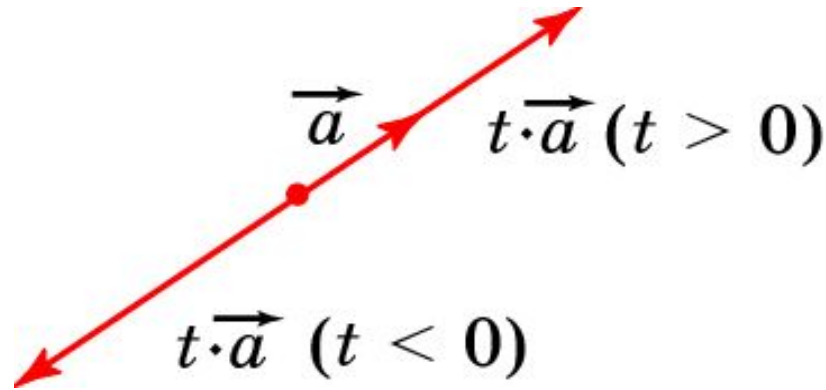


Умножение вектора на число

Произведением вектора \vec{a} на число t называется вектор, длина которого равна $|t| \cdot |\vec{a}|$, а направление остается прежним, если $t > 0$, и меняется на противоположное, если $t < 0$. Произведением вектора на нуль считается нулевой вектор.



Произведение вектора \vec{a} на число t обозначается $t\vec{a}$. По определению, $|t\vec{a}| = |t| \cdot |\vec{a}|$.

Произведение вектора \vec{a} на число -1 называется вектором, **противоположным** и обозначается $-\vec{a}$. По определению, вектор $-\vec{a}$ имеет направление, противоположное вектору \vec{a} и $|-\vec{a}| = |\vec{a}|$.

Свойства

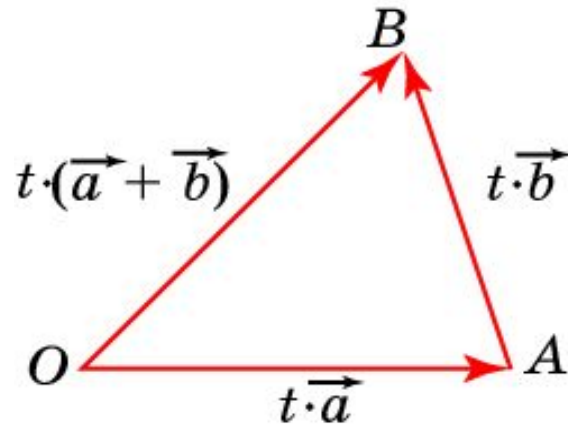
Разностью векторов \vec{a} и \vec{b} называется вектор $\vec{a} + (-\vec{b})$, который обозначается $\vec{a} - \vec{b}$.

Для умножения вектора на число справедливы свойства, аналогичные свойствам умножения чисел, а именно:

Свойство 1. $(ts)\vec{a} = t(s\vec{a})$ (сочетательный закон).

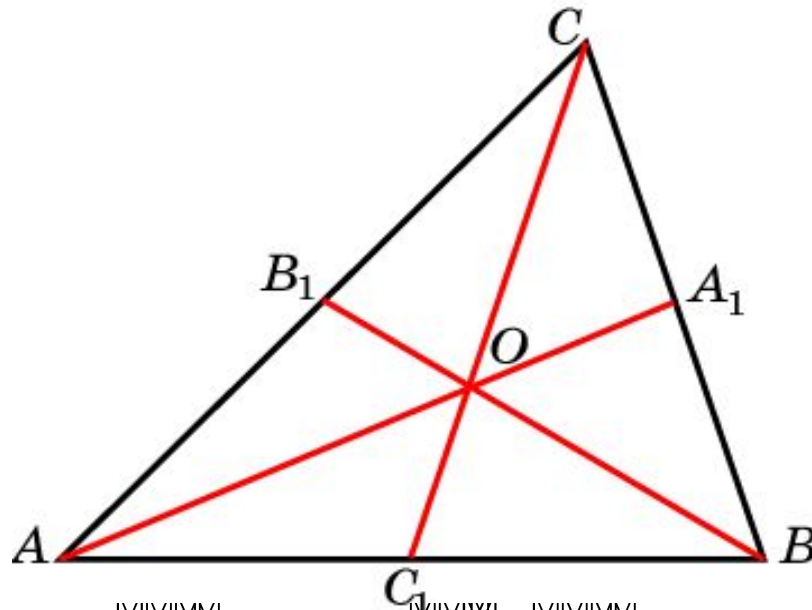
Свойство 2. $(t + s)\vec{a} = t\vec{a} + s\vec{a}$ (первый распределительный закон).

Свойство 3. $t(\vec{a} + \vec{b}) = t\vec{a} + t\vec{b}$ (второй распределительный закон).



Пример

AA_1 , BB_1 , CC_1 – медианы треугольника ABC со сторонами a , b , c . Найдите сумму $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1}$.



Решение: Имеем $\overrightarrow{AA_1} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{BB_1} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{CC_1} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{OC}$.

Учитывая, что $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$ (см. упр. 11 параграфа 68), получаем $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \mathbf{0}$.

Упражнение 1

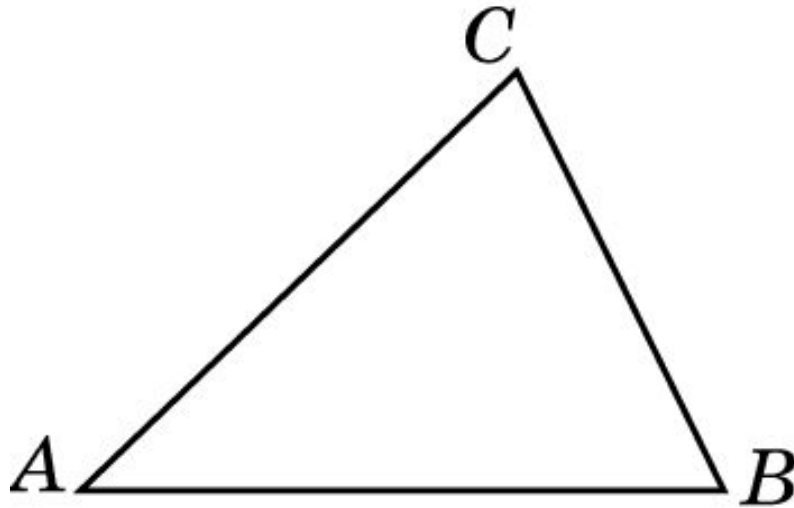
В треугольнике ABC укажите векторы:

а) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$;

б) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$;

в) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$;

г) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA}$.



Ответ: а) \overrightarrow{BC} ;

б) \overrightarrow{CB} ;

в) \overrightarrow{CA} ;

г) \overrightarrow{BC} .

Упражнение 2

В параллелограмме $ABCD$ укажите векторы:

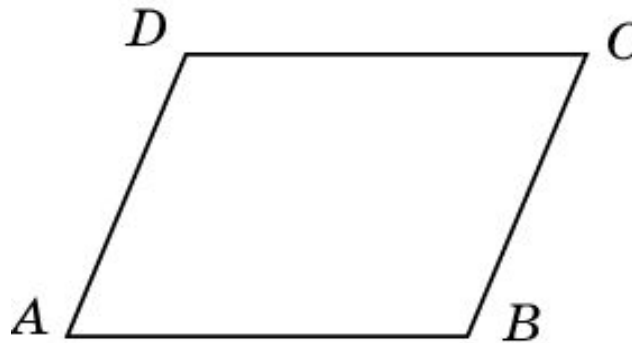
а) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$;

б) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$;

в) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$;

г) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA}$;

д) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD}$.

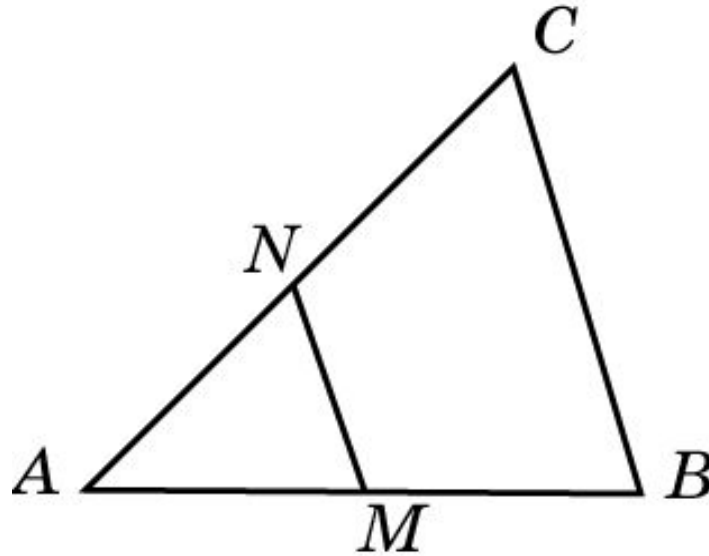


Ответ: а) \overrightarrow{DB} ; б) \overrightarrow{BD} ; в) \overrightarrow{CA} ; г) $\vec{0}$; д) $2\overrightarrow{CB}$.

Упражнение 3

Точки M и N - середины сторон соответственно AB и AC треугольника ABC . Выразите векторы:

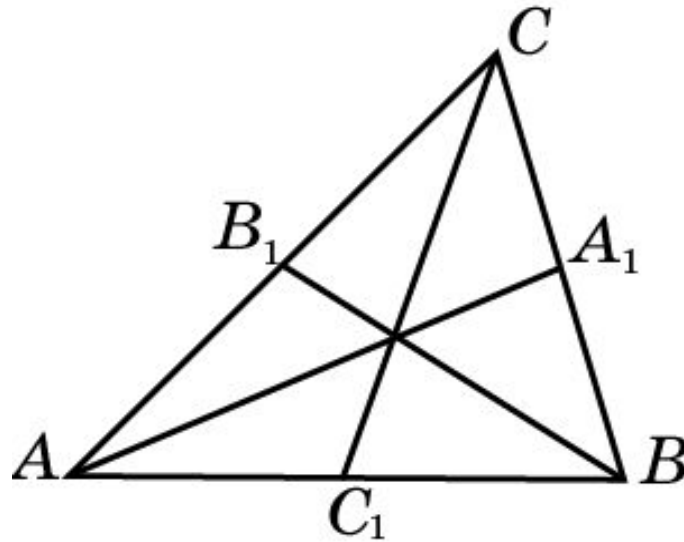
а) \overrightarrow{BM} ; б) \overrightarrow{NC} ; в) \overrightarrow{MN} ; г) \overrightarrow{BN} ; д) \overrightarrow{CB} через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{AM}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AN}$.



Ответ: а) $-\vec{a}$; б) \vec{b} ; в) $\vec{b} - \vec{a}$; г) $\vec{b} - 2\vec{a}$; д) $2(\vec{a} - \vec{b})$.

Упражнение 4

Отрезки AA_1 , BB_1 , CC_1 - медианы треугольника ABC . Выразите векторы: а) $\vec{AA_1}$; б) $\vec{AA_1}$; в) $\vec{BB_1}$ через векторы \vec{b} и $\vec{c} = \vec{AB}$.



Ответ: а) $\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$; б) $\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$; в) $\frac{1}{2}\vec{c} - \vec{b}$.

Упражнение 5

Упростите выражение:

$$\text{а) } (\overline{AB} + \overline{AC}) + (\overline{BA} + \overline{CB});$$

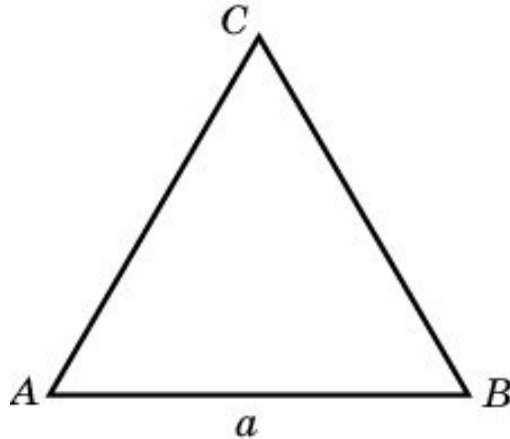
$$\text{б) } \overline{AB} - \overline{DB} - \overline{CA} + \overline{DA}.$$

Ответ: а) \overline{AB} ;

б) \overline{AC} .

Упражнение 6

Сторона равностороннего треугольника ABC равна a . Найдите: а) $| \overline{BA} - \overline{BC} |$; б) $| \overline{AB} - \overline{AC} |$.



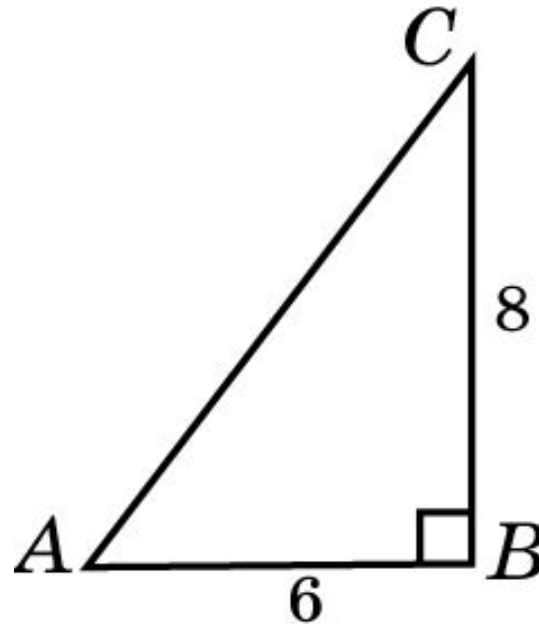
Ответ: а) a ;
б) a .

Упражнение 7

В треугольнике ABC $AB = 6$, $BC = 8$, $\angle B = 90^\circ$.

Найдите: а) $|\overrightarrow{BA}| - |\overrightarrow{BC}|$; б) $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}|$; в) $|\overrightarrow{AB}| - |\overrightarrow{BC}|$;

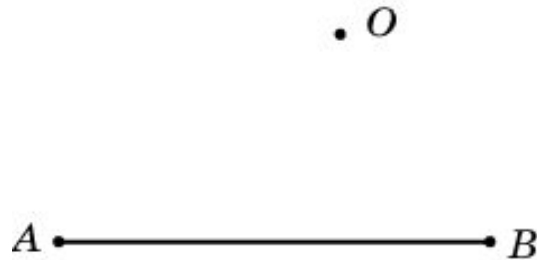
г) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}|$.



Ответ: а) -2; б) 10; в) -2; г) 10.

Упражнение 8

Пусть O, A, B – произвольные точки плоскости. Найдите геометрическое место точек C плоскости, для которых выполняется равенство

$$\overrightarrow{OC} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}, \quad 0 \leq t \leq 1$$


Ответ: Отрезок AB .