRAME** (Від: і До:).
- У поле **Швидкість** введіть значення швидкості відтворення (кадрів/сек).
- Виберіть **Анімація**. Зараз анімація тільки створюється.
- Збережіть анімацію як AVI файл (**Зберегти як**).
- Відтворіть збережену анімацію **Вид** \Rightarrow **Відтворення**.

Рішення рівнянь засобами Mathcad

Як відомо, багато рівнянь і системи рівнянь не мають аналітичних рішень. У першу чергу це відноситься до більшості трансцендентних рівнянь. Доведено також, що не можна побудувати формулу, за якою можна було б вирішити довільне алгебраїчне рівняння ступеня вище четвертого . Однак такі рівняння можуть вирішуватися чисельними методами із заданою точністю (не більше значення заданого системною змінною **TOL**).

Чисельне рішення нелінійного рівняння

Для найпростіших рівнянь виду $f(x) = 0$ рішення в **Mathcad** знаходиться за допомогою функції **root**

$root(f(x1, x2, \dots), x1, a, b)$

Повертає значення **$x1$** , що належить відрізку **$[a, b]$** , при якому вираз або функція **$f(x)$** обертається в 0. Обидва аргументи цієї функції повинні бути **скалярями**. Функція повертає **скаляр**.

Аргументи:

$f(x1, x2, \dots)$ - функція, що визначена де-небудь у робочому документі, або вираз. Вираз повинен повертати скалярні значення.

$x1$ - ім'я змінної, котра використовується у виразі. Цій змінній перед використанням функції **root** необхідно привласнити числове значення. Mathcad використовує його як початкове наближення під час пошуку кореня.

a, b – необов'язкові, якщо використовуються, то повинні бути дійсними числами, причому **$a < b$** .

Наближені значення кореня (початкові наближення) можуть бути:

1. Відомі з фізичного змісту задачі.
2. Відомі з рішення аналогічної задачі при інших вихідних даних.
3. Знайдені графічним способом.

Найпоширеніший **графічний спосіб** визначення початкових наближень. Беручи до уваги, що дійсні корені рівняння $f(x) = 0$ - це точки перетинання графіка функції $f(x)$ з віссю абсцис, досить побудувати графік функції $f(x)$ і відзначити точки перетинання $f(x)$ з віссю Ox , або відзначити на осі Ox відрізки, що містять по одному кореню. Побудову графіків часто вдається сильно спростити, замінивши рівняння $f(x) = 0$ рівносильним йому рівнянням:

$$f_1(x) = f_2(x),$$

де функції $f_1(x)$ і $f_2(x)$ - більш прості, ніж функція $f(x)$. Тоді, побудувавши графіки функцій $y = f_1(x)$ і $y = f_2(x)$, шукані корені одержимо як абсциси точок перетинання цих графіків.

Відсутність збіжності функції root

Якщо після багатьох ітерацій **Mathcad** не знаходить наближення, що підходить, то з'явиться повідомлення

Can't converge to a solution.

(відсутня збіжність). Ця помилка може бути викликана наступними причинами:

- Рівняння не має коренів.
- Корені рівняння розташовані далеко від початкового наближення.
- Вираження має локальні max і min між початковим наближенням і коренями.
- Вираження має розриви між початковими наближеннями й коренями.
- Вираження має комплексний корінь, але початкове наближення було дійсним.

Щоб установити причину помилки, досліджуйте графік $f(x)$. Він допоможе з'ясувати наявність коренів рівняння $f(x) = 0$ і, якщо вони є, то визначити приблизно їхнє значення. Чим точніше обране початкове наближення кореня, тим швидше буде сходитися root.

Рекомендації з використання функції **root**

- Для зміни точності, з якої функція `root` шукає корінь, потрібно змінити значення системної змінної `TOL`. Якщо значення `TOL` збільшується, функція `root` буде сходитися швидше, але відповідь буде менш точною. Якщо значення `TOL` зменшується, то функція `root` буде сходитися повільніше, але відповідь буде більш точною. Щоб змінити значення `TOL` у певній точці робочого документа, використовуйте визначення виду `root(x, f(x), TOL)`. Щоб змінити значення `TOL` для всього робочого документа, виберіть команду Математика □ Параметри... □ Змінні □ Допуск збіжності (`TOL`).

- Якщо два корені розташовані близько друг від друга, варто зменшити `TOL`, щоб розрізнити їх.

- Якщо функція $f(x)$ має малий нахил біля шуканого кореня, функція `root(f(x), x)` може сходитися до значення r , що відстоїть від кореня досить далеко. У таких випадках для знаходження більше точного значення кореня необхідно зменшити значення `TOL`. Інший варіант полягає в заміні рівняння $f(x) = 0$ на $g(x) = 0$:

У якості оператора присвоєння використовується знак

:=

, тоді як знак

=

відведений для *виводу значення* чи константи змінної.

Якщо змінній присвоюється початкове значення за допомогою оператора :=, викликається натисканням клавіші : (двокрапка) на клавіатурі, таке присвоєння називається **локальним**.

До цього присвоєння змінна не визначена і її не можна використовувати. Однак за допомогою знака

≡ (клавіша ~ на клавіатурі)

можна забезпечити **глобальне присвоєння**.

MathCAD прочитує весь документ двічі зліва направо і зверху вниз. При першому проході виконуються всі дії, запропоновані глобальним оператором присвоєння (\equiv), а при другому – виконуються дії, запропоновані локальним оператором присвоєння ($:=$), і відображаються всі необхідні результати обчислень (=).

Існують також жирний знак рівності

= (комбінація клавіш Ctrl + =),

що використовується, наприклад, як **оператор наближеної рівності** при розв'язку систем рівнянь,

і символний знак рівності

\rightarrow (комбінація клавіш Ctrl + .).

Дискретні аргументи - особливий клас змінних, який у пакеті MathCAD найчастіше заміняє керуючі структури, називані *циклами* (однак повноцінною така змінна не є).

Ці змінні мають ряд фіксованих значень, або цілочисельних (1 спосіб), або у вигляді чисел з визначеним кроком, що міняються від початкового значення до кінцевого (2 спосіб).

$$1. \quad \text{Name} := N_{\text{begin}} .. N_{\text{end}},$$

де Name – ім'я змінної, N_{begin} – її початкове значення, N_{end} – кінцеве значення, .. – символ, що вказує на зміну змінної в заданих межах (вводиться клавішею ;). Якщо $N_{\text{begin}} < N_{\text{end}}$, то крок змінної буде дорівнює +1, інакше –1.

$$2. \quad \text{Name} := N_{\text{begin}}, (N_{\text{begin}} + \text{Step}) .. N_{\text{end}}$$

Тут Step – заданий крок зміни змінної (він повинний бути додатнім, якщо $N_{\text{begin}} < N_{\text{end}}$, чи від'ємним в іншому випадку).

Дискретні аргументи значно розширюють можливості MathCAD, дозволяючи виконувати багаторазові обчислення чи цикли з повторними обчисленнями, формувати вектори і матриці.

Масив - сукупність, що має унікальне ім'я, кінцеву кількість числових чи символічних елементів, що впорядковані деяким чином і що мають визначені адреси.

У пакеті MathCAD використовуються масиви двох найбільш розповсюджених типів:

- *одновимірні (вектори);*
- *двовимірні (матриці).*

Порядковий номер елемента, що є його адресою, називається **індексом**. Індокси можуть мати тільки цілочисельні значення. Вони можуть починатися з нуля чи одиниці, у відповідності зі значенням системної змінної **ORIGIN**.

Вектори і матриці можна задавати різними способами:

- за допомогою команди **Вставка** \Rightarrow **Матриця**, чи комбінації клавіш Ctrl + M, чи кліком на кнопці панелі **Матриця**, заповнивши масив порожніх полів для не занадто великих масивів;

- з використанням дискретного аргументу, коли має місце деяка явна залежність для обчислення елементів через їхні індекси.

Функції

Функція – вираз, відповідно до якого проводяться деякі обчислення з аргументами і визначається його числове значення.

Слід особливо зазначити різницю між *аргументами* і *параметрами* функції.

Змінні, зазначені в дужках після імені функції, є її **аргументами** і замінюються при обчисленні функції значеннями з дужок.

Змінні в правій частині визначення функції, не зазначені дужках у лівій частині, є **параметрами** і повинні задаватися до визначення функції.

Головною ознакою функції є повернення значення, тобто функція у відповідь на звернення до неї по імені з вказанням її аргументів повинна повернути своє значення.

Функції в пакеті MathCAD можуть бути вбудовані, тобто завчасно введені розроблювачами, і визначені користувачем.

Способи вставки вбудованої функції:

- 1. Вибрати пункт меню Вставка \Rightarrow Функція.
- 2. Натиснути комбінацію клавіш Ctrl + E.
- 3. Клацнути на кнопці



Текстові фрагменти


Текстові фрагменти являють собою куски тексту, що користувач хотів би бачити у своєму документі. Існують два види текстових фрагментів:

- ***текстова область*** призначена для невеликих шматків тексту - підписів, коментарів і т.п. Вставляється за допомогою команди Вставка ⇒ Текстова або комбінації клавіш Shift + " (подвійні лапки);
- ***текстовий абзац*** застосовується в тому випадку, якщо необхідно працювати з абзацами чи сторінками. Вставляється за допомогою комбінації клавіш Shift + Enter.

Графічні області

Графічні області поділяються на три основних типи - ***двовимірні графіки, тривимірні графіки й імпортовані графічні образи***. Двовимірні і тривимірні графіки будуються самим MathCAD на підставі оброблених даних.

Для створення **декартового графіка**:

- Встановити візир у порожньому місці робочого документа.
- Вибрати команду Вставка \Rightarrow Графік \Rightarrow X-Y графік, чи натиснути комбінацію клавіш Shift + @, чи клацнути кнопку  панелі **Графіки**. З'явиться шаблон декартового графіка.
- Ввести у середній мітці під віссю X першу незалежну змінну, через кому – другу і так до 10, наприклад x_1, x_2, \dots
- Ввести у середній мітці ліворуч від вертикальної осі Y першу незалежну змінну, через кому – другу і т.д., наприклад $y_1(x_1), y_2(x_2), \dots$, чи відповідні вирази.
- Клацнути за межами області графіка, щоб почати його побудову.

Тривимірні, чи 3D-графіки, відображають функції двох змінних виду $Z(X, Y)$. При побудові тривимірних графіків у ранніх версіях MathCAD поверхню потрібно було визначити математично. Тепер застосовують функцію MathCAD **CreateMesh**.

CreateMesh(F (чи G, чи f1, f2, f3), $x_0, x_1, y_0, y_1, x_{\text{grid}}, y_{\text{grid}}, f_{\text{map}}$)

Створює сітку на поверхні, визначеною функцією F.

x_0, x_1, y_0, y_1 – діапазон зміни змінних,
 $x_{\text{grid}}, y_{\text{grid}}$ – розміри сітки змінних,
 f_{map} – функція відображення.

Усі параметри, за винятком F , - факультативні. Функція **CreateMesh** за замовчуванням створює сітку на поверхні з діапазоном зміни змінних від -5 до 5 і з сіткою 20×20 точок.

Нерідко поверхні і просторові криві представляють у вигляді крапок, чи кружечків або інших фігур. Такий графік створюється операцією **Вставка** \Rightarrow **Графік** \Rightarrow **3D Точковий**, причому поверхня задається параметрично – за допомогою трьох матриць (X, Y, Z). Для визначення вихідних даних для такого виду графіків використовується функція **CreateSpace**.

$\text{CreateSpace}(F, t_0, t_1, t_{\text{grid}}, f_{\text{map}})$

Повертає вкладений масив трьох векторів, що представляють x -, y -, і z -координати просторової кривої, визначеної функцією F . t_0 і t_1 – діапазон зміни змінної, t_{grid} – розмір сітки змінної, f_{map} – функція відображення.

Усі параметри, за винятком F , - факультативні.

Побудова фігур, що перетинаються

Особливий інтерес являє собою можливість побудови на одному графіку ряду різних фігур чи поверхонь з автоматичним обліком їхнього взаємного перетинання. Для цього треба роздільно задати матриці відповідних поверхонь і після виводу шаблону 3D-графіки перелічити ці матриці під ним з використанням як роздільник коми.

Створення анімаційного кліпу

MathCAD має вбудовану змінну ***FRAME***, чиє єдине призначення - керування анімаціями:

- Створіть об'єкт, чий вид залежить від ***FRAME***.
- Переконайтеся, що встановлено режим автоматичного розрахунку (***Математика*** \Rightarrow ***Автоматичне Обчислення***).
- Виберіть ***Вид*** \Rightarrow ***Анімація*** для виклику однойменного діалогового вікна.
- Вкладіть в пунктирний прямокутник, що виділяє, частину робочого документа, яку потрібно анімувати.

- Встановіть нижні і верхні границі **FRAME** (Від: і До:).
- У поле **Швидкість** введіть значення швидкості відтворення (кадрів/сек).
- Виберіть **Анімація**. Зараз анімація тільки створюється.
- Збережіть анімацію як AVI файл (**Зберегти як**).
- Відтворіть збережену анімацію **Вид** ⇒ **Відтворення**.

Дякую за увагу!!!