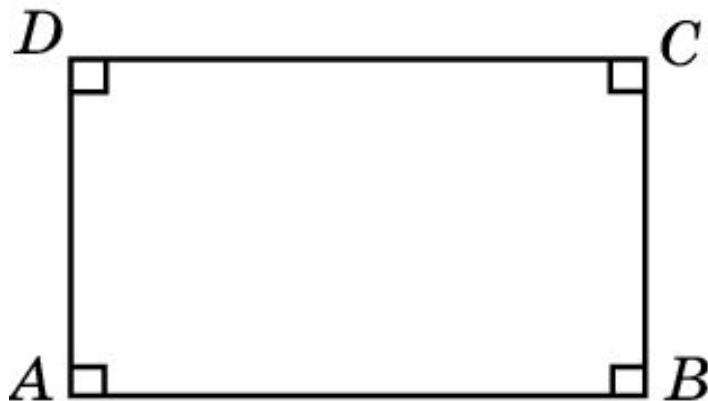


Прямоугольник

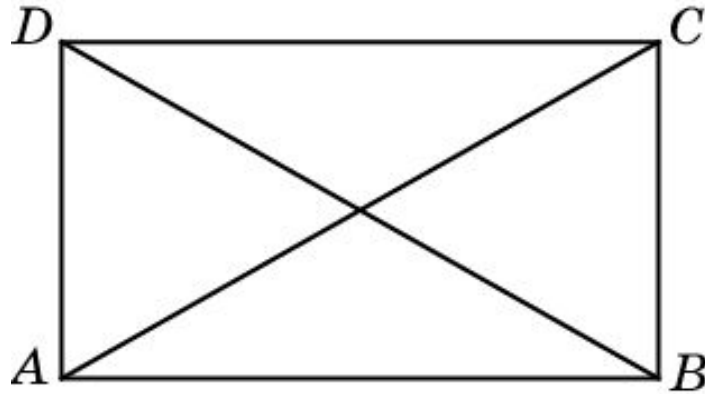
Четырехугольник, у которого все углы прямые, называется **прямоугольником**.



Ясно, что прямоугольник является частным случаем параллелограмма, следовательно, он обладает всеми свойствами параллелограмма. В частности, в прямоугольнике противоположные стороны попарно равны и диагонали в точке пересечения делятся пополам.

Упражнение 1

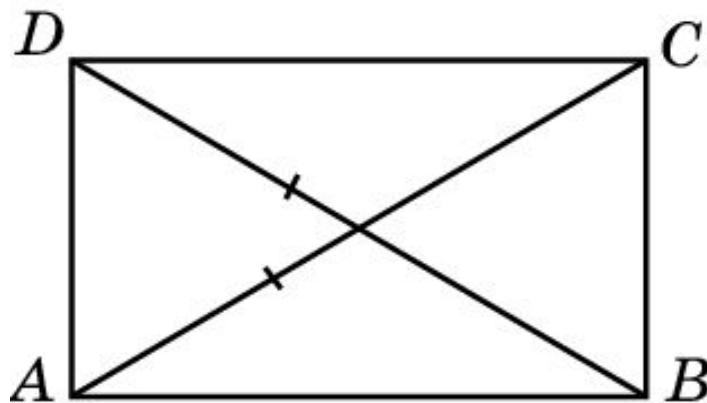
Докажите, что диагонали прямоугольника равны.



Доказательство. Пусть $ABCD$ — прямоугольник. Прямоугольные треугольники ABC и BAD равны по двум катетам. Следовательно, $AC = BD$, что и требовалось доказать.

Признак прямоугольника

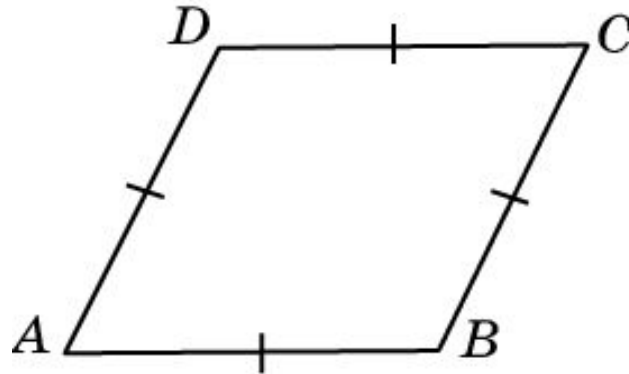
Теорема (Признак прямоугольника.) Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм является прямоугольником.



Доказательство. Пусть $ABCD$ – параллелограмм и $AC = BD$. Треугольники ABC и BAD равны по третьему признаку равенства треугольников (AB – общая, $AC = BD$, $BC = AD$). Следовательно, угол ABC равен углу BAD . Но эти углы в сумме составляют 180° . Значит, каждый из них равен 90° . Так как в параллелограмме противоположные углы равны, то и остальные его углы также равны 90° , т.е. $ABCD$ – прямоугольник.

Ромб

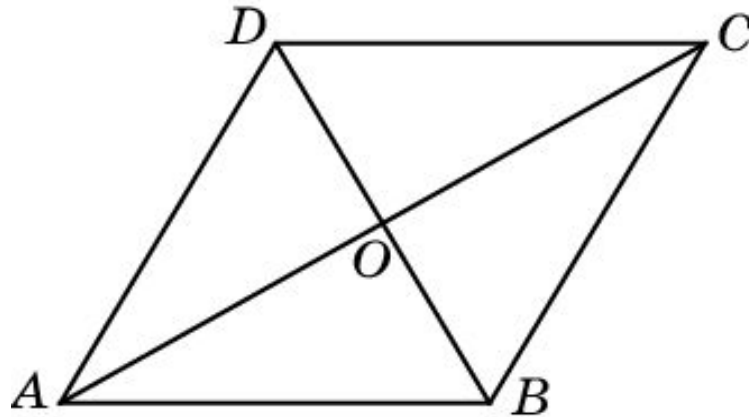
Четырехугольник, у которого все стороны равны, называется **ромбом**.



Из второго признака параллелограмма следует, что ромб является частным случаем параллелограмма.

Упражнение 2

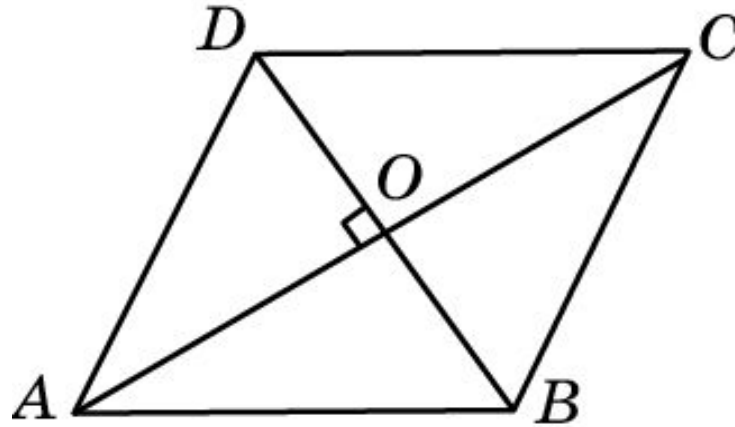
Докажите, что диагонали ромба перпендикулярны.



Доказательство. Пусть $ABCD$ – ромб, O – точка пересечения диагоналей. Так как диагонали параллелограмма в точке пересечения делятся пополам, то $BO = OD$. Следовательно, AO – медиана равнобедренного треугольника ABD ($AB=AD$). Так как медиана равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой, то прямые AO и BD перпендикулярны.

Признак ромба

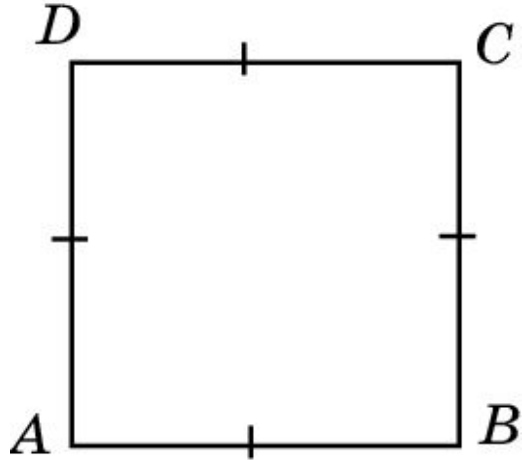
Теорема. (Признак ромба.) Если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то этот параллелограмм является ромбом.



Доказательство. Пусть $ABCD$ – параллелограмм, диагонали AC и BD перпендикулярны, O – точка их пересечения. Прямоугольные треугольники AOB и AOD равны (по двум катетам: AO – общий, $OB = OD$). Следовательно, $AB = AD$. Так как в параллелограмме противоположные стороны равны, то и остальные его стороны равны, т.е. $ABCD$ – ромб.

Квадрат

Прямоугольник, у которого все стороны равны, называется **квадратом**.



Можно также сказать, что квадратом является ромб, у которого все углы прямые.

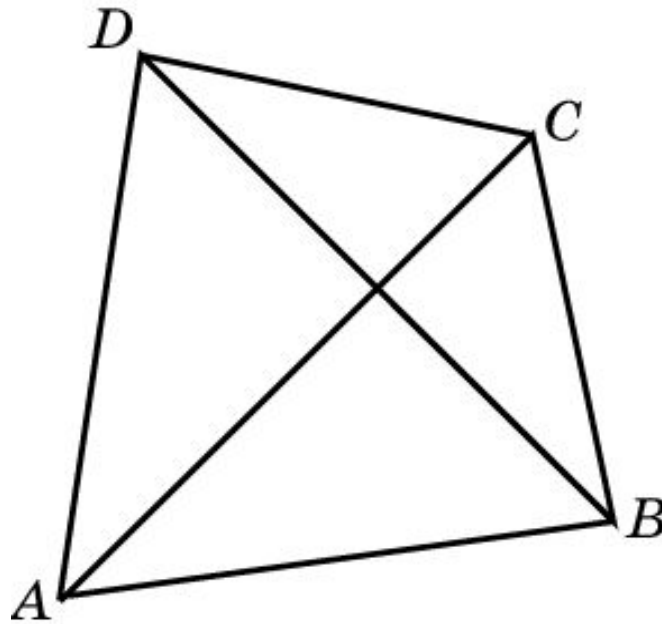
Упражнение 3

Три угла четырехугольника равны 90° . Является ли этот четырехугольник прямоугольником?

Ответ: Да.

Упражнение 4

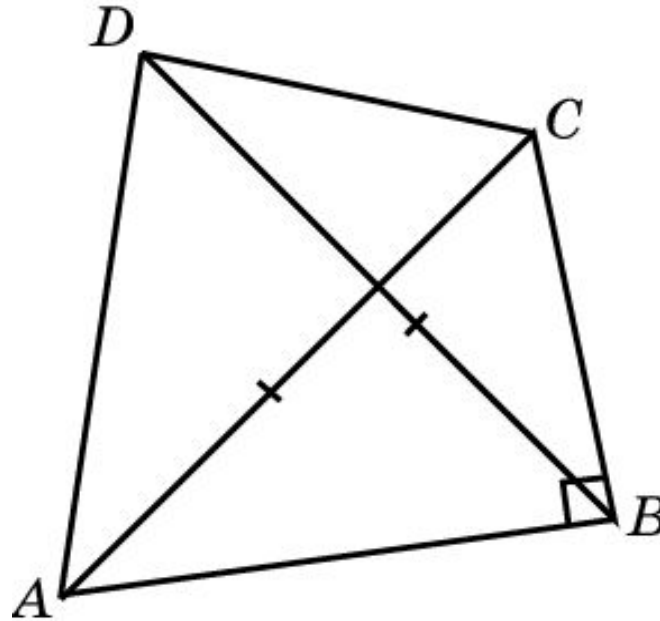
Верно ли, что если диагонали четырехугольника равны, то этот четырехугольник – прямоугольник?



Ответ: Нет.

Упражнение 5

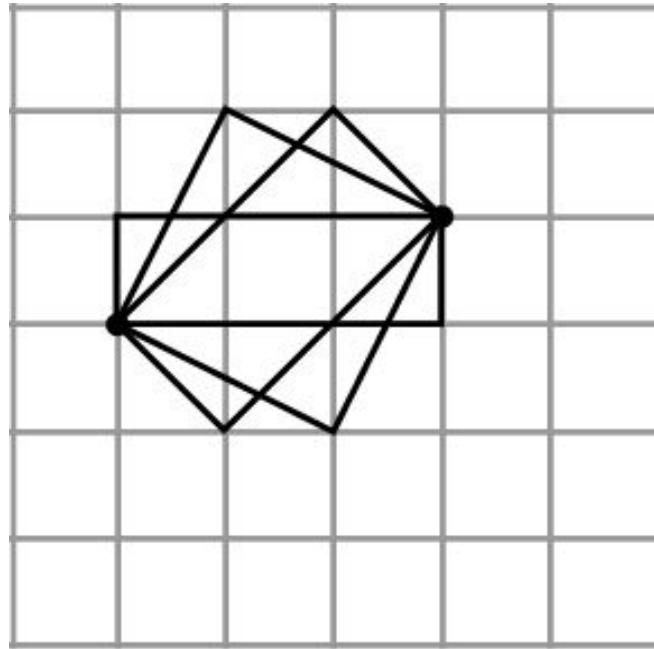
Верно ли, что если в четырехугольнике один угол прямой, а диагонали равны, то он является прямоугольником?



Ответ: Нет.

Упражнение 6

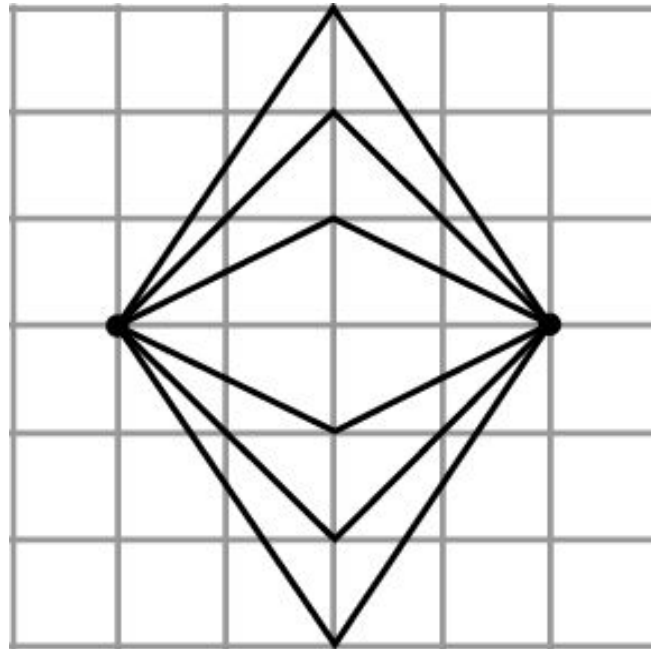
Изобразите прямоугольник, две противоположные вершины которого даны на рисунке, а оставшиеся вершины расположены в узлах сетки. Сколько решений имеет задача?



Ответ: 3.

Упражнение 7

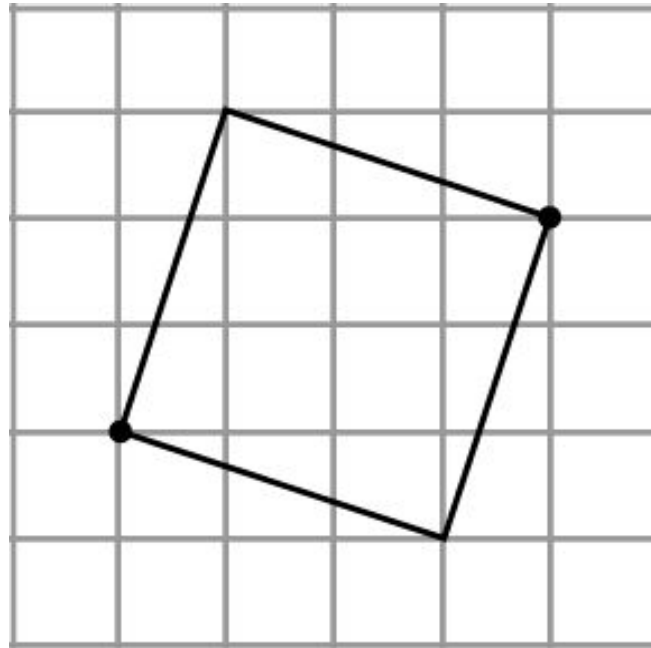
Изобразите ромб, две противоположные вершины которого даны на рисунке, а оставшиеся вершины расположены в узлах сетки. Сколько решений имеет задача?



Ответ: 3.

Упражнение 8

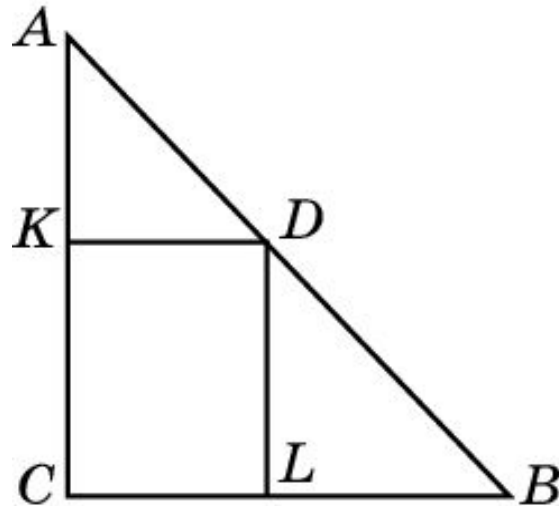
Изобразите квадрат, две противоположные вершины которого даны на рисунке, а оставшиеся вершины расположены в узлах сетки. Сколько решений имеет задача?



Ответ: 1.

Упражнение 9

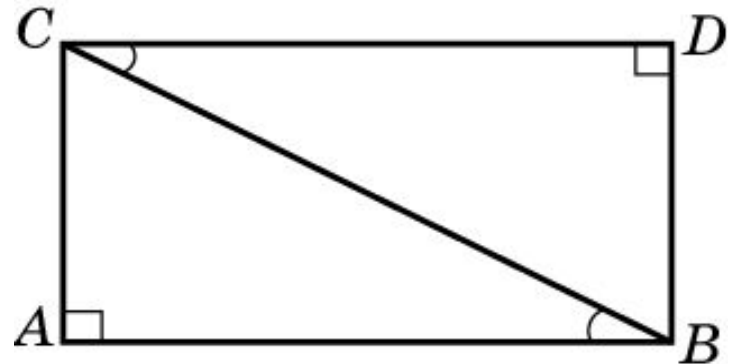
Из точки D , принадлежащей гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC , проведены две прямые, параллельные катетам. Сумма периметров получившихся треугольников AKD и DLB равна 10 см. Найдите периметр данного треугольника ABC .



Ответ: 10 см.

Упражнение 10

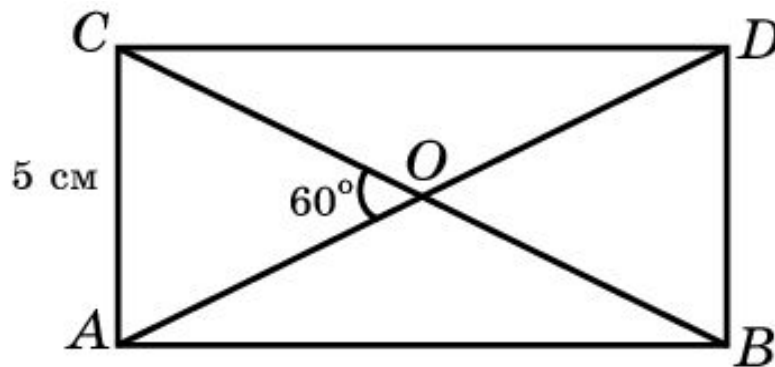
Два равных прямоугольных треугольника приложили один к другому таким образом, что их гипотенузы совпали, а неравные острые углы приложились один к другому. Какой при этом получился четырехугольник?



Ответ: Прямоугольник.

Упражнение 11

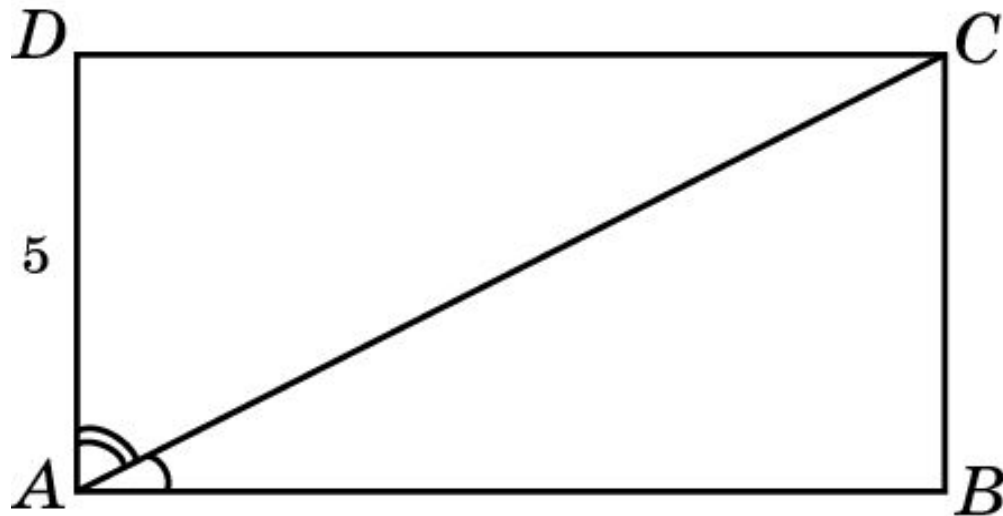
Меньшая сторона прямоугольника равна 5 см, диагонали пересекаются под углом 60° . Найдите диагонали прямоугольника.



Ответ: 10 см.

Упражнение 12

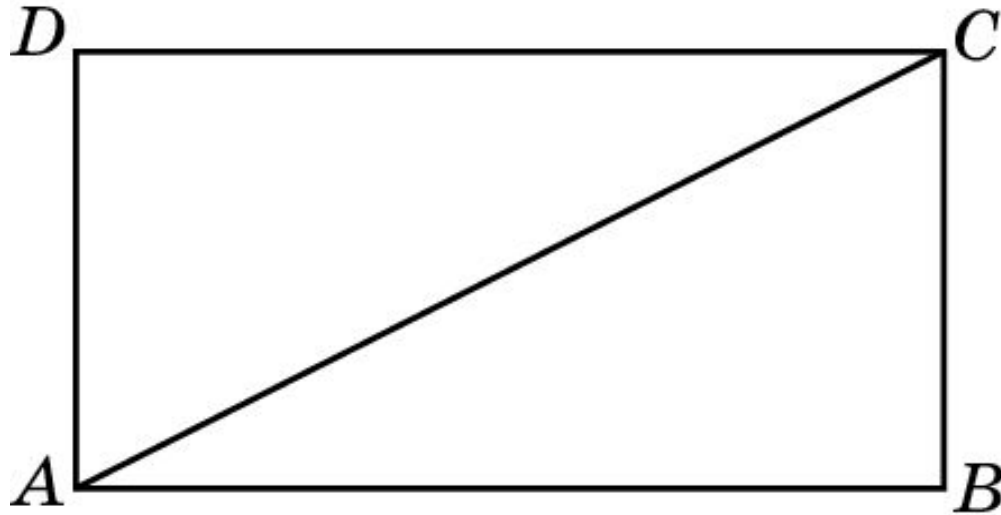
В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении 1:2, меньшая его сторона равна 5 см. Найдите диагонали данного прямоугольника.



Ответ: 10 см.

Упражнение 13

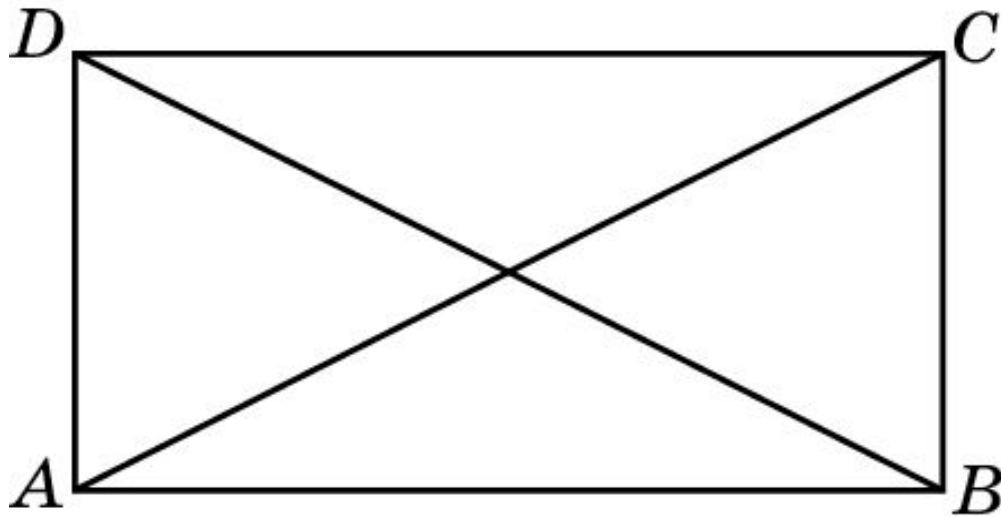
Диагональ прямоугольника вдвое больше одной из его сторон. Какие углы образуют диагонали со сторонами прямоугольника?



Ответ: 30° и 60° .

Упражнение 14

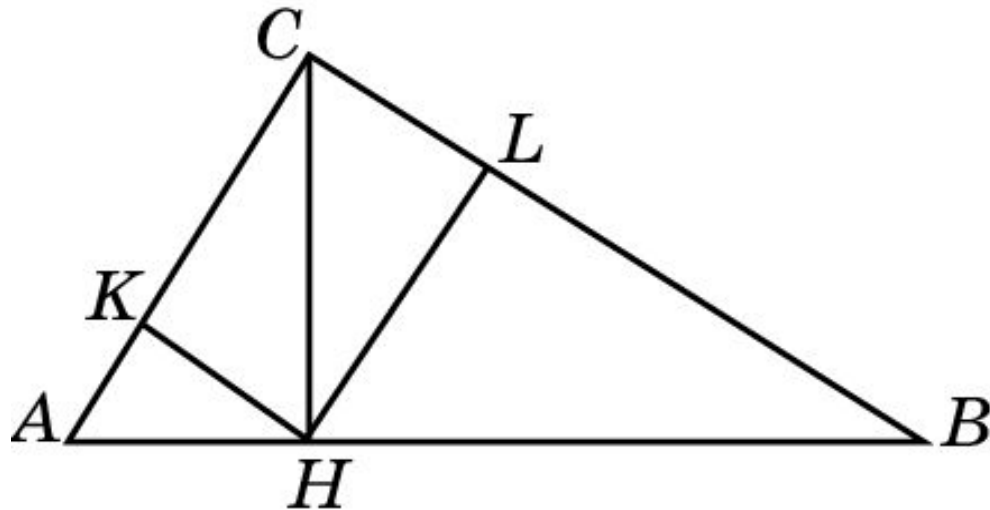
Тупой угол между диагоналями прямоугольника равен 120° . Чему при этом будет равно отношение его меньшей стороны к диагонали?



Ответ: 1:2.

Упражнение 15

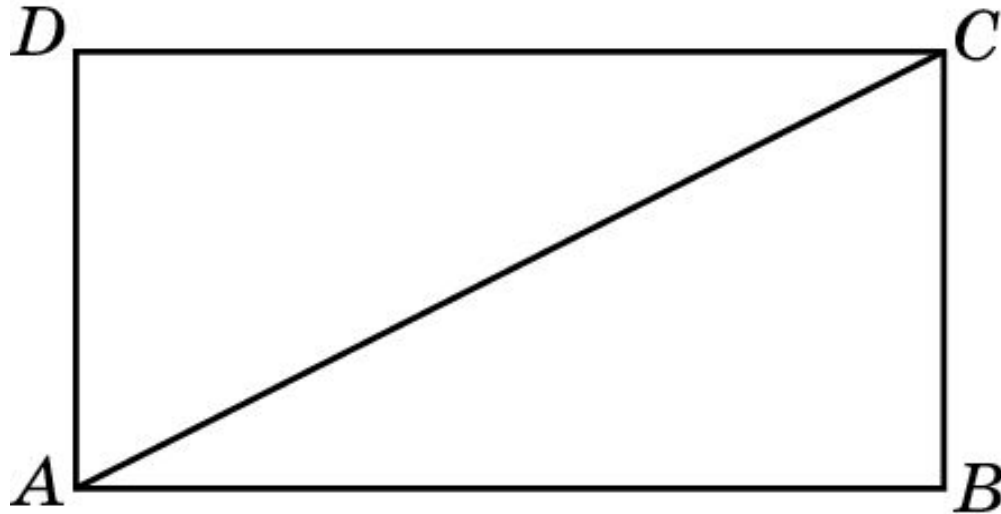
В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C опущена высота CH , равная 3 см. Из точки H опущены перпендикуляры HK и HL на катеты треугольника. Найдите расстояние между точками K и L .



Ответ: 3 см.

Упражнение 16

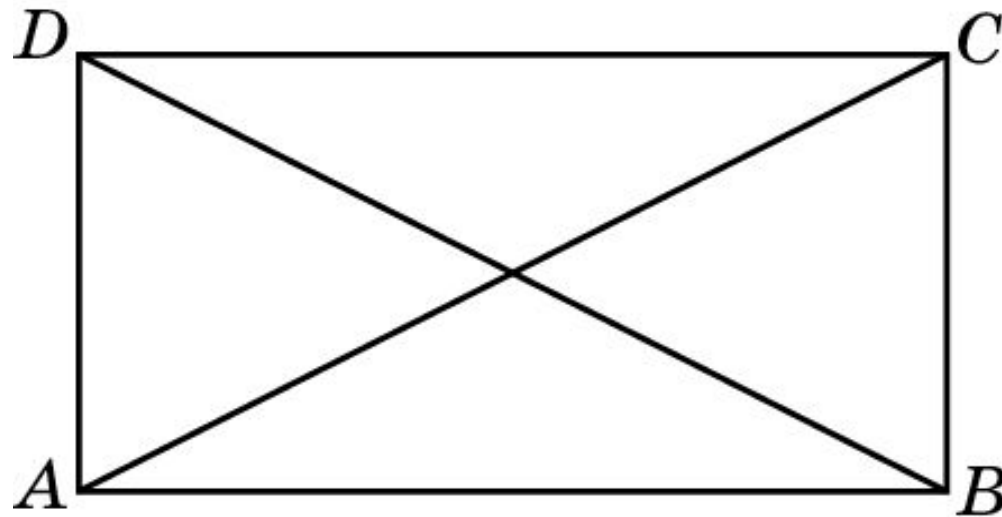
Найдите диагонали прямоугольника, если его периметр равен 34 см, а периметр одного из треугольников, на которые диагональ разделила прямоугольник, равен 30 см.



Ответ: 13 см.

Упражнение 17

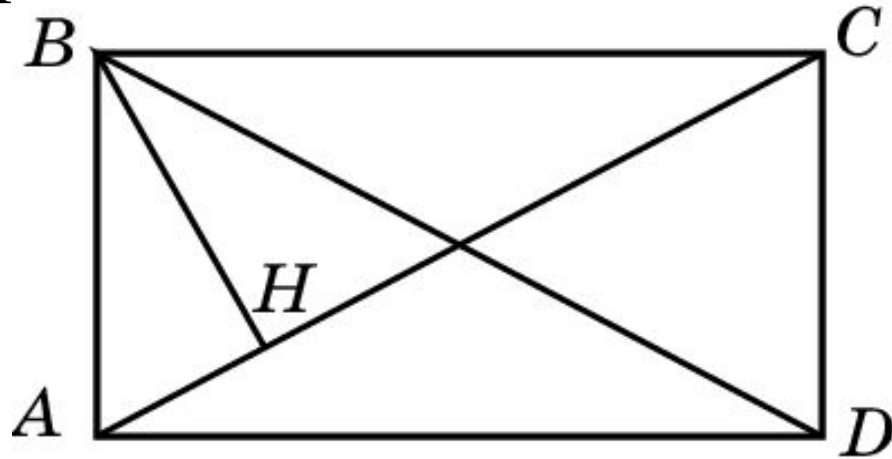
В прямоугольнике острый угол между его диагоналями равен 50° . Найдите углы, которые образуют диагонали со сторонами прямоугольника.



Ответ: 25° и 65° .

Упражнение 18

Перпендикуляр BH , опущенный из вершины B прямоугольника $ABCD$ на его диагональ AC , делит угол B в отношении $2:3$. Найдите: а) углы, которые образуют диагонали данного прямоугольника с его сторонами; б) угол между перпендикуляром BH и диагональю BD .

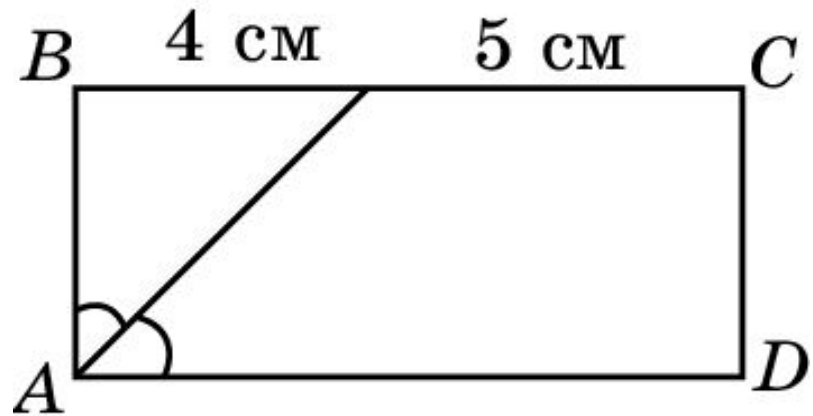


Ответ: а) 36° и 54° ; б) 18° .

Упражнение 19

Биссектриса одного из углов прямоугольника делит пересекаемую ею сторону на отрезки 4 см и 5 см. Найдите стороны данного прямоугольника.

Ответ: 4 см и 9 см.



Упражнение 20

Чему равна меньшая диагональ ромба со стороной a и острым углом в 60° ?

Ответ: a .

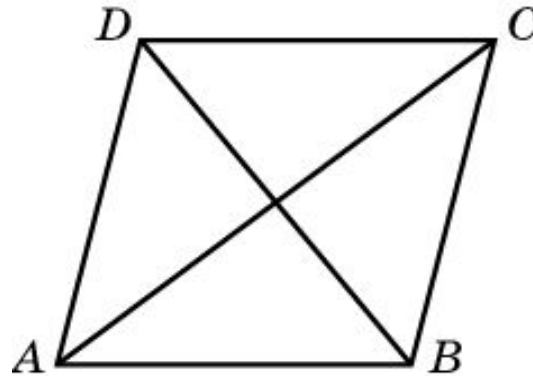
Упражнение 21

В ромбе одна из диагоналей равна его стороне.
Найдите углы ромба.

Ответ: 60° , 120° , 60° , 120° .

Упражнение 22

Углы, образуемые диагоналями ромба с одной из его сторон, относятся как 4:5. Найдите углы ромба.



Ответ: 80° , 100° , 80° , 100° .

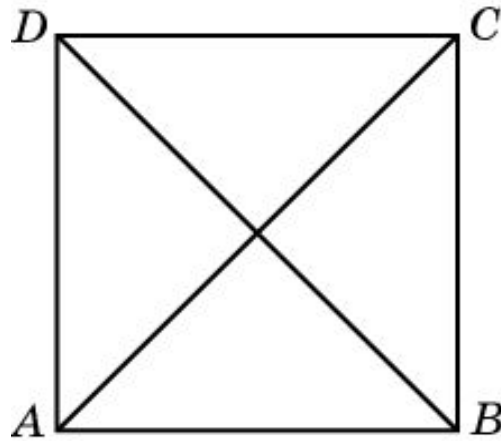
Упражнение 23

Чему равен угол между: а) диагоналями квадрата: б) диагональю и стороной квадрата?

Ответ: а) 90° ;
б) 45° .

Упражнение 24

В квадрате расстояние от точки пересечения диагоналей до одной из его сторон равно 5 см. Найдите периметр этого квадрата.



Ответ: 40 см.