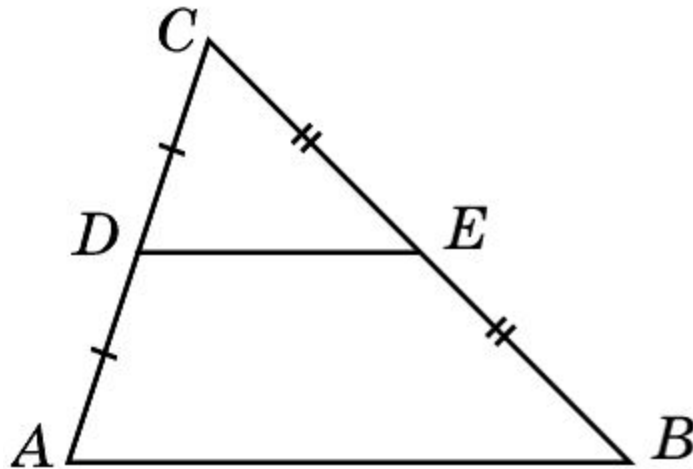


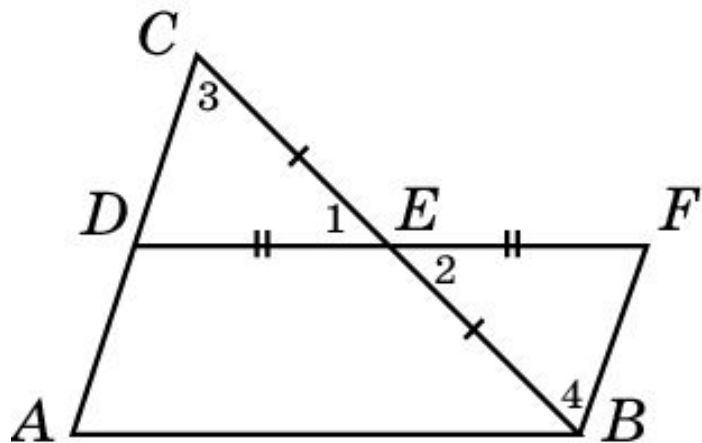
# Средняя линия треугольника

Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.



# Теорема о средней линии треугольника

**Теорема.** Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна ее половине.

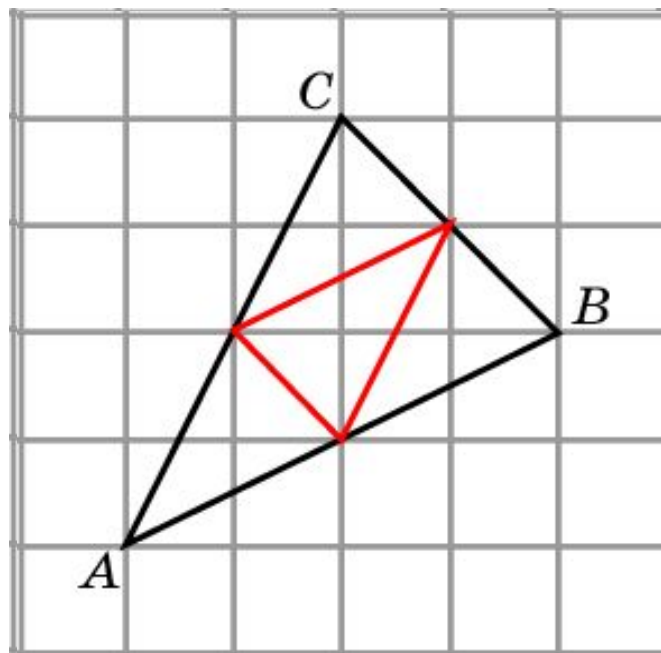


**Доказательство.** Пусть  $DE$  – средняя линия треугольника  $ABC$ . Докажем, что  $DE$  параллельна  $AB$  и равна ее половине. Отложим на прямой  $DE$  отрезок  $EF = DE$  и соединим отрезком точки  $B$  и  $F$ .

Треугольники  $ECD$  и  $EBF$  равны по первому признаку равенства треугольников. Следовательно,  $BF = CD$ , значит,  $BF = AD$ . Угол 3 равен углу 4, значит, прямые  $AC$  и  $BF$  параллельны. Таким образом, по признаку параллелограмма, четырехугольник  $ABFD$  – параллелограмм. Итак, сторона  $AB$  параллельна и равна стороне  $DF$ . Средняя линия  $DE$  равна половине  $DF$  и, следовательно, половине  $AB$ .

## Упражнение 1

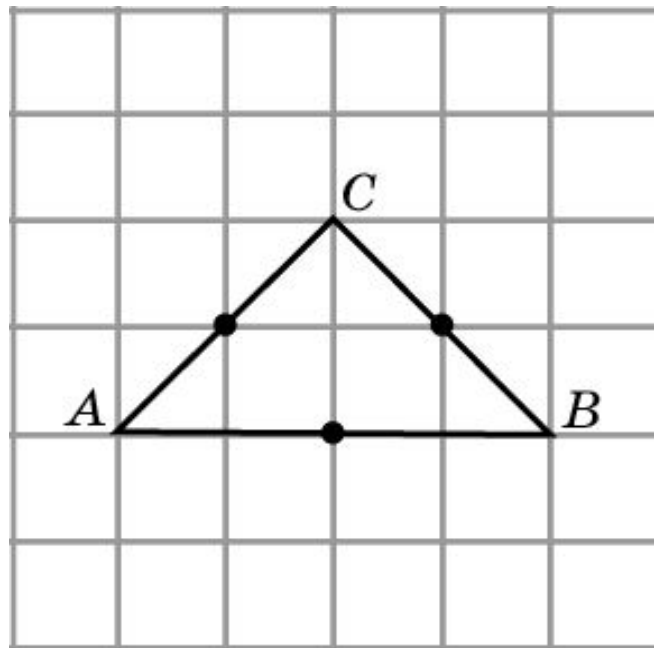
Проведите средние линии треугольника  $ABC$ , изображенного на рисунке.



Ответ:

## Упражнение 2

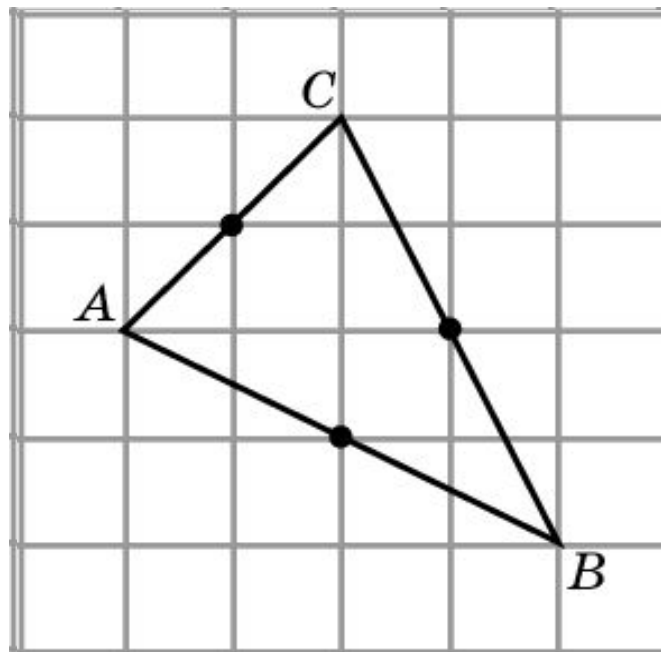
Изобразите треугольник, середины сторон которого отмечены на рисунке.



Ответ:

## Упражнение 3

Изобразите треугольник, середины сторон которого отмечены на рисунке.



Ответ:

## Упражнение 4

Углы треугольника равны  $50^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $70^\circ$ . Найдите углы треугольника, вершинами которого являются середины сторон данного треугольника.

**Ответ:**  $50^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $70^\circ$ .

## Упражнение 5

Стороны треугольника равны 8 см, 10 см и 12 см. Найдите стороны треугольника, вершинами которого являются середины сторон данного треугольника.

**Ответ:** 4 см, 5 см и 6 см.

## Упражнение 6

Стороны треугольника равны 2 см, 3 см и 4 см. Его вершины являются серединами сторон второго треугольника. Найдите периметр второго треугольника.

Ответ: 18 см.



## Упражнение 7

Периметр треугольника равен 12 см, середины сторон соединены отрезками. Найдите периметр получившегося треугольника.

Ответ: 6 см.

## Упражнение 8

Периметр равностороннего треугольника равен 72 см. Найдите его среднюю линию.

Ответ: 12 см.

## Упражнение 9

Периметр треугольника равен 12 см. Найдите периметр треугольника, отсекаемого от данного какой-нибудь его средней линией.

**Ответ:** 6 см.

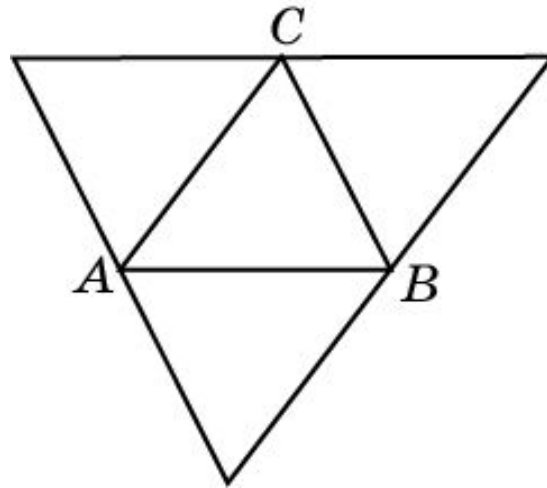
## Упражнение 10

Средняя линия равнобедренного треугольника, параллельная основанию, равна 3 см. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 16 см.

**Ответ:** 5 см, 5 см, 6 см.

## Упражнение 11

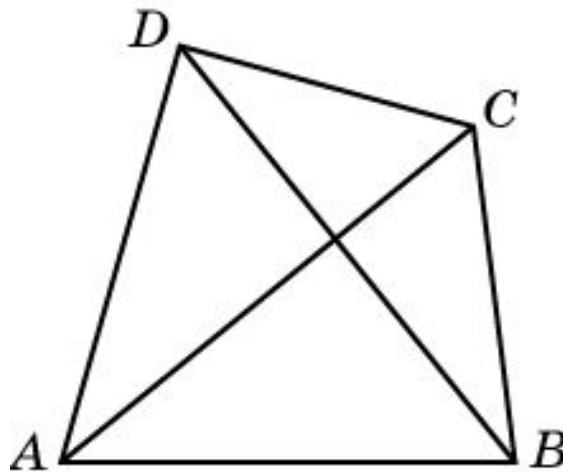
Через вершины треугольника проведены прямые, параллельные его противоположным сторонам. Найдите периметр треугольника, ограниченного этими прямыми, если периметр исходного треугольника равен 6 см.



**Ответ.** 12 см.

## Упражнение 12

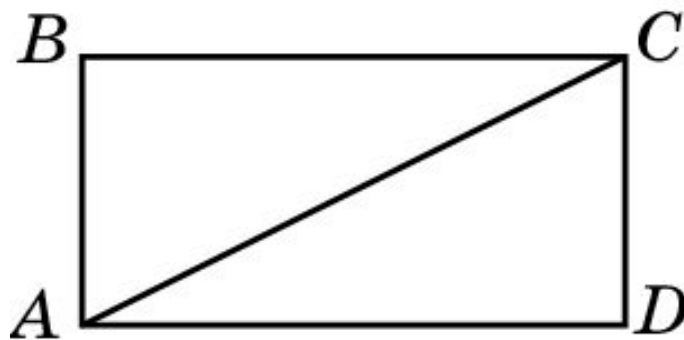
Диагонали четырехугольника равны  $a$  и  $b$ .  
Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.



Ответ:  $a + b$ .

## Упражнение 13

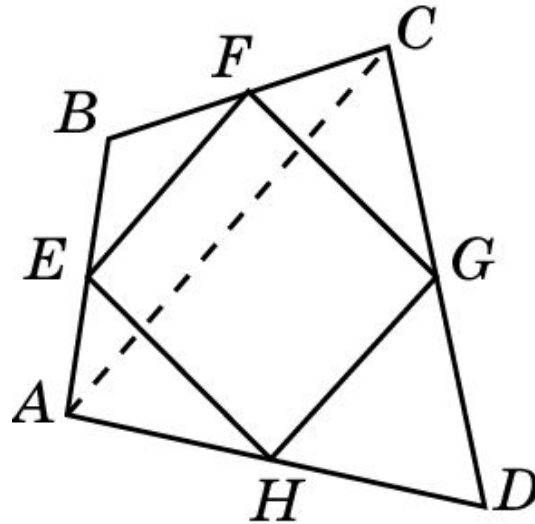
В прямоугольнике меньшая сторона равна 20 см и образует с диагональю угол в  $60^\circ$ . Середины сторон прямоугольника последовательно соединены. Найдите периметр полученного четырехугольника.



**Ответ:** 80 см.

## Упражнение 14

Докажите, что середины сторон произвольного четырехугольника являются вершинами параллелограмма.

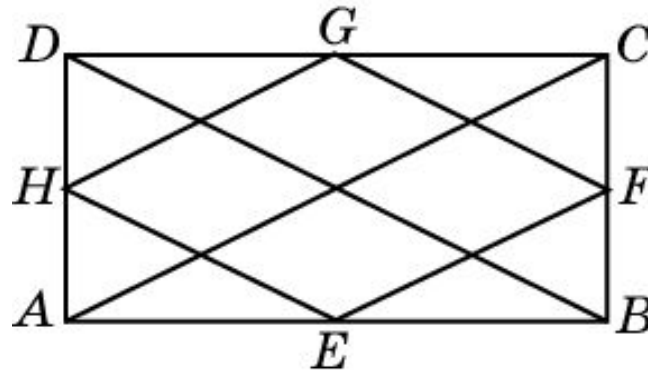


**Решение:** Пусть  $ABCD$  – четырехугольник,  $E, F, G, H$  – середины его сторон. Проведем диагональ  $AC$ .  $EF$  – средняя линия треугольника  $ABC$  и, следовательно, параллельна  $AC$  и равна ее половине. Аналогично,  $HG$  – средняя линия треугольника  $ACD$  и, следовательно, параллельна  $AC$  и равна ее половине. Таким образом, стороны  $EF$  и  $HG$  четырехугольника  $EFGH$  равны и параллельны. Значит, этот четырехугольник – параллелограмм.



## Упражнение 15

Докажите, что середины сторон прямоугольника являются вершинами ромба.

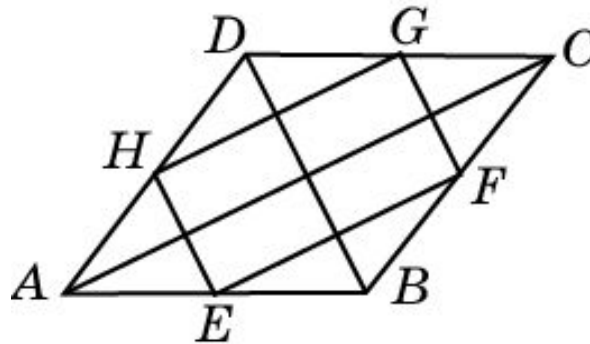


**Решение.** Пусть  $ABCD$  – прямоугольник,  $E, F, G, H$  – середины соответствующих сторон. Проведем диагонали  $AC$  и  $BD$ .

Отрезок  $EF$  является средней линией треугольника  $ABC$ , следовательно, он равен половине диагонали  $AC$ . Аналогично, остальные стороны четырехугольника  $EFGH$  равны половинам соответствующих диагоналей. Так как диагонали прямоугольника равны, то равны и стороны этого четырехугольника, т.е. он является ромбом.

## Упражнение 16

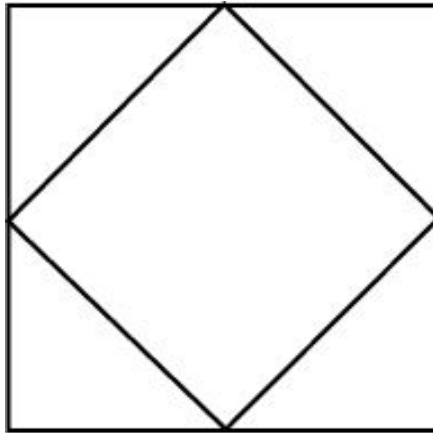
Докажите, что середины сторон ромба являются вершинами прямоугольника.



**Решение.** Пусть  $ABCD$  – ромб,  $E, F, G, H$  – середины соответствующих сторон. Проведем диагонали  $AC$  и  $BD$ . Отрезок  $EF$  является средней линией треугольника  $ABC$ , следовательно, он параллелен диагонали  $AC$ . Аналогично, остальные стороны четырехугольника  $EFGH$  параллельны соответствующим диагоналям. Так как диагонали ромба перпендикулярны, то перпендикулярны и соседние стороны этого четырехугольника, т.е. он является прямоугольником.

## Упражнение 17

Вершинами какого четырехугольника являются середины сторон квадрата?



**Ответ.** Квадрата.