

Практикум №1 по решению планиметрических задач (базового уровня)



13.03.2018

Задания №15

базового уровня
(треугольники)

Содержание

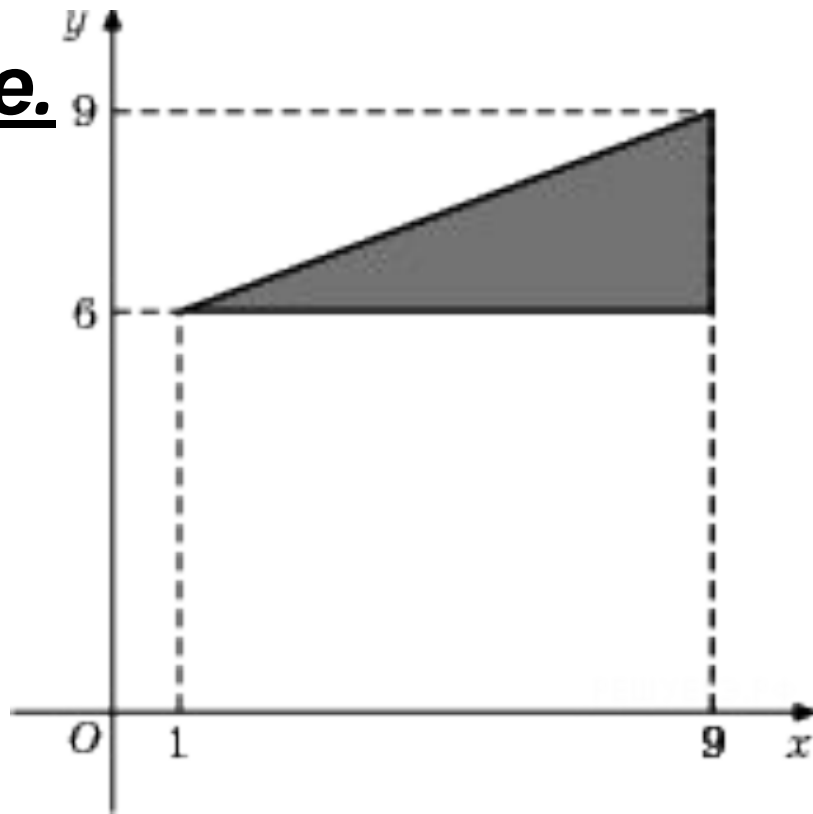
- [Задача №1](#)
- [Задача №2](#)
- [Задача №3](#)
- [Задача №4](#)
- [Задача №5](#)
- [Задача №6](#)
- [Задача №7](#)
- [Задача №8](#)
- [Задача №9](#)
- [Задача №10](#)
- [Задача №11](#)
- [Задача №12](#)
- [Задача №13](#)
- [Задача №14](#)
- [Задача №15](#)
- [Задача №16](#)
- [Задача №17](#)
- [Задача №18](#)
- [Задача №19](#)
- [Задача №20](#)
- [Задача №21](#)
- [Задача №22](#)
- [Задача №23](#)
- [Задачи для сам. решения](#)



Задача №1

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;6), (9;6), (9;9).

Решение.



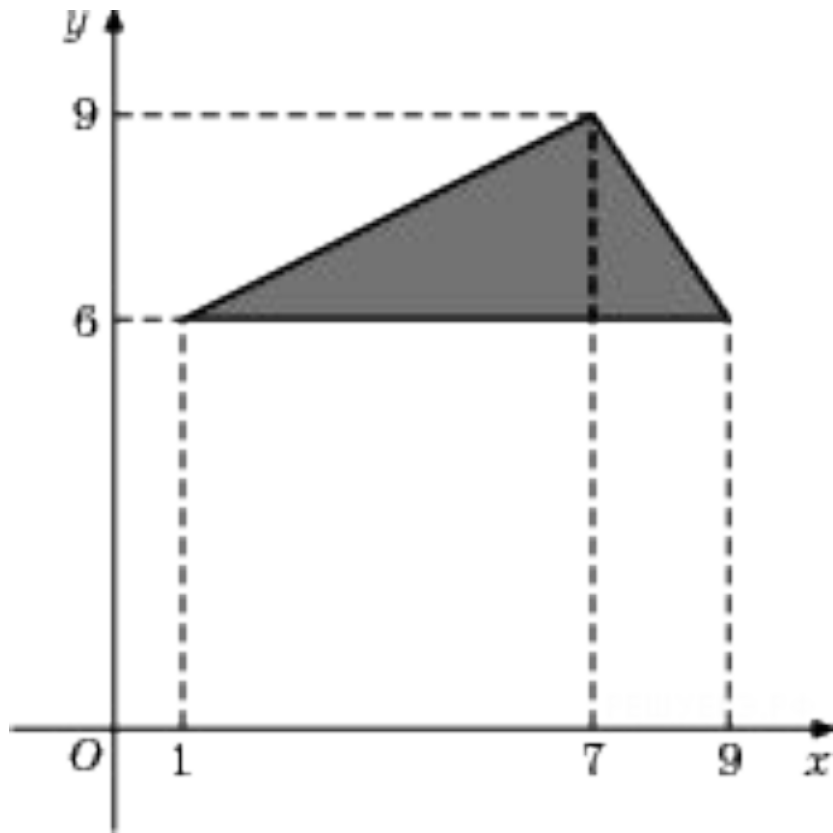
Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12.$$

Ответ: 12.

Задача №2

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;6), (9;6), (7;9).



Решение. Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведенную к этому основанию. Поэтому

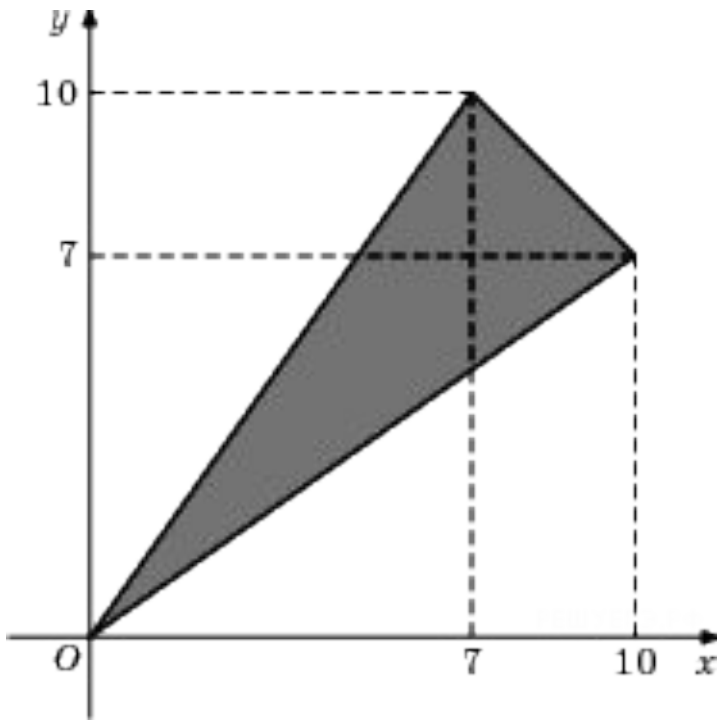
$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12$$

Ответ: 12.

Задача №3

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(0;0)$, $(10;7)$, $(7;10)$.

Решение.



Площадь треугольника равна разности площади квадрата со стороной 10 и трех прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами заданного треугольника. Значит

$$S = 10 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 25,5$$

Ответ: 25,5.

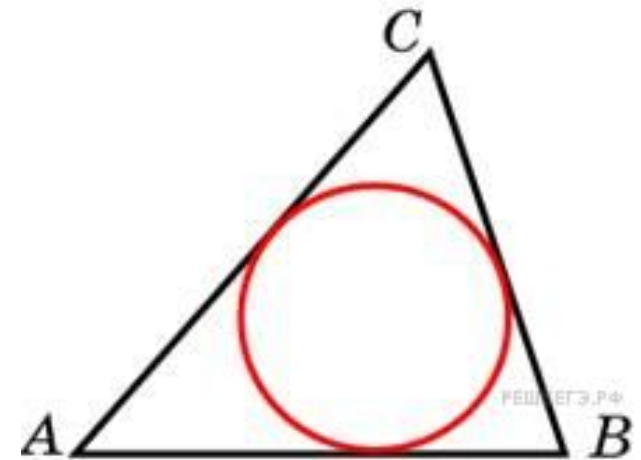
Задача №4

Площадь треугольника равна 54, а его периметр 36. Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Площадь треугольника равна произведению полупериметра на радиус вписанной окружности, поэтому

$$r = \frac{S}{p} = \frac{54}{18} = 3$$

Ответ: 3.



Задача №5

Один из углов равнобедренного треугольника равен 98° . Найдите один из других его углов. Ответ дайте в

градусах.

Углы при основании равнобедренного треугольника равны и являются острыми углами. Тогда данный в условии угол является углом при вершине. Значит

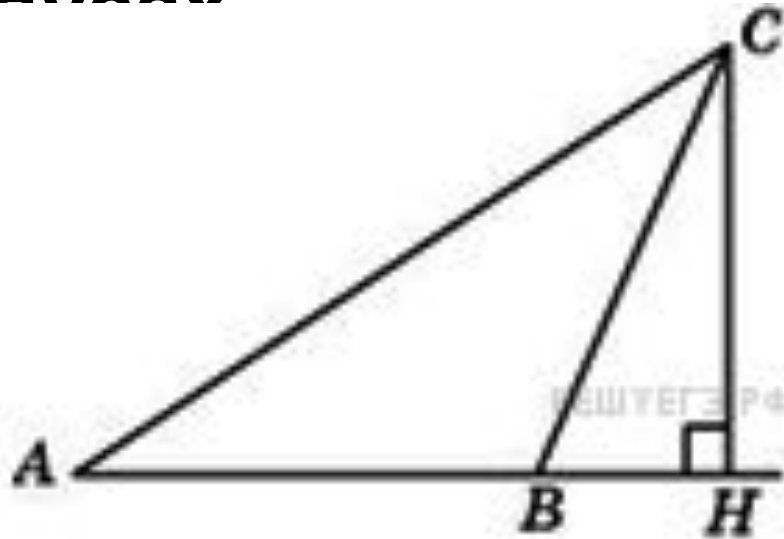
$$\angle A = \frac{180^\circ - 98^\circ}{2} = 41^\circ$$

Ответ: 41.

Задача №6

В треугольнике ABC угол A равен 30° , CH - высота, угол BCH равен 22° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.

Решение.



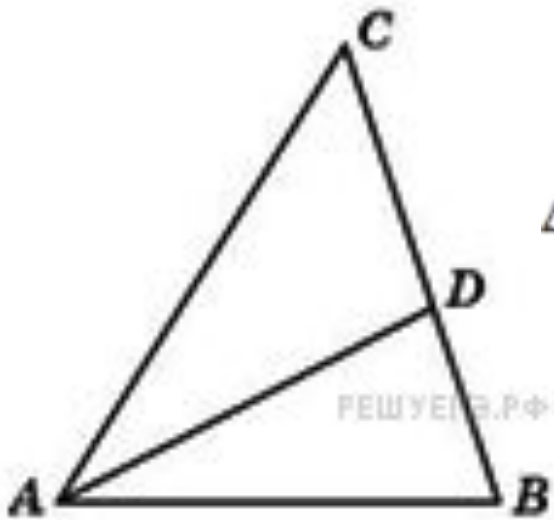
$$\angle ACB = \angle ACH - \angle BCH = (90^\circ - \angle A) - \angle BCH = (90^\circ - 30^\circ) - 22^\circ = 38^\circ$$

Ответ: 38

Задача №7

В треугольнике ABC AD – биссектриса, угол C равен 50° , угол CAD равен 28° . Найдите угол B . Ответ дайте в

градусах.
Решение.



так как AD – биссектриса, она делит угол пополам. Значит

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 2\angle CAD - \angle C = 180^\circ - 2 \cdot 28^\circ - 50^\circ = 74^\circ$$

Ответ: 74.

Задача №8

В треугольнике ABC AD – биссектриса, угол C равен 30° , угол BAD равен 22° . Найдите угол ADB . Ответ дайте в градусах.

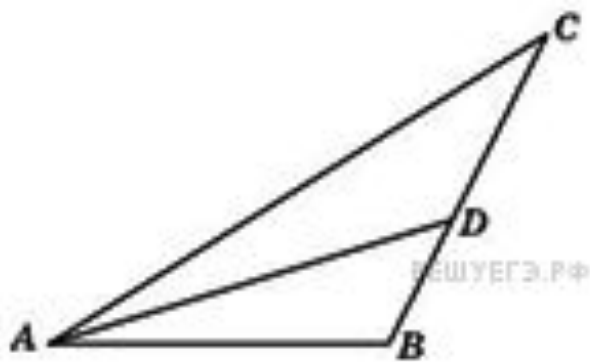
Решение.

Т.к. AD -биссек., то $\angle CAD = \angle BAD = 22^\circ$.

Угол ADB является внешним углом треугольника ADC , поэтому он равен сумме двух не смежных с ним углов:

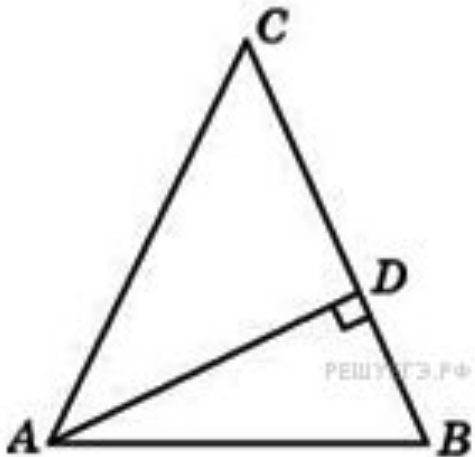
$$\angle ADB = \angle CAD + \angle ACD = 52^\circ$$

Ответ: 52.



Задача №9

В треугольнике ABC $AC=BC$, AD – высота, угол BAD равен 24° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.
Решение.



Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы при его основании равны.

$$\angle C = 180^\circ - 2\angle B = 180^\circ - 2(90^\circ - \angle BAD) = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$$

Ответ: 48.

Задача №10

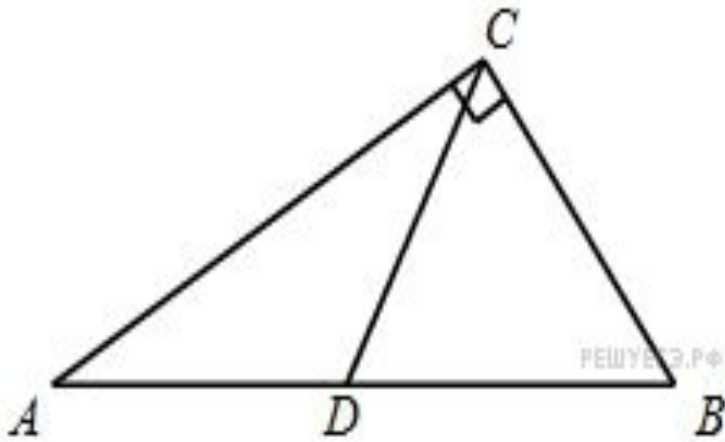
В треугольнике ABC CD – медиана, угол C равен 90° , угол B равен 58° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.

Решение.

CD – медиана в прямоугольном треугольнике, значит, $CD=AD=BD$. Тогда треугольник ACD – равнобедренный, и углы при его основании равны.

$$\angle ACD = \angle A = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$$

Ответ: 32.



Задача №11

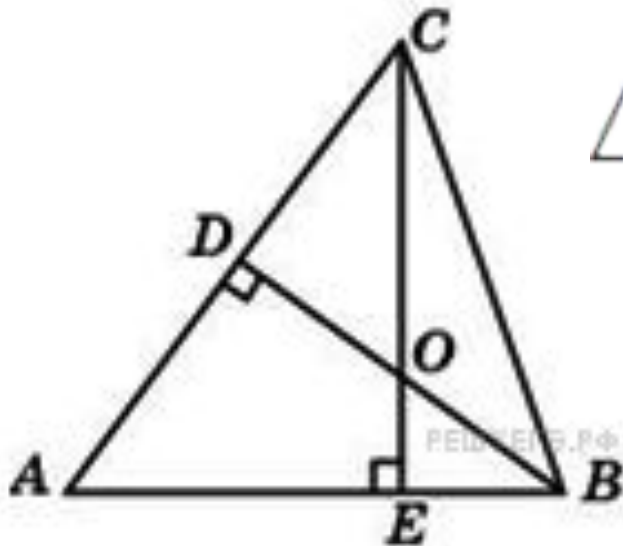
В треугольнике ABC угол A равен 72° , а углы B и C – острые. BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в

градусах.
Решение.

Сумма углов в выпуклом четырехугольнике равна 360° , значит,

$$\angle DOE = 360^\circ - \angle ADO - \angle OEA - \angle A = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

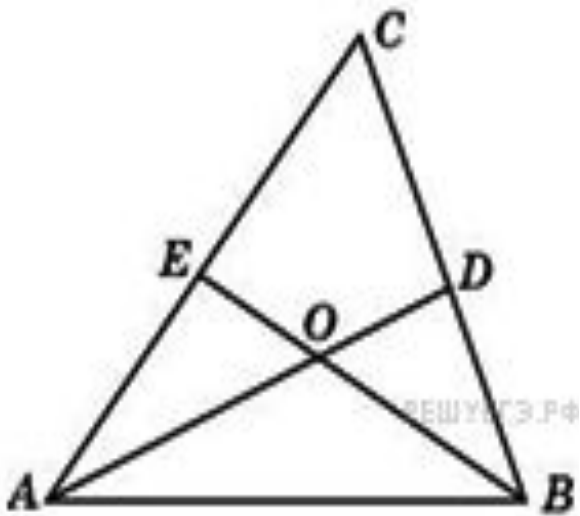
Ответ: 108.



Задача №12

В треугольнике ABC угол 58° равен , AD и BE – биссектрисы, пересекающиеся в точке O .
Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

Решение.



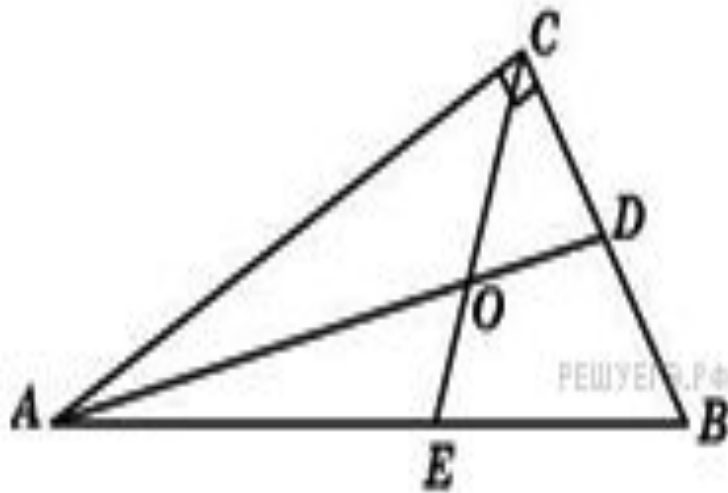
Рассмотрим угол AOB в треугольнике AOB

$$\begin{aligned}\angle AOB &= 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle C) = 180^\circ - 61^\circ = 119^\circ\end{aligned}$$

Ответ: 119.

Задача №13

Острый угол прямоугольного треугольника равен 32° .
Найдите острый угол, образованный биссектрисами
этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в
Радианах.



$$\angle AOE = \frac{1}{2}(\angle C + \angle A) = \frac{90^\circ}{2} + \frac{32^\circ}{2} = 61^\circ$$

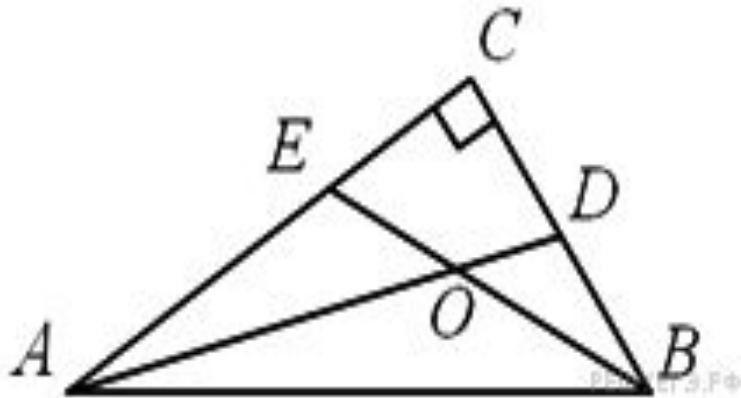
Ответ: 61

Задача №14

Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника.

Решение. Ответ дайте в градусах.

$$\angle BOD = 180^\circ - \angle BOA = 180^\circ - \left(180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) \right) = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$



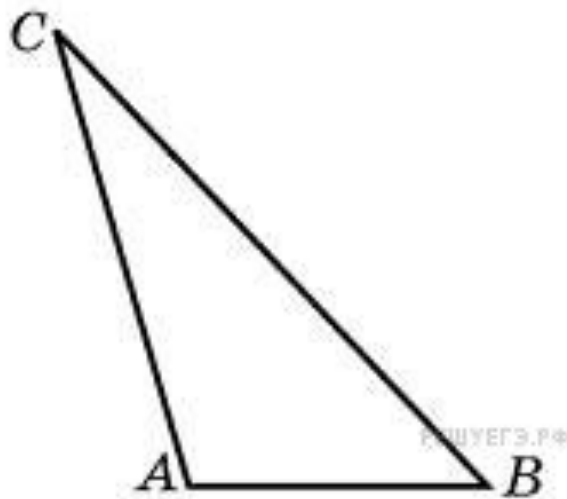
Ответ: 45

Задача №15

Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 8 и 12, а угол между ними равен

Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на синус угла между ними. Поэтому

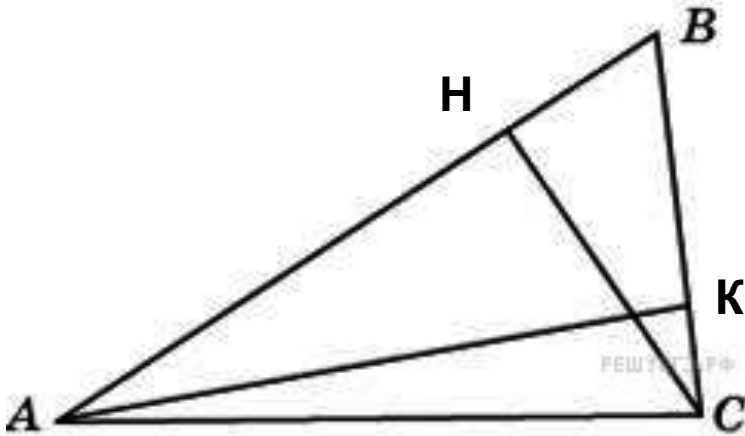


$$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} = 24$$

Задача №16

У треугольника со сторонами 9 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 4. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?

Решение. $S_{ABC} = \frac{1}{2}CH \cdot AB = \frac{1}{2}AK \cdot CB \Leftrightarrow AK = \frac{CH \cdot AB}{CB} = \frac{4 \cdot 9}{6} = 6$



Задача №17

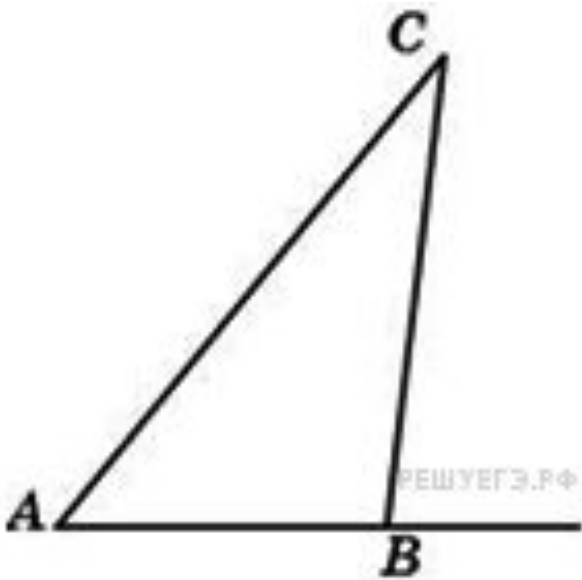
Один из внешних углов треугольника равен 85° .
Углы, не смежные с данным внешним углом,
относятся как 2:3. Найдите наибольший из них.

Решение:

Внешний угол треугольника равен сумме двух углов, не смежных с ним.

Поэтому если принять эти углы за $2x$ и $3x$, получим $5x = 85^\circ$, откуда $x = 17^\circ$.

Следовательно, больший угол
равен 51° .



Задача №18

Сумма двух углов треугольника и внешнего угла к третьему равна 40° . Найдите этот третий угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Внешний угол треугольника равен сумме двух углов, несмежных с ним. Поэтому внешний угол равен $40^\circ:2=20^\circ$, а значит, искомый угол, смежный к найденному внешнему, равен $180^\circ-20^\circ=160^\circ$

Задача №19

Углы треугольника относятся как 2:3:4. Найдите меньший из них. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Обозначим углы треугольника как $2x$; $3x$ и $4x$. Их сумма равна 180° , то есть $2x+3x+4x=180 \Rightarrow x = 20^\circ$. Значит, меньший угол равен $2x = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$.

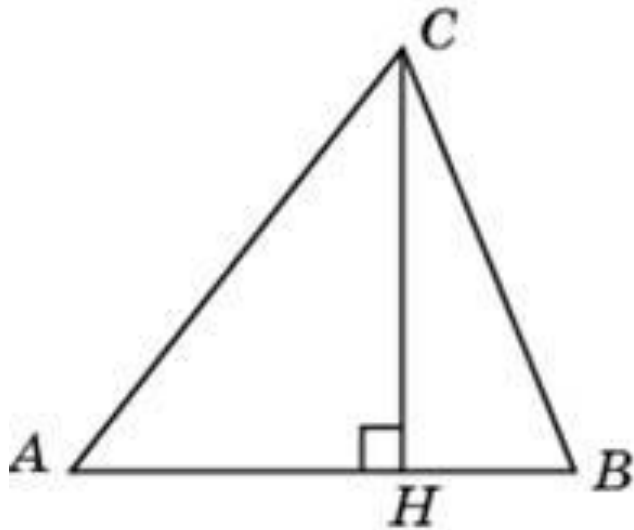
Ответ: 40

Задача №20

В треугольнике ABC угол A равен 60° , угол B равен 70° , CH – высота. Найдите разность углов ACH и BCH . Ответ дайте в градусах.

Решение.

$$\angle ACH - \angle BCH = (90^\circ - \angle A) - (90^\circ - \angle B) = \angle B - \angle A = 70^\circ - 60^\circ = 10^\circ$$

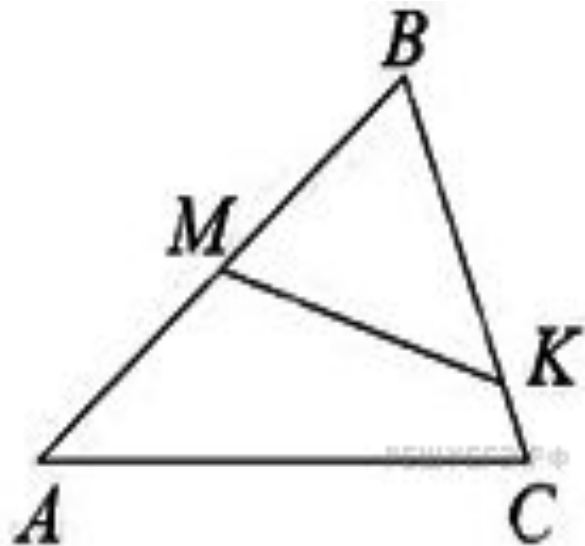


Задача №21

В треугольнике ABC на сторонах AB и BC отмечены точки M и K соответственно так, что $BM:AB=1:2$, а $BK:BC=1:5$. Во сколько раз площадь

треугольника ABC больше площади треугольника MBK .

Площади треугольников с сонаправленными сторонами относятся как произведения этих сторон:

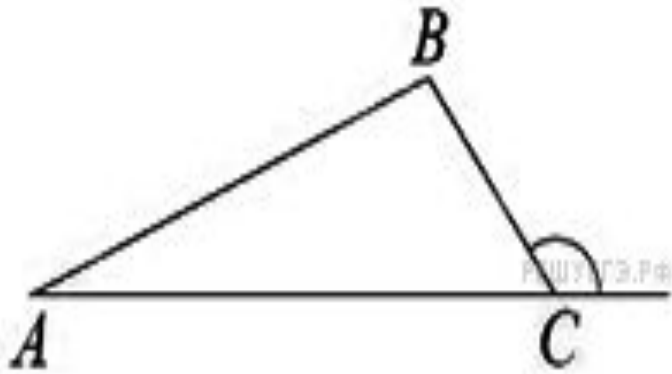


$$\frac{S_{ABC}}{S_{MBK}} = \frac{AB \cdot BC}{MB \cdot BK} = \frac{2}{1} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Задача №22

В треугольнике ABC $BC = \sqrt{7}$, $AC = 3 \cdot \sqrt{7}$, внешний угол при вершине C равен 120° . Найдите AB .

Решение.



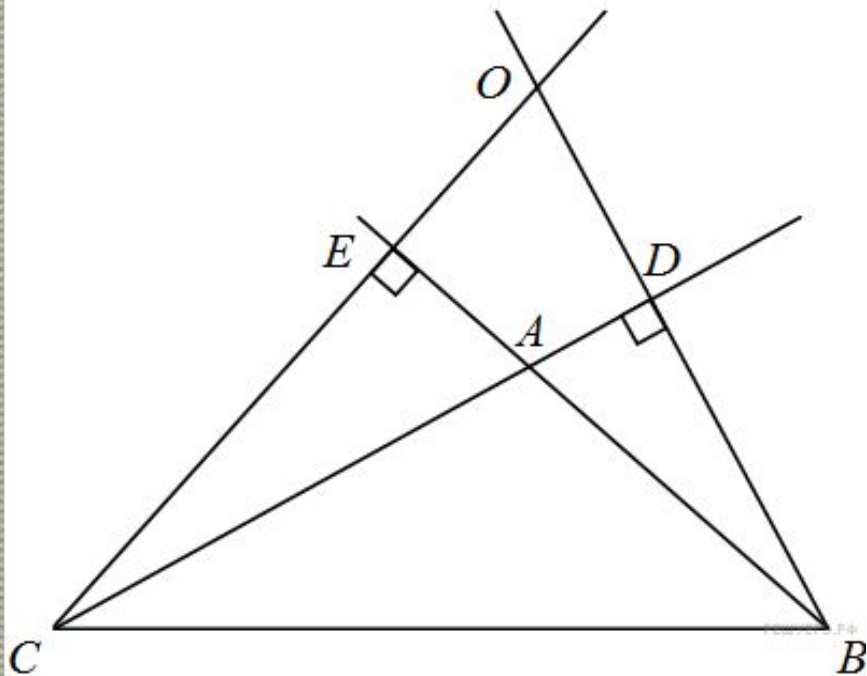
Угол C треугольника смежный с углом 120° ,
 \Rightarrow он равен 60° . Применим теорему
косинусов:

$$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cos C} = \sqrt{7 + 63 - 2 \cdot \sqrt{7} \cdot 3\sqrt{7} \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{70 - 21} = \sqrt{49} = 7.$$

Задача №23

В треугольнике ABC угол A равен 135° . Продолжения высот BD и CE пересекаются в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.

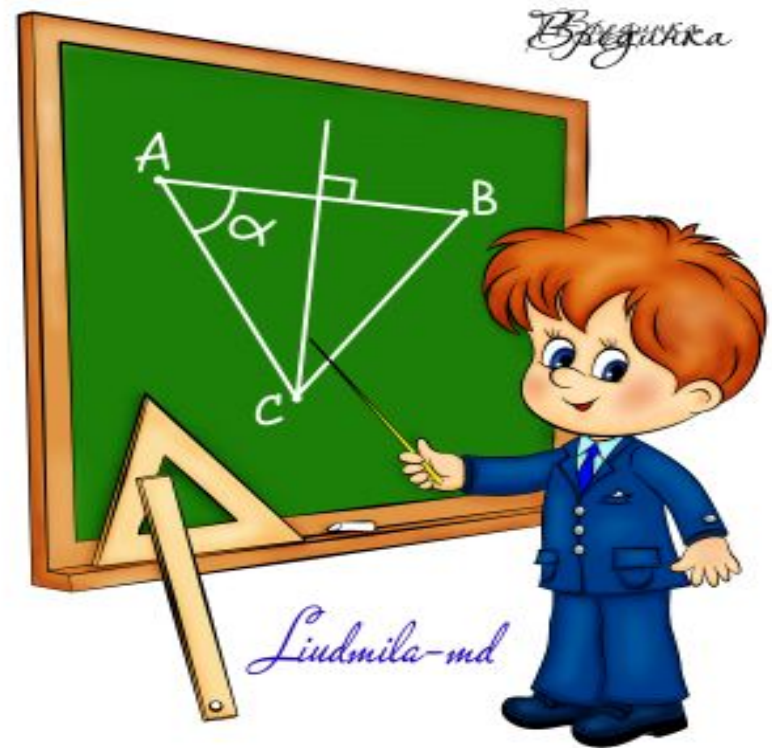
Решение.



Угол между прямыми равен углу между перпендикулярами к ним, поэтому

$$\begin{aligned}\angle DOE &= \angle CAE = 180^\circ - \angle CAB = \\ &= 45^\circ.\end{aligned}$$

Задачи для самостоятельного решения



Тип №1. Решите самостоятельно

1) Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(4; 7)$, $(9; 7)$, $(9; 9)$.

Ответ: 5

2) Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 6)$, $(9; 6)$, $(9; 9)$.

Ответ:

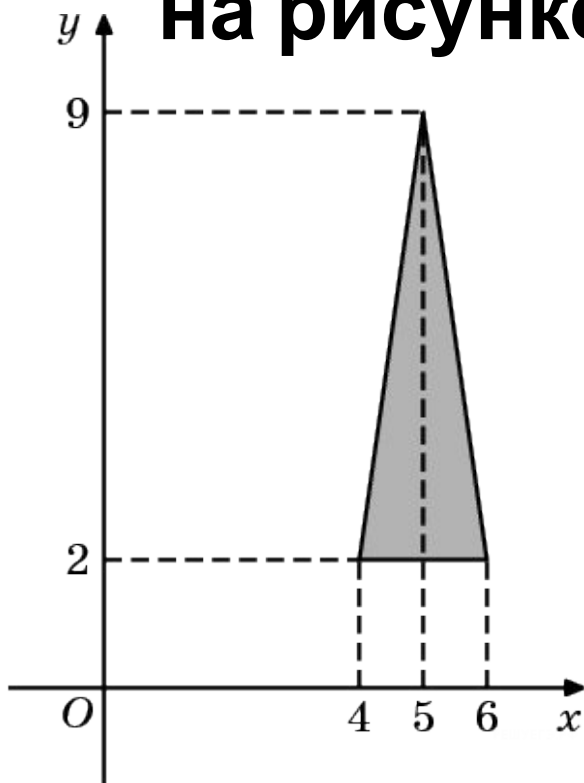
3) Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 7)$, $(5; 7)$, $(1; 9)$.

Ответ:



Задача №2 Решите самостоятельно

1) Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



2) Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1;7)$, $(3;7)$, $(9;9)$.

3) Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1;7)$, $(4;7)$, $(3;9)$.

Ответ: 7

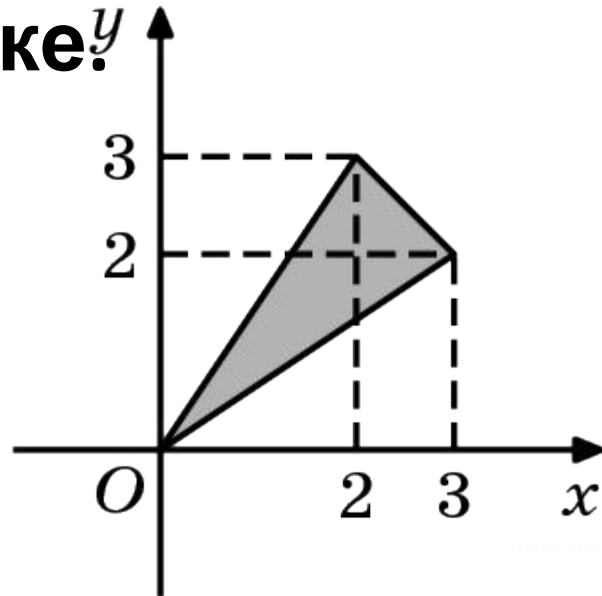


Задача №3 Решите самостоятельно

- 1) Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(0;0)$, $(10;8)$, $(8;10)$.

Ответ: 18


- 2) Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



Ответ: 2,5



Задача №4 Решите самостоятельно

- 1) Площадь треугольника равна 217, а его периметр 62. Найдите радиус вписанной окружности. Ответ: 7
 - 2) Площадь треугольника равна 296, а его периметр 74. Найдите радиус вписанной окружности.
 - 3) Площадь треугольника равна 800, а его периметр 100. Найдите радиус вписанной окружности.
-  Площадь треугольника равна 630, а его периметр 90. Найдите радиус вписанной

Задача №5 Решите самостоятельно

- 1) Один из углов равнобедренного треугольника равен 164° . Найдите один из других его углов. Ответ дайте в градусах.
- 2) Один из углов равнобедренного треугольника равен 130° . Найдите один из других его углов. Ответ дайте в градусах.
- 3) Один из углов равнобедренного треугольника равен 122° . Найдите один из других его углов. Ответ дайте в градусах.



Задача №6 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике ABC угол A равен 60° , CH — высота, угол BCN равен 19° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.
- 2) В треугольнике ABC угол A равен 84° , CH — высота, угол BCN равен 4° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.
- 3) В треугольнике ABC угол A равен 38° , CH — высота, угол BCN равен 35° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Задача №7 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 20° , угол CAD равен 50° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.
- 2) В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 81° , угол CAD равен 10° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.
- 3) В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 42° , угол CAD равен 23° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.



Задача №8 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 41° , угол BAD равен 69° . Найдите угол ADB . Ответ дайте в градусах.
- 2) В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 65° , угол BAD равен 31° . Найдите угол ADB . Ответ дайте в градусах.
- 3) В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 29° , угол BAD равен 55° . Найдите угол ADB . Ответ дайте в градусах.



Задача №9 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике ABC $AC=BC$, AD – высота, угол BAD равен 44° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.
- 2) В треугольнике ABC $AC=BC$, AD – высота, угол BAD равен 38° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.
- 3) В треугольнике ABC $AC=BC$, AD – высота, угол BAD равен 54° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



Задача №10 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике ABC CD – медиана, угол C равен 90° , угол B равен 4° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.
- 2) В треугольнике ABC CD – медиана, угол C равен 90° , угол B равен 23° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.
- 3) В треугольнике ABC CD – медиана, угол C равен 90° , угол B равен 40° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



Задача №11 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике ABC угол A равен 9° , а углы B и C – острые. BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.
- 2) В треугольнике ABC угол A равен 42° , а углы B и C – острые. BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.
- 3) Два угла треугольника равны 58° и 72° . Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах. Ответ: 130



Задача №12 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике ABC угол 110° равен , AD и BE – биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.
- 2) В треугольнике ABC угол 44° равен , AD и BE – биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.
- 3) В треугольнике ABC угол 60° равен , AD и BE – биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.




Задача №13 Решите самостоятельно


- 1) Острый угол прямоугольного треугольника равен 56° . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.
- 2) Острый угол прямоугольного треугольника равен 26° . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.
- 3) Острый угол прямоугольного треугольника равен 60° . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.



Задача №15 Решите самостоятельно

- 1) Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 50 и 20, а угол между ними равен 30° . Ответ: 250
- 2) Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 21 и 2, а угол между ними равен 30° .
- 3) Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 4 и 8, а угол между ними равен 30° .
-  4) Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 42 и 4, а угол между ними равен

Задача №16 Решите самостоятельно

- 1) У треугольника со сторонами 8 и 4 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне? Ответ:2
 - 2) У треугольника со сторонами 8 и 16 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 2. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?
 - 3) У треугольника со сторонами 4 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 3. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?
-  У треугольника со сторонами 6 и 2 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведенная ко

Задача №17 Решите самостоятельно

- 1) Один из внешних углов треугольника равен 48° . Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 1:2. Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах.
- 2) Один из внешних углов треугольника равен 98° . Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 2:5. Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах.
- 3) Один из внешних углов треугольника равен 36° . Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 1:2. Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах.



Задача №18 Решите самостоятельно

- 1) Сумма двух углов треугольника и внешнего угла к третьему равна 128° . Найдите этот третий угол. Ответ дайте в градусах.**
- 2) Сумма двух углов треугольника и внешнего угла к третьему равна 74° . Найдите этот третий угол. Ответ дайте в градусах.**
- 3) Сумма двух углов треугольника и внешнего угла к третьему равна 90° . Найдите этот третий угол. Ответ дайте в градусах.**



Задача №19 Решите самостоятельно

- 1) Углы треугольника относятся как 1:1:10. Найдите меньший из них. Ответ дайте в градусах.**
- 2) Углы треугольника относятся как 2:8:35. Найдите меньший из них. Ответ дайте в градусах.**
- 3) Углы треугольника относятся как 3:13:14. Найдите меньший из них. Ответ дайте в градусах.**
- 4) Углы треугольника относятся как 1:2:15. Найдите меньший из них. Ответ дайте в градусах.**



Задача №20 Решите самостоятельно

- 1) В треугольнике ABC угол A равен 30° , угол B равен 71° , CH – высота. Найдите разность углов ACH и BCN . Ответ дайте в градусах.
- 2) В треугольнике ABC угол A равен 7° , угол B равен 42° , CH – высота. Найдите разность углов ACH и BCN . Ответ дайте в градусах.
- 3) В треугольнике ABC угол A равен 5° , угол B равен 58° , CH – высота. Найдите разность углов ACH и BCN . Ответ дайте в градусах.



Задача №21 Решите самостоятельно

1) В треугольнике ABC на сторонах AB и BC отмечены точки M и K соответственно так, что $BM:AB=1:2$, а $BK:BC=4:5$. Во сколько раз площадь треугольника ABC больше площади треугольника MKB ? Ответ: 2,5



Интернет источники

- Шаблон подготовила учитель русского языка и литературы Тихонова Надежда Андреевна
- <https://fotki.yandex.ru/next/users/nata-komiati/album/159853/view/688546?page=5>
- <https://fotki.yandex.ru/next/users/nata-komiati/album/159853/view/688553?page=5>
- <https://fotki.yandex.ru/next/users/nata-komiati/album/158683/view/665734?page=3>
- «Решу ЕГЭ» Образовательный портал для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ. Режим доступа: <http://mathb.reshuege.ru>



<http://img3.proshkolu.ru/content/media/pic/std/3000000/2995000/2994025-e45d8c6ccf712a75.png>



<http://sch-53.ru/files/director/GIA/2016/%D0%95%D0%93%D0%AD%202016.jpg>