

Координатная прямая

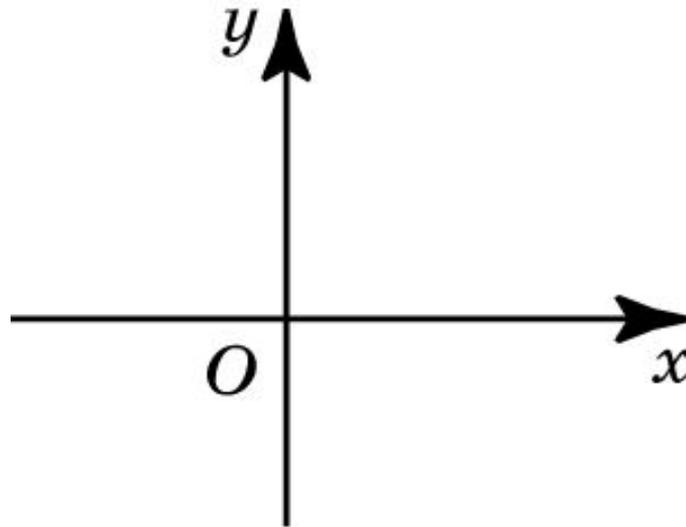
Координатной прямой, или координатной осью называется прямая, на которой выбраны точка O , называемая **началом координат**, и единичный отрезок OE , указывающий положительное направление координатной прямой.

Координатой точки A на координатной прямой называется расстояние x от точки A до начала координат O , взятое со знаком "+", если A принадлежит положительной полуоси, и со знаком "-", если A принадлежит отрицательной полуоси.

Теорема. Расстояние между точками A_1 , A_2 на координатной прямой с координатами x_1 , x_2 соответственно выражается формулой: $A_1A_2 = |x_2 - x_1|$.

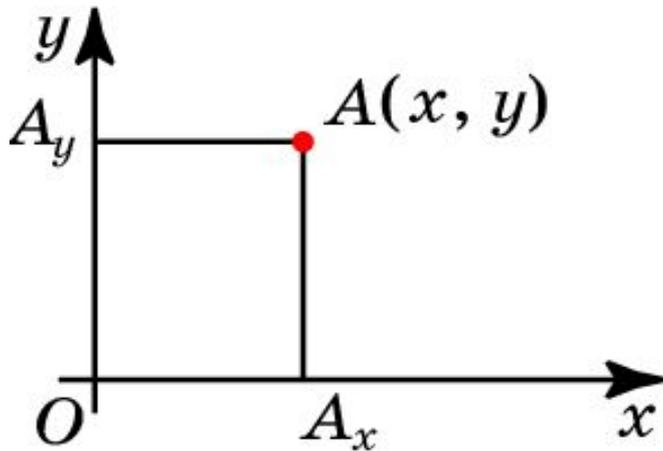
Координатная плоскость

Прямоугольной системой координат на плоскости называется пара перпендикулярных координатных прямых с общим началом координат. Начало координат обозначается буквой O , а координатные прямые обозначаются Ox , Oy и называются соответственно **осью абсцисс** и **осью ординат**. Плоскость, с заданной прямоугольной системой координат, называется **координатной плоскостью**.



Координаты точки

Пусть A – точка на координатной плоскости. Через точку A проведем прямую, перпендикулярную оси Ox , и точку ее пересечения с осью Ox обозначим A_x . Координата этой точки на оси Ox называется **абсциссой** точки A и обозначается x . Аналогично через точку A проведем прямую, перпендикулярную оси Oy и точку ее пересечения с осью Oy обозначим A_y . Координата этой точки на оси Oy называется ординатой точки A и обозначается y .



Таким образом, точке A на координатной плоскости соответствует пара (x, y) , называемая **координатами точки** на плоскости относительно данной системы координат. Точка A с координатами (x, y) обозначается $A(x, y)$.

Р. Декарт

Впервые прямоугольные координаты были введены Р. Декартом (1596-1650), поэтому прямоугольную систему координат называют также **декартовой системой координат**, а сами координаты — **декартовыми координатами**. Введение прямоугольных координат на плоскости позволило свести многие геометрические задачи к чисто алгебраическим и, наоборот, алгебраические задачи — к геометрическим. Метод, основанный на этом, называется **методом координат**.



Вопрос 1

Какая прямая называется координатной?

Ответ. Координатной прямой, или координатной осью называется прямая, на которой выбраны точка O , называемая началом координат, и единичный отрезок OE , указывающий положительное направление координатной прямой.

Вопрос 2

Что называется координатой точки на координатной прямой?

Ответ. Координатой точки A на координатной прямой называется расстояние x от точки A до начала координат O , взятое со знаком "+", если A принадлежит положительной полуоси, и со знаком "-", если A принадлежит отрицательной полуоси.

Вопрос 3

Как выражается расстояние между двумя точками на координатной прямой?

Ответ. Расстояние между точками A_1 , A_2 на координатной прямой с координатами x_1 , x_2 соответственно выражается формулой: $A_1A_2 = |x_2 - x_1|$.

Вопрос 4

Что называется прямоугольной системой координат на плоскости?

Ответ. Прямоугольной системой координат на плоскости называется пара перпендикулярных координатных прямых с общим началом координат.

Вопрос 5

Какая плоскость называется координатной плоскостью?

Ответ. Плоскость, с заданной прямоугольной системой координат, называется координатной плоскостью.

Вопрос 6

Как обозначаются и как называются координатные прямые на координатной плоскости?

Ответ. Координатные прямые обозначаются Ox , Oy и называются соответственно осью абсцисс и осью ординат.

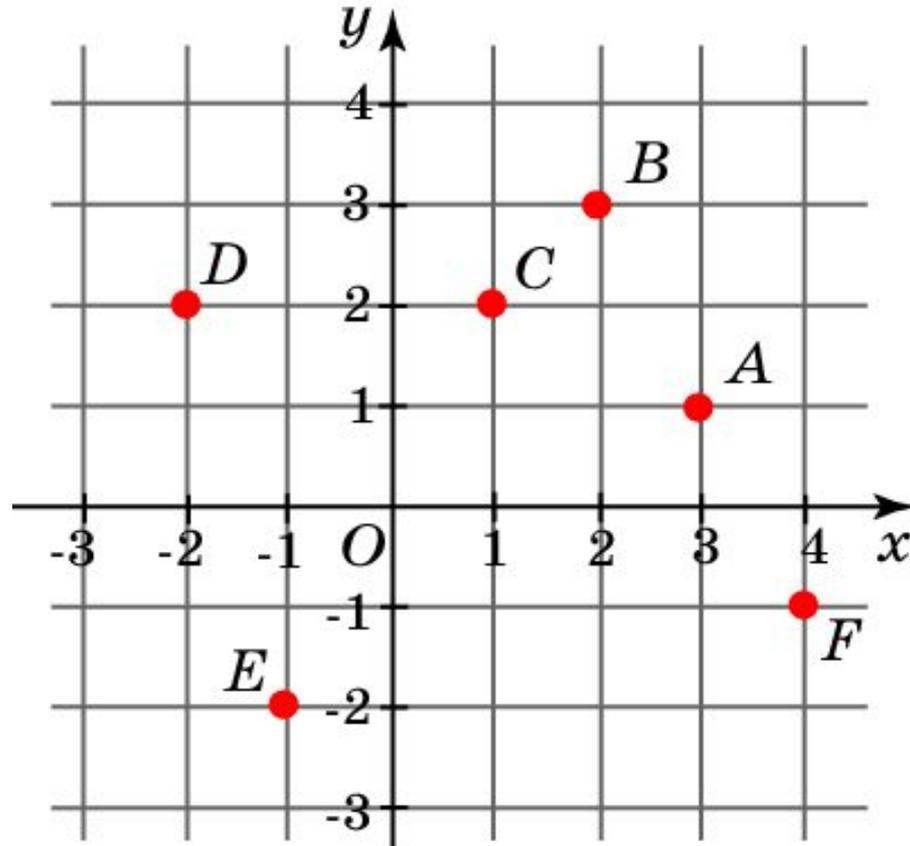
Упражнение 1

На координатной прямой точки A_1 , A_2 имеют координаты x_1 и x_2 соответственно. Найдите координату середины A отрезка A_1A_2 .

Ответ: $\frac{x_1 + x_2}{2}$.

Упражнение 2

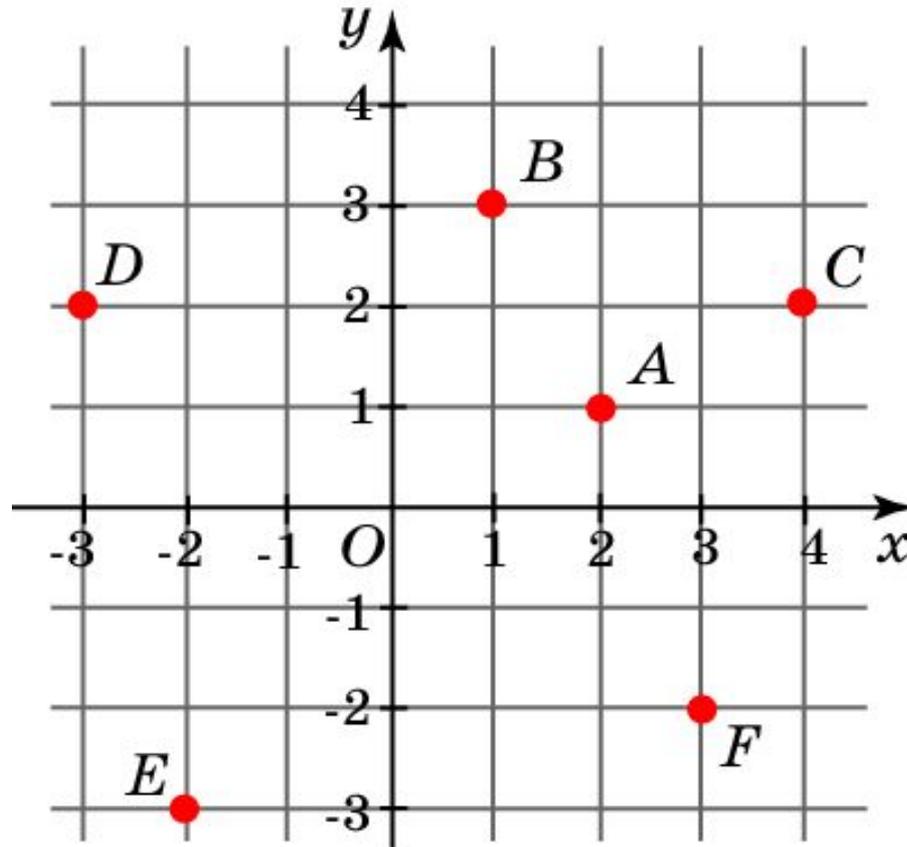
Для заданных точек на координатной плоскости найдите их координаты.



Ответ: $A(3, 1)$, $B(2, 3)$, $C(1, 2)$, $D(-2, 2)$, $E(-1, -2)$, $F(4, -1)$.

Упражнение 3

На координатной плоскости изобразите точки $A(2, 1)$, $B(1, 3)$, $C(4, 2)$, $D(-3, 2)$, $E(-2, -3)$, $F(3, -2)$.



Упражнение 4

На прямой, параллельной оси абсцисс, взяты две точки. У одной из них ордината равна 2. Чему равна ордината другой точки?

Ответ: 2.

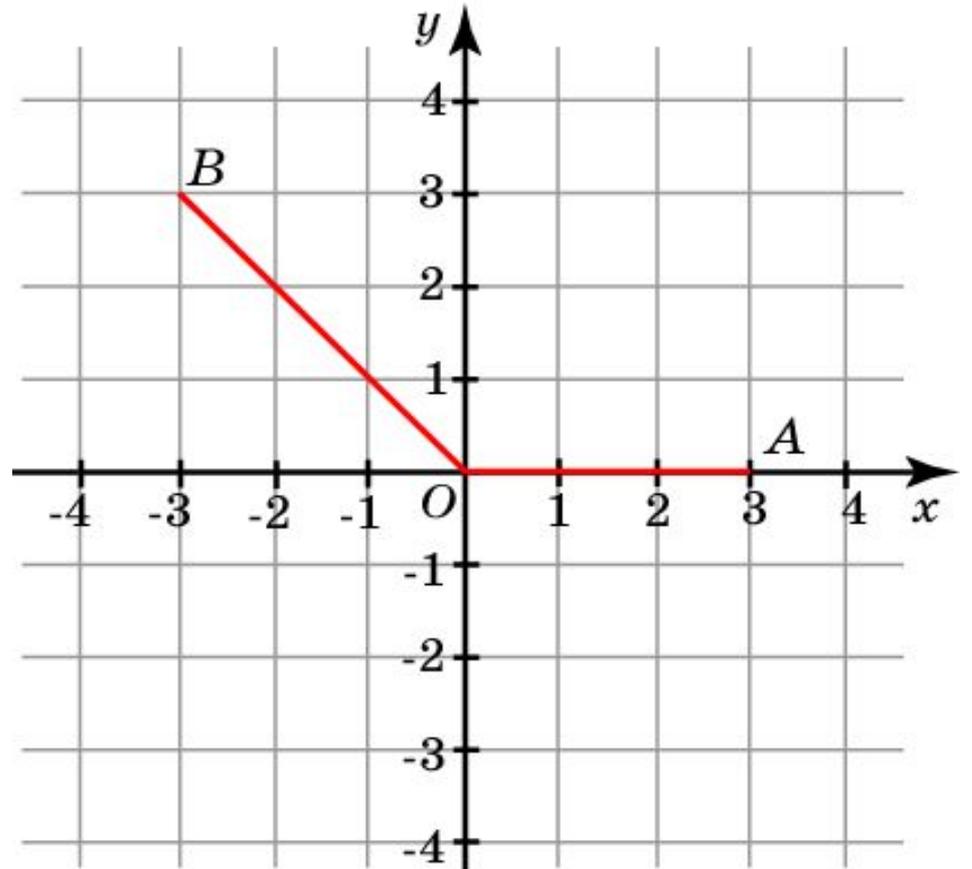
Упражнение 5

На прямой, перпендикулярной оси абсцисс, взяты две точки. У одной из них абсцисса равна 3. Чему равна абсцисса другой точки?

Ответ: 3.

Упражнение 6

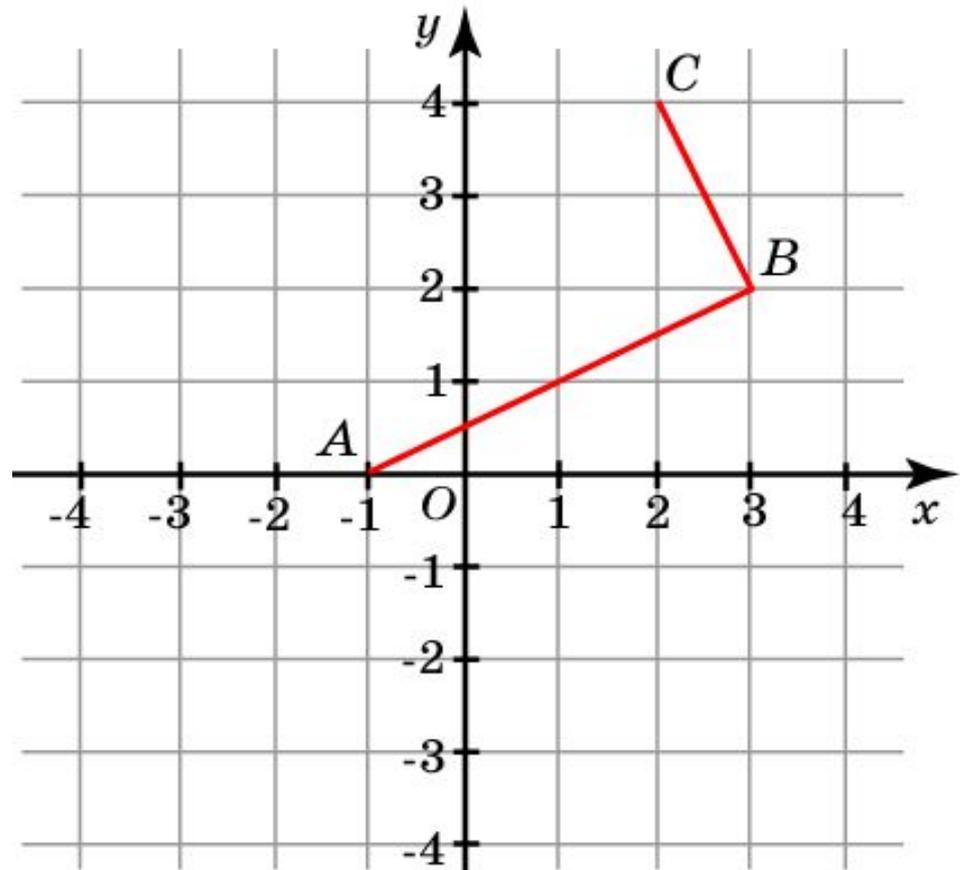
Изобразите угол AOB , для которого: а) $A(3, 0)$, $O(0, 0)$, $B(0, 3)$; б) $A(3, 0)$, $O(0, 0)$, $B(3, 3)$; в) $A(3, 0)$, $O(0, 0)$, $B(-3, 3)$. Найдите его величину.



Ответ: а) 90° ;
б) 45° ;
в) 135° .

Упражнение 7

Изобразите угол ABC , для которого: а) $A(2, 1)$, $B(-1, 1)$, $C(2, -2)$; б) $A(2, -1)$, $B(-1, 2)$, $C(1, 4)$; в) $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(2, 4)$. Найдите его величину.



Ответ: а) 45° ;
б) 90° ;
в) 90° .

Упражнение 8

Из точки $A(2, 3)$ опущен перпендикуляр на ось абсцисс. Найдите координаты основания перпендикуляра.

Ответ: $(2, 0)$.

Упражнение 9

Через точку $A(2, 3)$ проведена прямая, параллельная оси абсцисс. Найдите координаты ее точки пересечения с осью ординат.

Ответ: $(0, 3)$.

Упражнение 10

Найдите координаты середины отрезка AB , если: а) $A(1, -2)$, $B(5, 6)$; б) $A(-3, 4)$, $B(1, 2)$; в) $A(5, 7)$, $B(-3, -5)$.

Ответ: а) $(3, 2)$;
б) $(-1, 3)$;
в) $(1, 1)$.

Упражнение 11

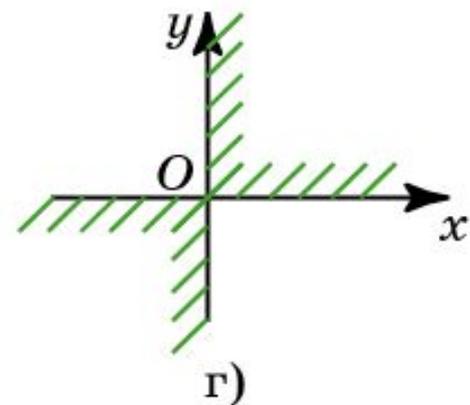
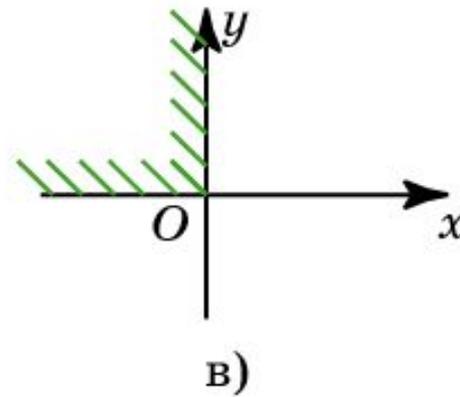
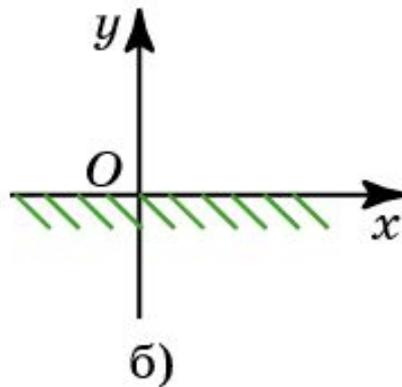
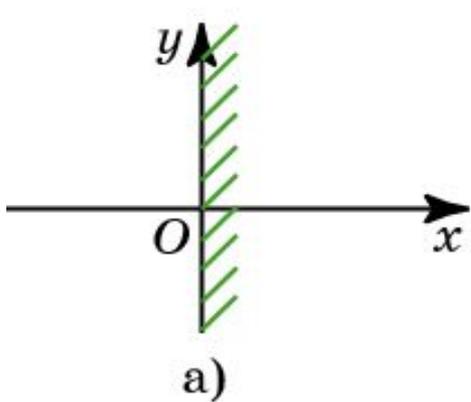
Найдите геометрическое место точек на координатной плоскости, для которых: а) $x \geq 0$; б) $y < 0$; в) $x \leq 0, y \geq 0$; г) $xy > 0$.

Ответ: а) Полуплоскость, расположенная справа от оси ординат;

б) полуплоскость, расположенная ниже оси абсцисс, без самой оси абсцисс;

в) левый верхний квадрант координатной плоскости;

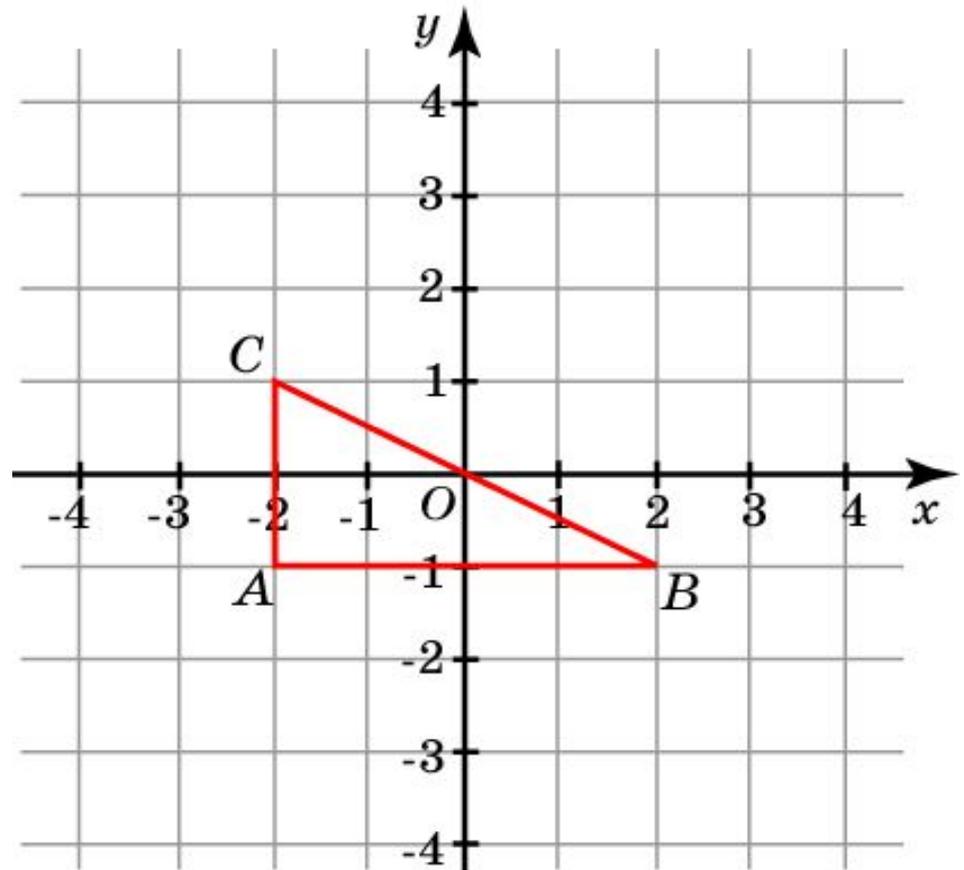
г) правый верхний и левый нижний квадранты координатной плоскости, без осей координат.



Упражнение 12

Изобразите треугольник ABC , для которого $A(-2, -1)$, $B(2, -1)$, $C(-2, 1)$. Какой это треугольник?

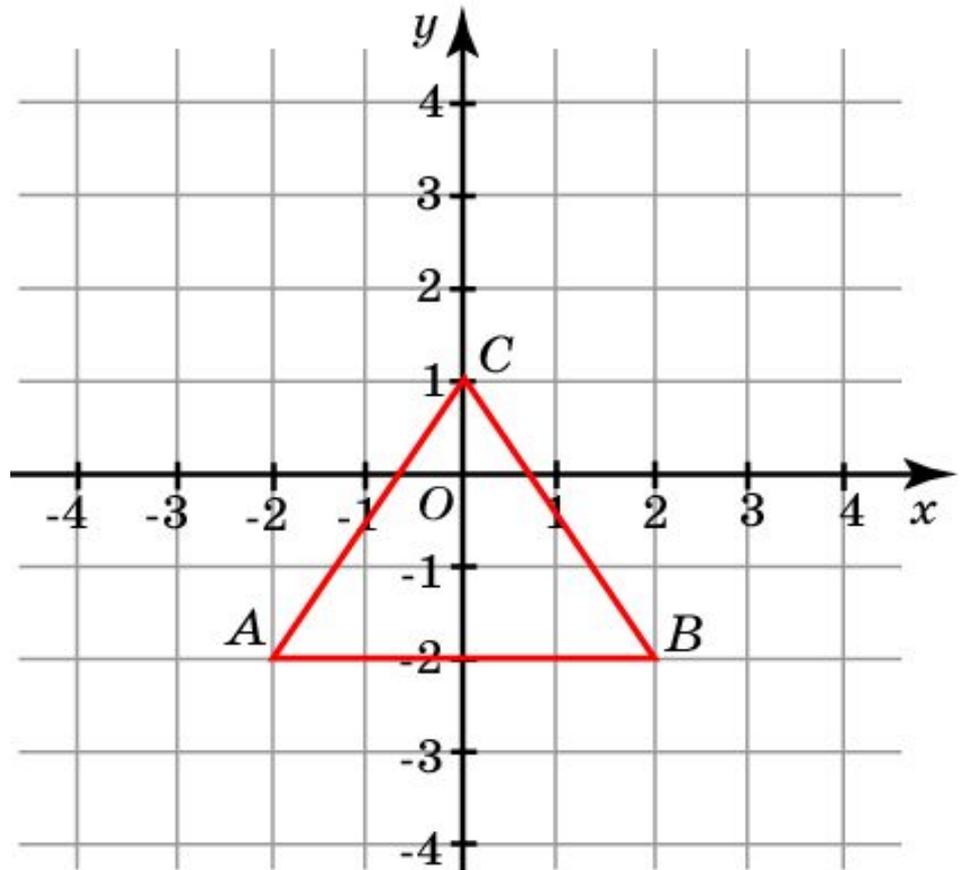
Ответ. Прямоугольный.



Упражнение 13

Изобразите треугольник ABC , для которого $A(-2, -2)$, $B(2, -2)$, $C(0, 1)$. Какой это треугольник?

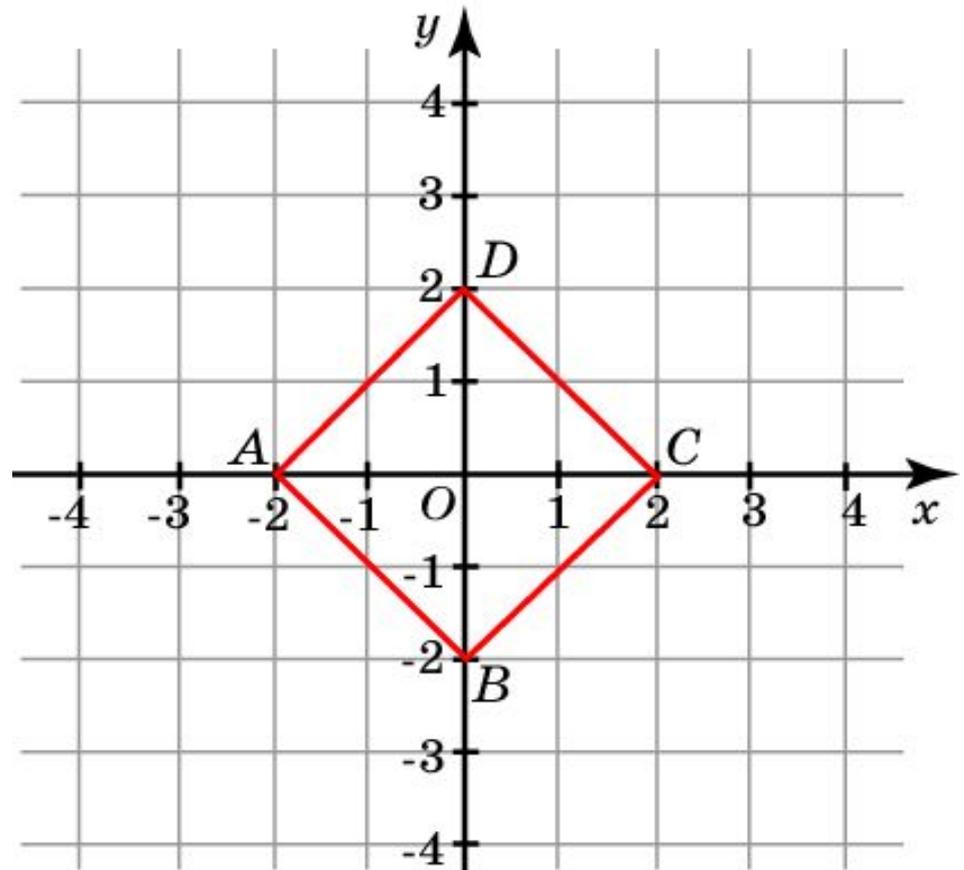
Ответ. Равнобедренный.



Упражнение 14

Изобразите четырехугольник $ABCD$, для которого $A(-2, 0)$, $B(0, -2)$, $C(2, 0)$, $D(0, 2)$. Какой это четырехугольник?

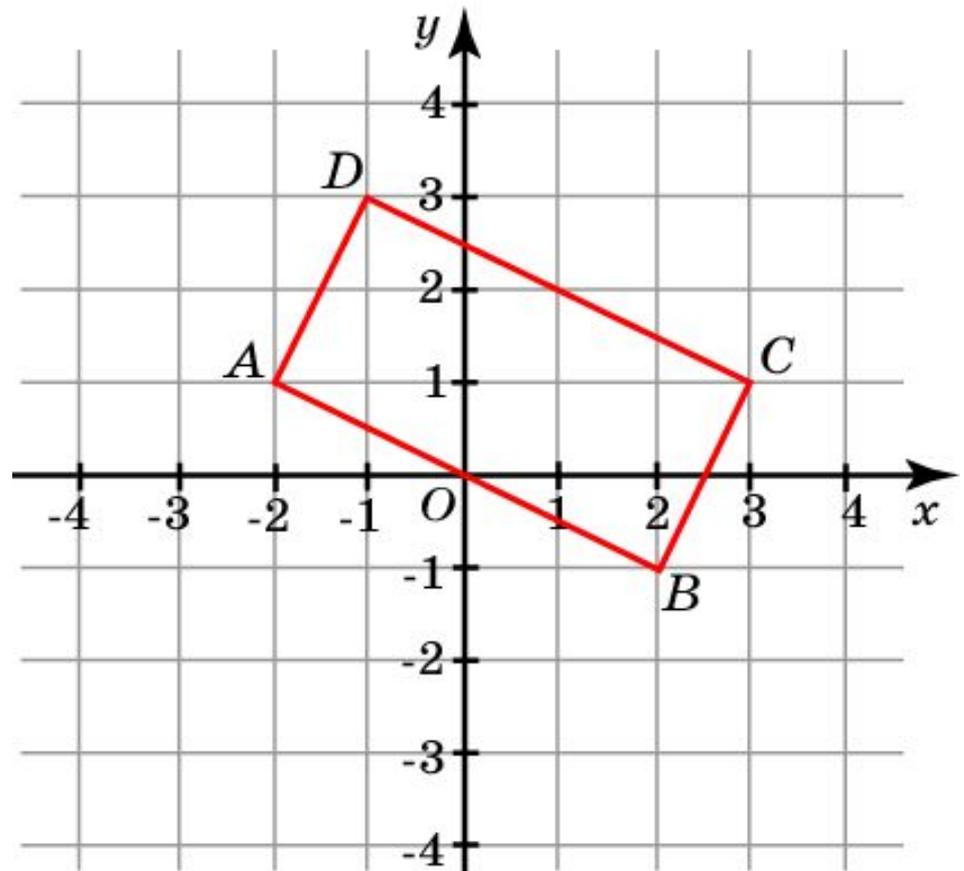
Ответ. Квадрат.



Упражнение 15

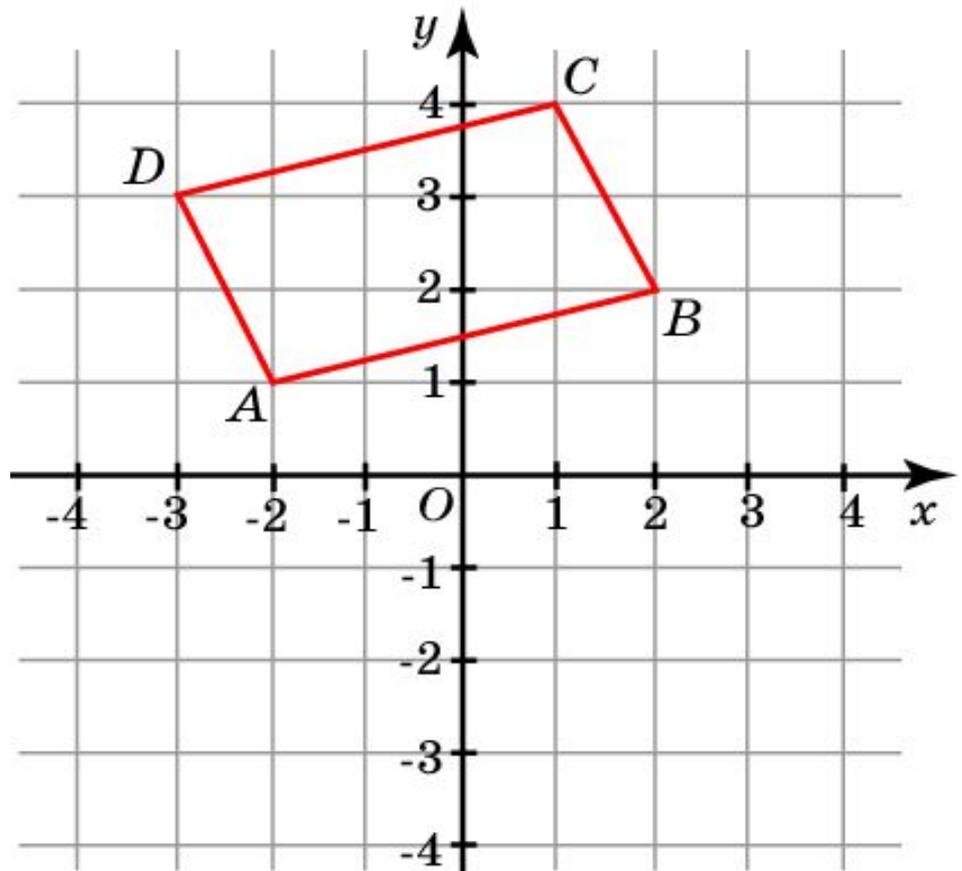
Изобразите четырехугольник $ABCD$, для которого $A(-2, 1)$, $B(2, -1)$, $C(3, 1)$, $D(-1, 3)$. Какой это четырехугольник?

Ответ. Прямоугольник.



Упражнение 16

Изобразите четырехугольник $ABCD$, для которого $A(-2, 1)$, $B(2, 2)$, $C(1, 4)$, $D(-3, 3)$. Какой это четырехугольник?

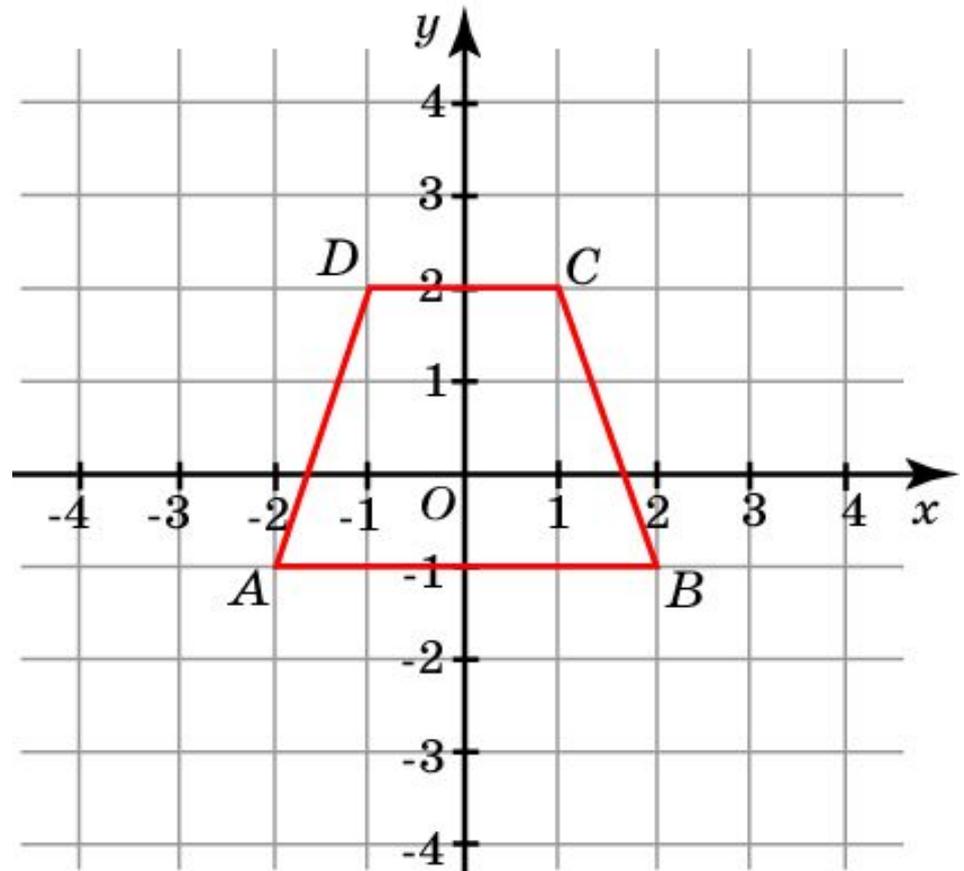


Ответ. Параллелограмм.

Упражнение 17

Изобразите четырехугольник $ABCD$, для которого $A(-2, -1)$, $B(2, -1)$, $C(1, 2)$, $D(-1, 2)$. Какой это четырехугольник?

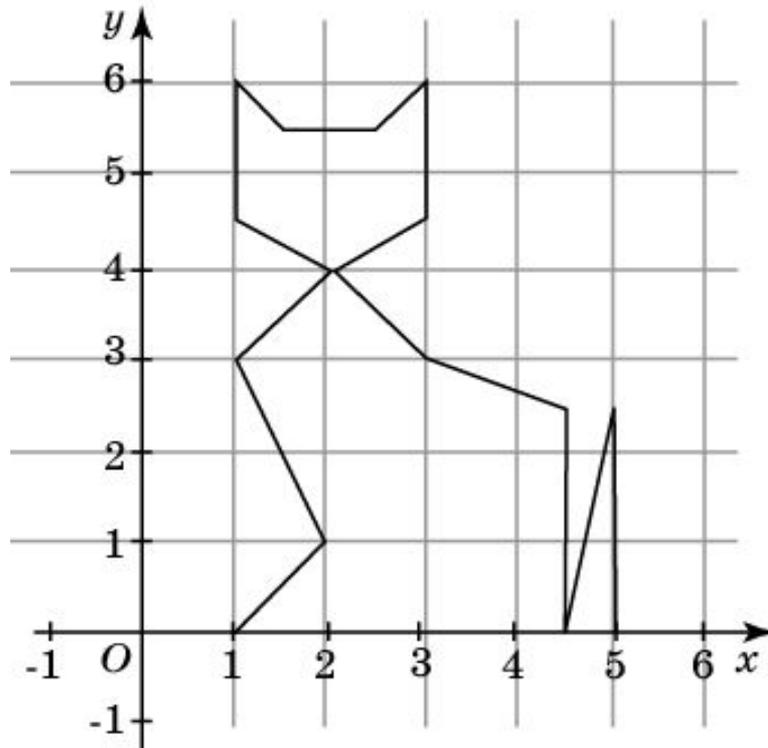
Ответ. Трапеция.



Упражнение 18

Нарисуйте ломаную, вершины которой имеют координаты: $(1, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 3)$, $(2, 4)$, $(1, 4,5)$, $(1, 6)$, $(1,5, 5,5)$, $(2,5, 5,5)$, $(3, 6)$, $(3, 4,5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4,5, 2,5)$, $(4,5, 0)$, $(5, 2,5)$, $(5, 0)$. Очертания какого животного она напоминает?

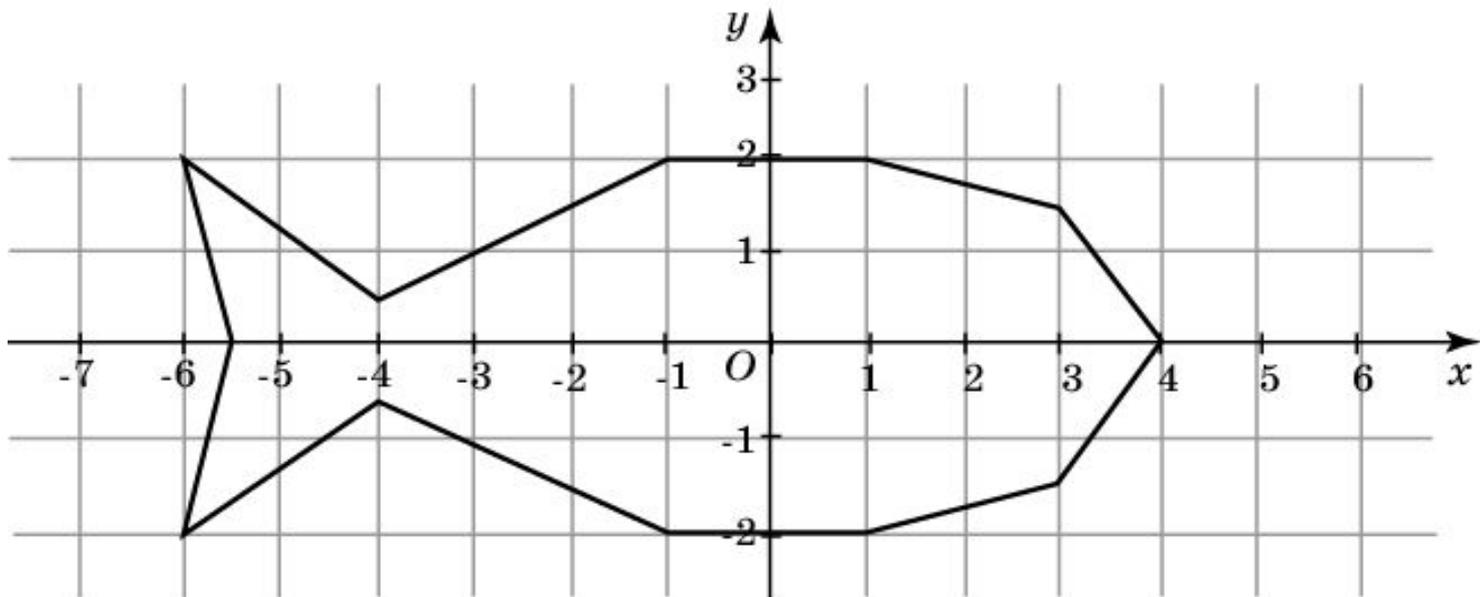
Ответ. Кошка.



Упражнение 19

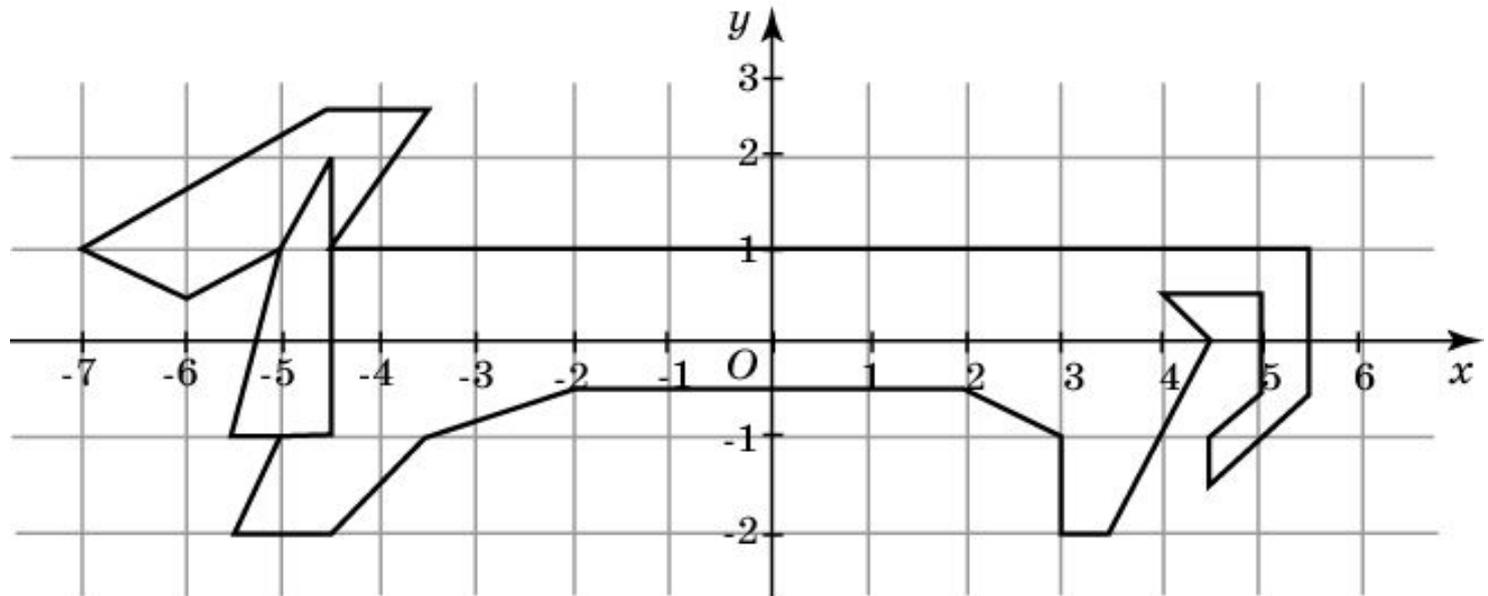
Нарисуйте ломаную, вершины которой имеют координаты: $(4, 0)$, $(3, 1,5)$, $(1, 2)$, $(-1, 2)$, $(-4, 0,5)$, $(-6, 2)$, $(-5,5, 0)$, $(-6, -2)$, $(-4, -0,5)$, $(-1, -2)$, $(1, -2)$, $(3, -1,5)$, $(4, 0)$.
Очертания кого она напоминает?

Ответ. Рыба.



Упражнение 20

Нарисуйте ломаную, вершины которой имеют координаты: $(-5, 1)$, $(-6, 0,5)$, $(-7, 1)$, $(-4,5, 2,5)$, $(-3,5, 2,5)$, $(-4,5, 1)$, $(5,5, 1)$, $(5,5, -0,5)$, $(4,5, -1,5)$, $(4,5, -1)$, $(5, -0,5)$, $(5, 0,5)$, $(4, 0,5)$, $(4,5, 0)$, $(3,5, -2)$, $(3, -2)$, $(3, -1)$, $(2, -0,5)$, $(-2, -0,5)$, $(-3,5, -1)$, $(-4,5, -2)$, $(-5,5, -2)$, $(-5, -1)$, $(-4,5, -1)$, $(-4,5, 2)$, $(-5, 1)$, $(-5,5, -1)$, $(-5, -1)$. Очертания какой породы собаки она напоминает?

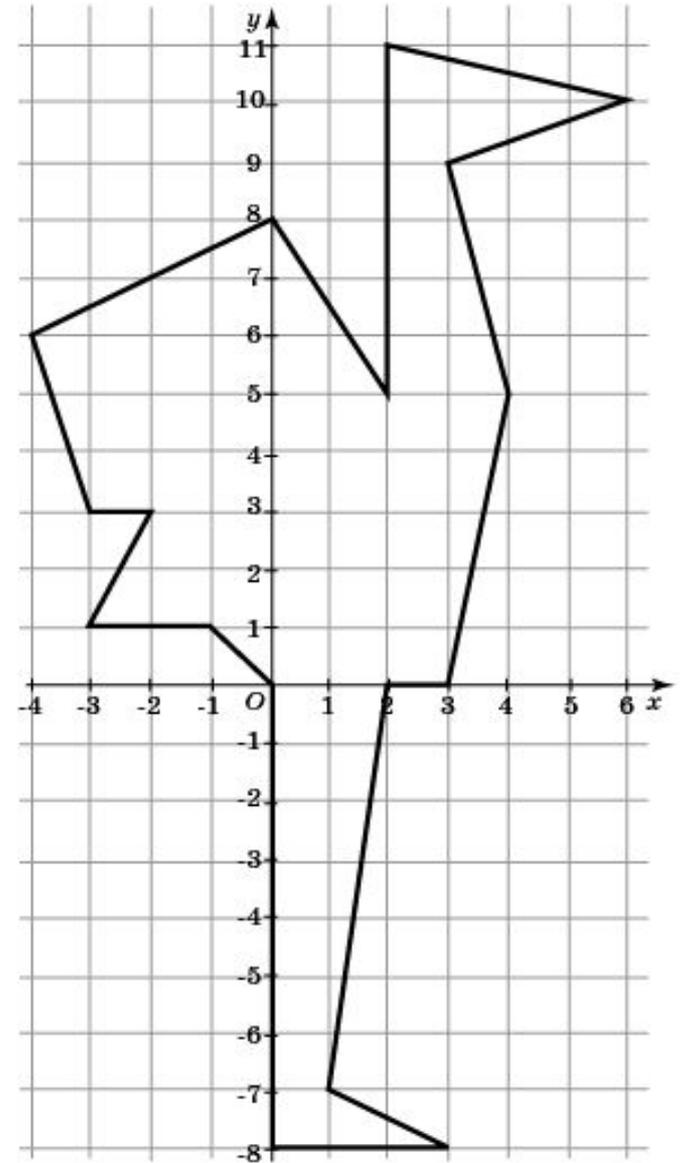


Ответ. Такса.

Упражнение 21

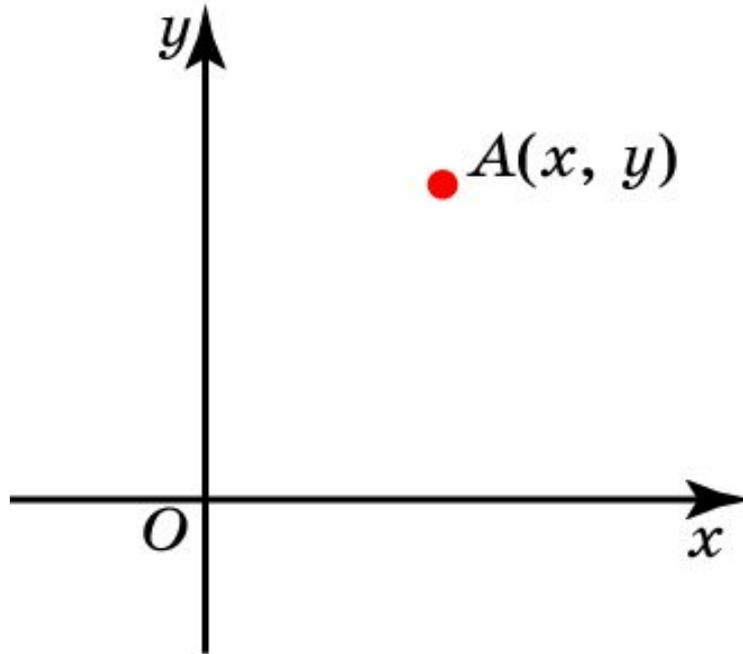
Нарисуйте ломаную, вершины которой имеют координаты: $(0, 0)$, $(-1, 1)$, $(-3, 1)$, $(-2, 3)$, $(-3, 3)$, $(-4, 6)$, $(0, 8)$, $(2, 5)$, $(2, 11)$, $(6, 10)$, $(3, 9)$, $(4, 5)$, $(3, 0)$, $(2, 0)$, $(1, -7)$, $(3, -8)$, $(0, -8)$, $(0, 0)$. Очертания какой птицы она напоминает?

Ответ. Страус.



Упражнение 22

Найдите координаты точки, симметричной точке $A(x, y)$ относительно: а) оси абсцисс; б) оси ординат; в) начала координат.



Ответ: а) $(x, -y)$; б) $(-x, y)$; в) $(-x, -y)$.

Упражнение 23

Точки $N(\dots, 6)$ и $N_1(2, \dots)$ симметричны относительно оси ординат. Назовите пропущенные координаты этих точек.

Ответ: $N(-2, 6)$; $N_1(2, 6)$.

Упражнение 24

Найдите координаты точки, полученной поворотом точки A вокруг начала координат на угол 90° против часовой стрелки, если точка A имеет координаты: а) $(2, 1)$; б) $(-1, 3)$; в) $(-2, -3)$; г) $(1, -3)$.

Ответ: а) $(-1, 2)$;
б) $(-3, -1)$;
в) $(3, -2)$;
г) $(3, 1)$.

Упражнение 25

Найдите координаты точки, полученной поворотом точки $A(1, 0)$ вокруг начала координат против часовой стрелки на угол: а) 30° ; б) 45° ; в) 60° .

Ответ: а) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$;
б) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;
в) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Упражнение 26

Найдите геометрическое место точек на координатной плоскости, для которых: а) $x = 2$; б) $y = -1$; в) $|x| = 3$; г) $|y| \geq 1$; д) $x = y$; е) $x = -y$.

Ответ: а) Прямая, параллельная оси ординат;
б) прямая, параллельная оси абсцисс;
в) две прямые, параллельные оси ординат;
г) две полуплоскости;
д) прямая;
е) прямая.

Упражнение 27

Найдите расстояние от начала координат до точки с координатами: а) $(1, 1)$; б) $(-3, 4)$; в) $(-1, -2)$.

Ответ: а) $\sqrt{2}$; б) 5 ; в) $\sqrt{5}$.