

Математика.

Лекция 15.

Поверхности
второго порядка

Общее уравнение поверхности второго порядка

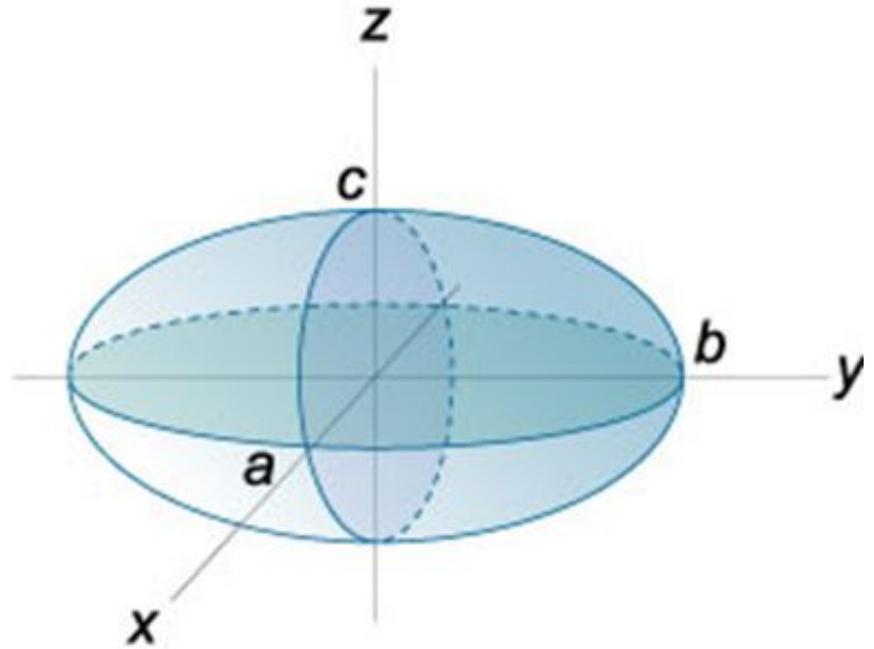
$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Fy \cdot z + 2Gz \cdot x + 2Hx \cdot y + \\ + 2Px + 2Qy + 2Rz + D = 0,$$

где x, y, z – координаты точек поверхности,

A, B, C, \dots – действительные числа.

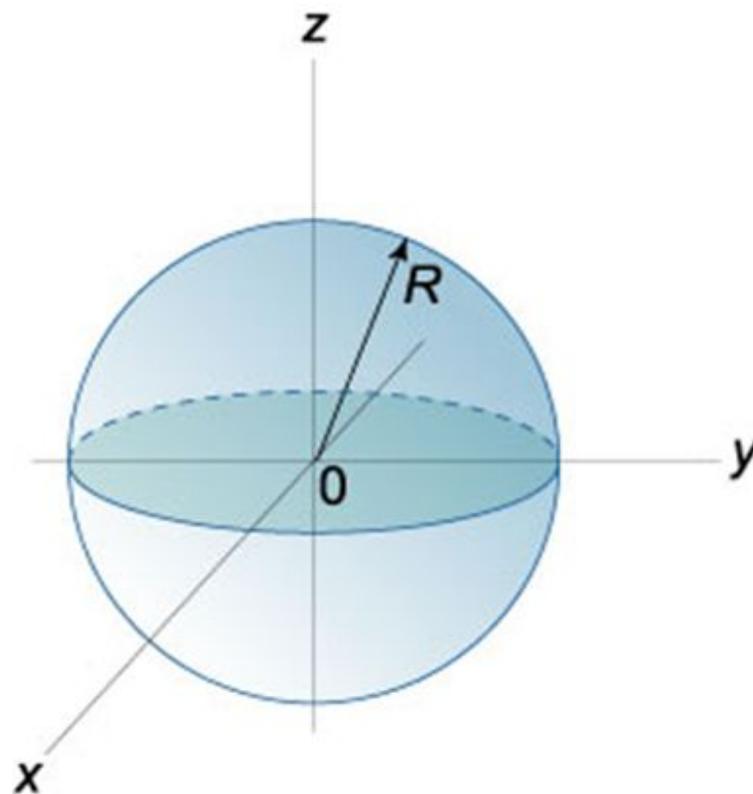
Эллипсоид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



Сфера

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$



Однополостный гиперболоид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Однополостный гиперболоид

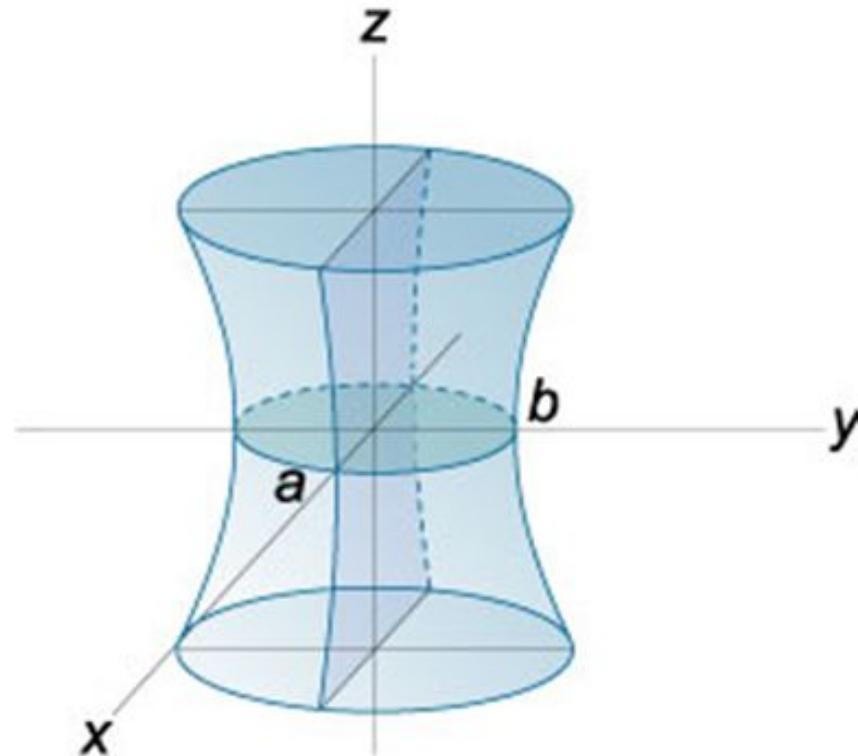
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

имеет две системы прямолинейных образующих, которые определяются уравнениями:

$$\alpha\left(\frac{x}{a} + \frac{z}{c}\right) = \beta\left(1 + \frac{y}{b}\right), \quad \beta\left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c}\right) = \alpha\left(1 - \frac{y}{b}\right),$$

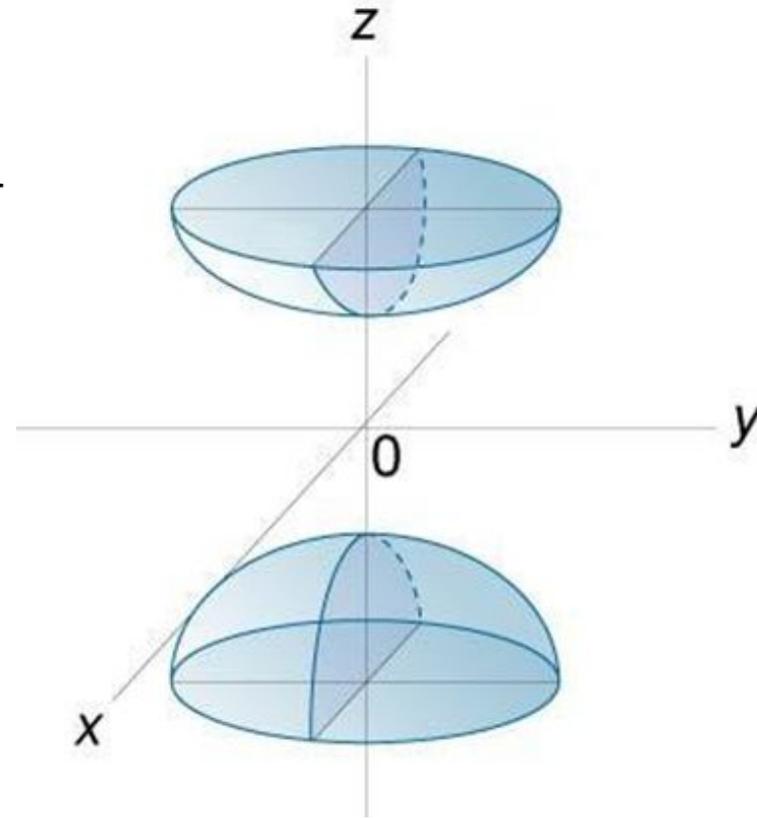
$$\alpha\left(\frac{x}{a} + \frac{z}{c}\right) = \beta\left(1 - \frac{y}{b}\right), \quad \beta\left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c}\right) = \alpha\left(1 + \frac{y}{b}\right),$$

где α и β - некоторые числа, не равные одновременно нулю.



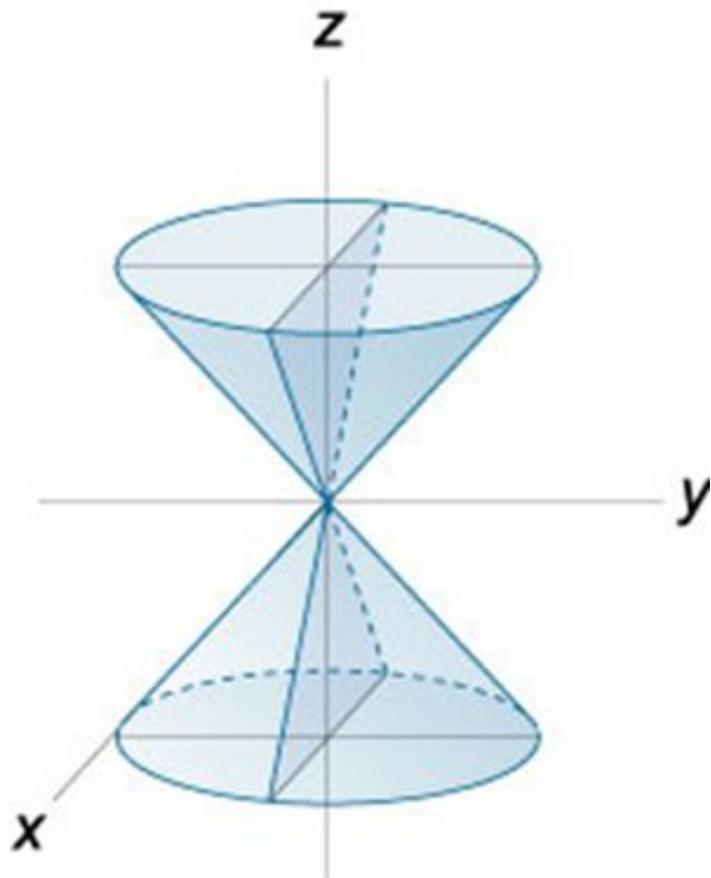
Двуполостный гиперболоид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$



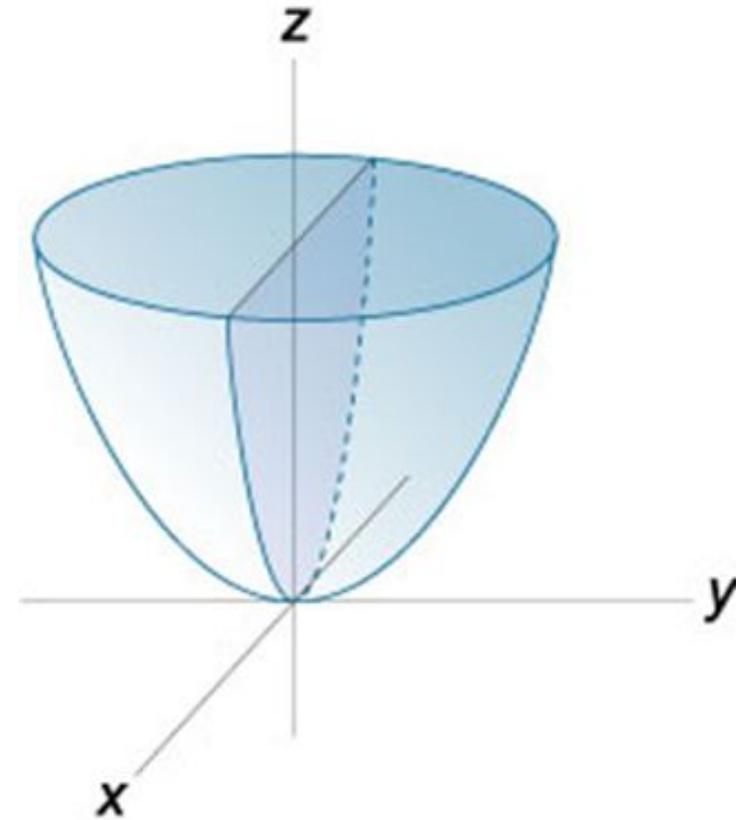
Коническая поверхность

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



Эллиптический параболоид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



Гиперболический параболоид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

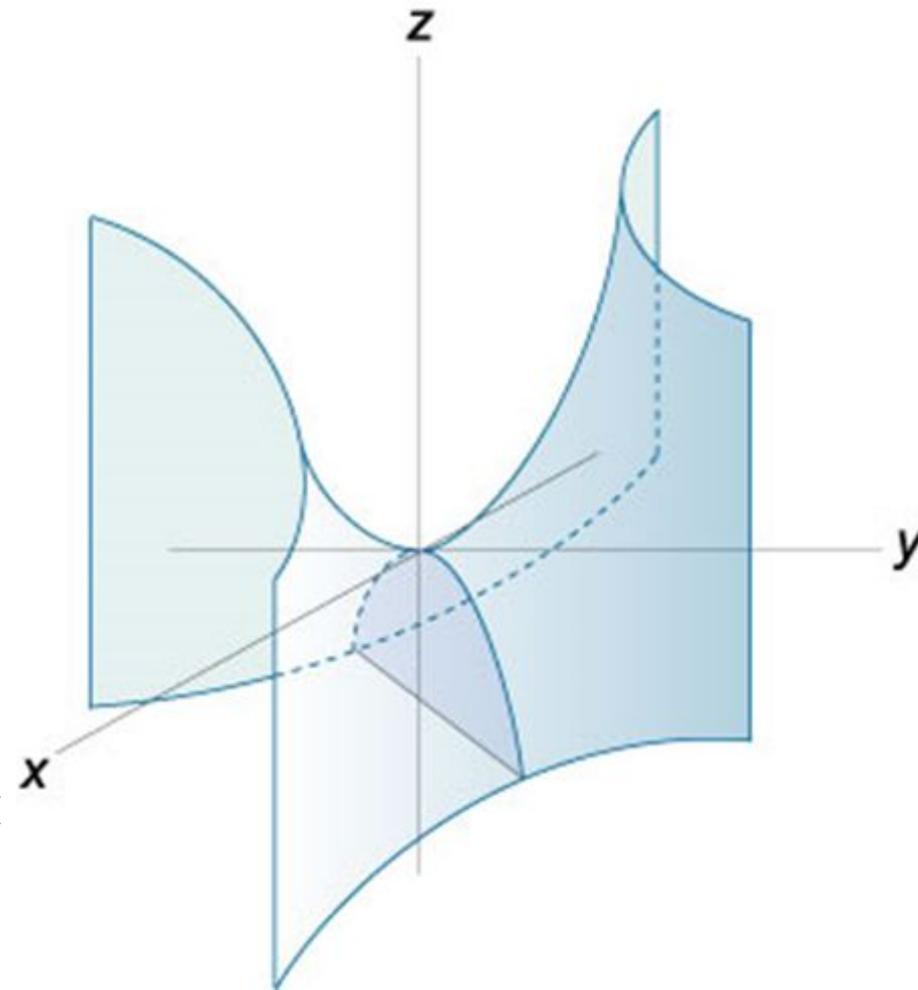
Гиперболический параболоид

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$$

также имеет две системы
прямолинейных образующих,
которые определяются уравнениями

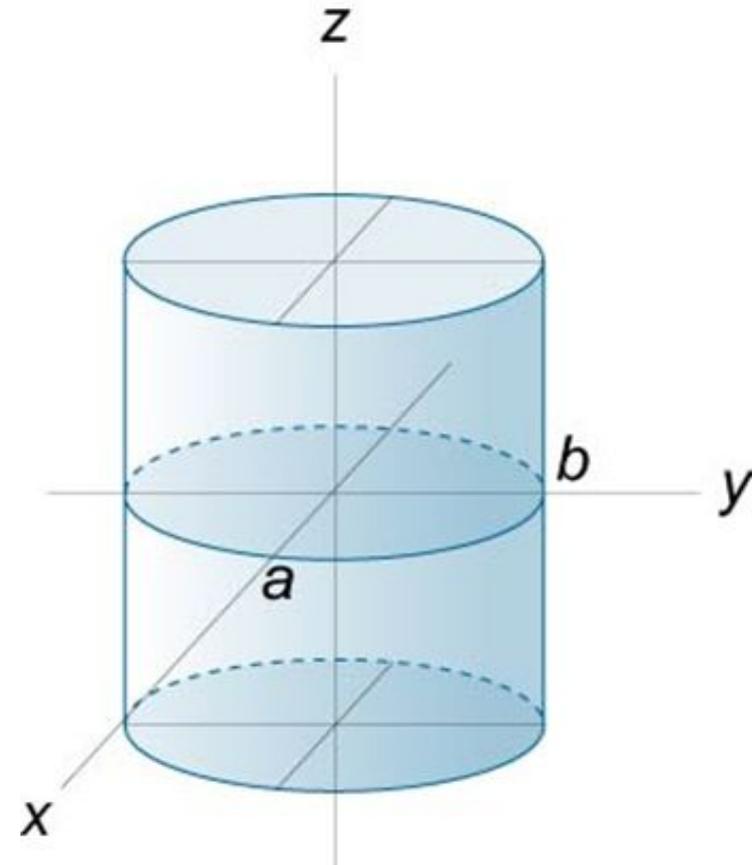
$$\alpha\left(\frac{x}{\sqrt{p}} + \frac{y}{\sqrt{q}}\right) = 2\beta z, \quad \beta\left(\frac{x}{\sqrt{p}} - \frac{y}{\sqrt{q}}\right) = \alpha;$$

$$\alpha\left(\frac{x}{\sqrt{p}} - \frac{y}{\sqrt{q}}\right) = 2\beta z, \quad \beta\left(\frac{x}{\sqrt{p}} + \frac{y}{\sqrt{q}}\right) = \alpha.$$



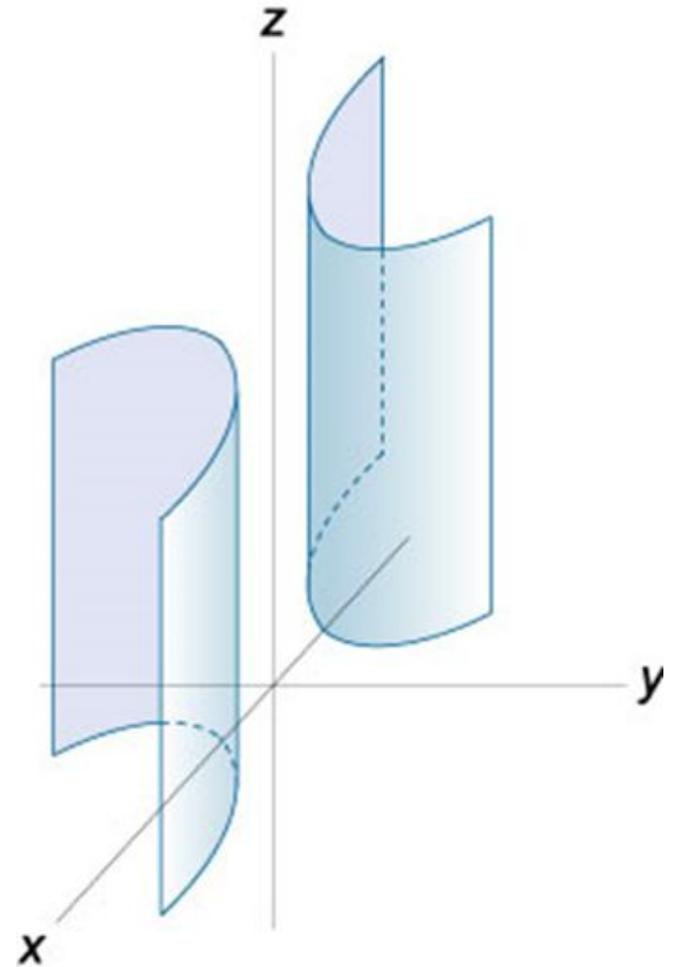
Эллиптический цилиндр

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



Гиперболический цилиндр

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



Параболический цилиндр

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

