

Устойчивость узла нагрузки

Статическая и динамическая устойчивость

Статическая устойчивость ???

Устойчивость в малом. Устойчивость при малых возмущениях. Применительно к ЭЭС, статическая устойчивость - это способность электроэнергетической системы восстанавливать исходное состояние (режим) после малых его возмущений.

Динамическая устойчивость ???

Устойчивость в большом. Устойчивость при больших возмущениях. Применительно к ЭЭС, динамическая устойчивость - это способность электроэнергетической системы восстанавливать исходное состояние (режим) после больших возмущений.

Решение систем линейных однородных ДУ (ОДУ)

$$\frac{dX}{dt} = AX$$

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

Матрица
коэффициентов

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Вектор
переменных
состояния

$$\frac{dX}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \dots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{pmatrix}$$

Вектор
первых
производных
переменных
состояния

Решение систем линейных ОДУ

$$\frac{dX}{dt} = AX$$

Решение системы ОДУ ищется в следующем виде:

$$X = \sum_{i=1}^n N_i e^{(\lambda_i)t} = N_1 e^{(\lambda_1)t} + N_2 e^{(\lambda_2)t} + \dots + N_n e^{(\lambda_n)t}$$

λ – собственные числа

N – собственные вектора

Собственные числа и вектора

- Собственный вектор матрицы – вектор, умножение матрицы на который дает тот же вектор, умноженный на некоторое число, называемое собственным числом матрицы.

$$AN = \lambda N$$

- A – матрица ОДУ;
- N – собственный вектор;
- λ – собственное число.

$$\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- $[-1 \ -6; 2 \ 6]$ – матрица;
- $[-2; 1], [-3; 2]$ – собственные вектора;
- 2 и 3 – собственные числа.

Поиск собственных чисел и векторов

$$AN = \lambda N$$

$$(A - E\lambda)N = 0$$

$$\det(A - E\lambda) = 0$$

- A – матрица ОДУ;
- N – собственный вектор;
- λ – собственное число.
- E – единичная матрица

Решение систем линейных ОДУ

$$x(t) = Ne^{\lambda t}$$

$$x(t) = Ne^{\alpha t + i\beta t} + Ne^{\alpha t - i\beta t}$$

$$\lambda \in \mathbb{R},$$

$$\lambda > 0.$$

$$\lambda \in \mathbb{Z},$$

$$\alpha > 0.$$

$$\lambda \in \mathbb{R},$$

$$\lambda < 0.$$

$$\lambda \in \mathbb{Z},$$

$$\alpha < 0.$$

Устойчивость системы линейных ОДУ

- **Линейная система устойчива**, если все собственные числа имеют отрицательные действительные части.
- **Линейная система неустойчива**, если хотя бы одно собственное число имеет положительную действительную часть.
- **Состояние линейной системы не определено**, если одно или более собственных чисел имеют действительную часть равную нулю, а все остальные собственные числа имеют отрицательные действительные части.

Анализ устойчивости системы нелинейных ДУ

$$\frac{dX}{dt} = AX$$

$$\frac{dX}{dt} = f(X)$$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\partial f(X_0)}{\partial X} X$$

$$\frac{\partial f(X_0)}{\partial X} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(X_0)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(X_0)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(X_0)}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

**Матрица Якоби
Якобиан**

Устойчивость системы **НЕ**линейных ДУ

- Если все собственные значения якобиана имеют *отрицательные действительные части*, то нулевое решение $X = 0$ исходной системы и линеаризованной является *устойчивым*.
- Если хотя бы одно собственное значение якобиана имеет *положительную действительную часть*, то нулевое решение $X = 0$ исходной системы и линеаризованной системы является *неустойчивым*.

Реактивная нагрузка узла

- Пренебрегая зависимостью реактивной мощности от частоты ($K_{qf}=0$), а также полагая, что $\beta=0$ ($Q=\text{const}$), получим:

$$Q_G = K_{qf} f + K_{qu} \left[V^\beta + T_{qu} \frac{dV}{dt} \right]$$

$$Q_G = K_{qu} + K_{qu} T_{qu} \frac{dV}{dt} = Q_L + \tau \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\tau} (Q_G - Q_L)$$

Нелинейная система Станция – Узел Нагрузки

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega,$$

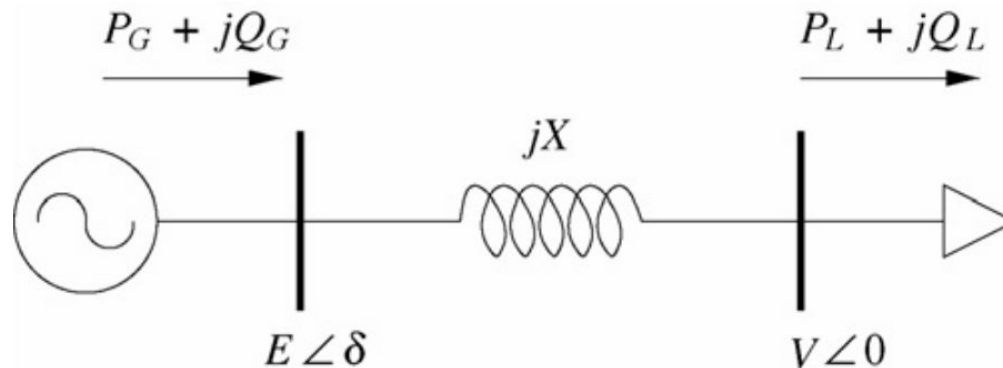
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M} \left(P_m - \frac{EV}{X} \sin \delta - D\omega \right).$$

$$Q_G(V, \delta) = -\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X} \cos \delta$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega,$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M} \left(P_L - \frac{EV}{X} \sin \delta - D\omega \right),$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\tau} (Q_G(V, \delta) - Q_L).$$



Нелинейная система Станция – Узел Нагрузки

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega,$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M} \left(P_L - \frac{EV}{X} \sin \delta - D\omega \right),$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(-\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X} \cos \delta - Q_L \right).$$

PQ нагрузка:

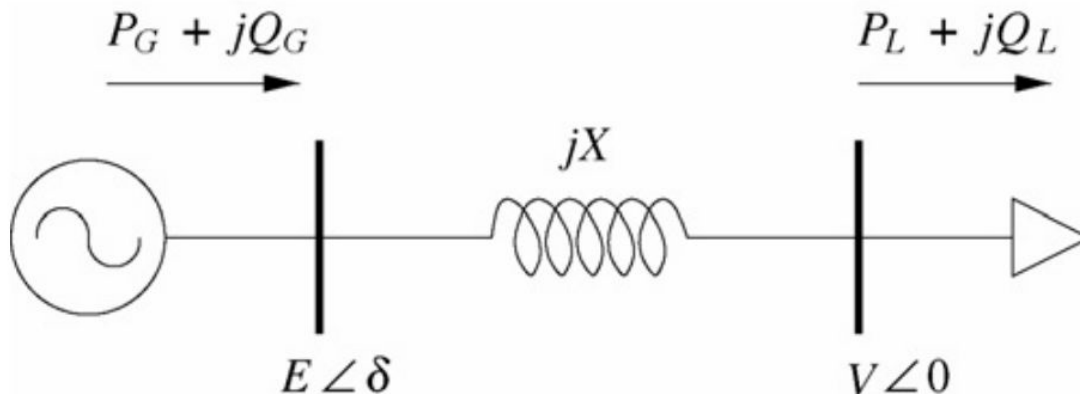
$$S_L = P_L + jQ_L$$

$$S_L = P_L + jkP_L$$

RL нагрузка (шунт):

$$S_L = P_L + jQ_L$$

$$S_L = V^2 G + jkV^2 G$$



PQ нагрузка

ЯКОБИАН?

$$\begin{aligned}\frac{d\delta}{dt} &= \omega, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{M} \left(P_L - \frac{EV}{X} \sin \delta - D\omega \right), \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{\tau} \left(-\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X} \cos \delta - kP_L \right).\end{aligned}$$

Принимаем PQ нагрузку с характеристиками:

$$S_L = P_L + jkP_L$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{EV}{MX} \cos \delta & -\frac{D}{M} & -\frac{E}{MX} \sin \delta \\ -\frac{EV}{\tau X} \sin \delta & 0 & \frac{1}{\tau X} [E \cos \delta - 2V] \end{pmatrix}$$

Исследование системы уравнений. Поиск предельной точки.

Поиск предельной точки ведется, как и при исследовании параллельной устойчивости, путем последовательного увеличения нагрузки приемной системы.

Параметры системы:

$M_0=0.1$; $D_0=0.1$; $X_0=0.5$; $E_0=1$; $\tau_0=0.001$; $k_0=0.5$;

Предельные значения:

$\omega_0=0$; $\delta_0=0.5535$; $V_0=0.5877$; $P=0.61805$

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ: ($SL=0.618+j*0.5*0.618$)

Каковы критерии предельного режима????

Исследование системы уравнений. Поиск предельной точки.

Необходимые и достаточные условия?

1. Условие необходимое, но недостаточное.
Должно существовать решение системы
нелинейных алгебраических уравнений.

$$0 = \omega,$$

$$0 = \frac{1}{M} \left(P_L - \frac{EV}{X} \sin \delta - D\omega \right),$$

$$0 = \frac{1}{\tau} \left(-\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X} \cos \delta - kP_L \right).$$

2. Необходимое и
достаточное:
выполнение
условия 1, а
также:

$$(\exists \lambda)(\operatorname{Re}\{\lambda\} = 0)$$

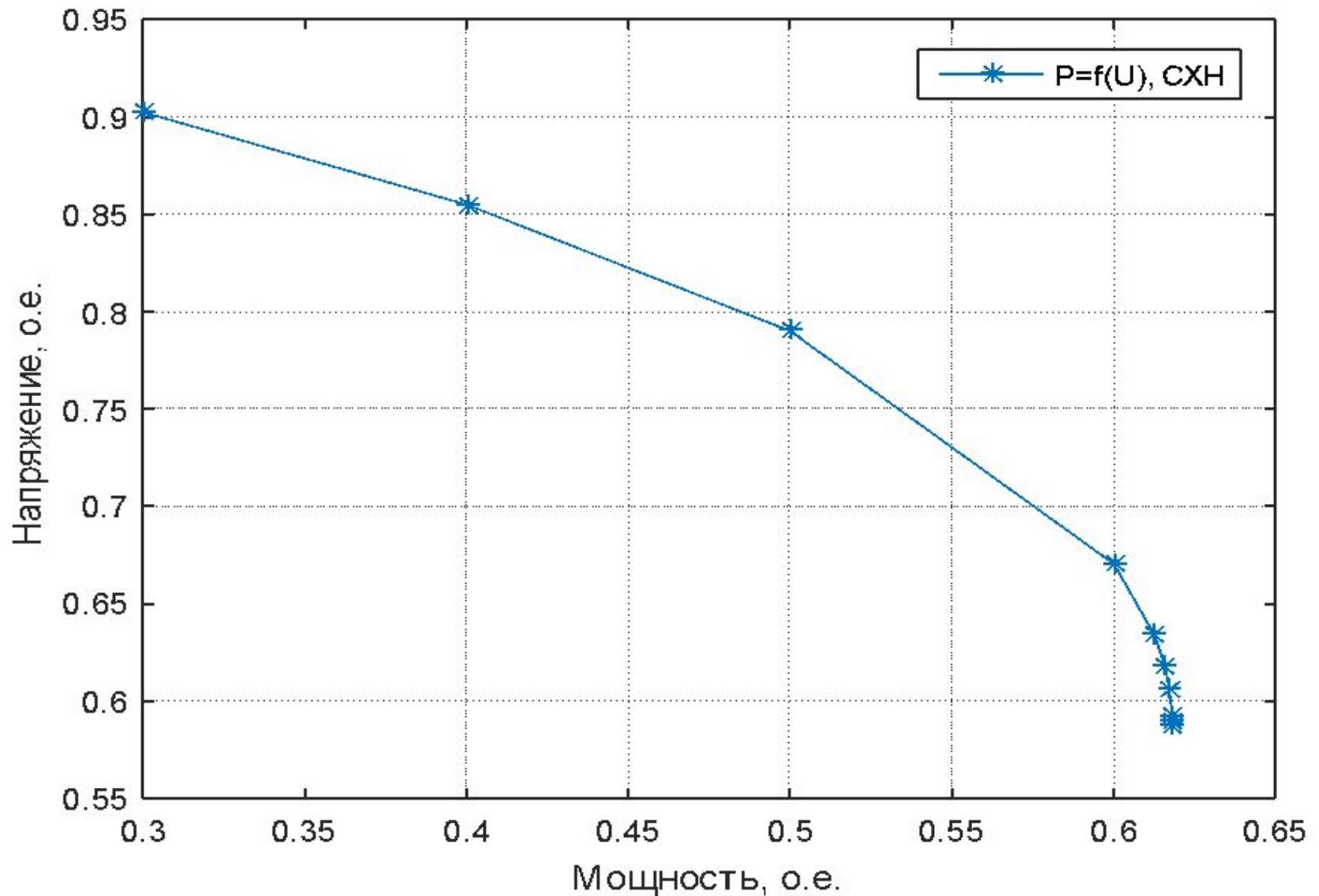
Поиск предельной точки. Метод деления (шага) пополам.

1. Выполняем расчеты для некоторого исходного значения мощности нагрузки **P_0** .
2. Задаем некоторую величину шага **dP** .
3. Выполняем расчет для следующей точки **$P_n = P(n-1) + dP$** . (На первом шаге $P(n-1) = P_0$).
4. Если решение существует, то при неизменном **dP** переходим к расчету следующей точки (**пункт 3**).
5. Если решение не существует, то принимаем **$dP = dP/2$** и аналогично переходим к расчету следующей точки (**пункт 3**).
6. **Каков критерий остановки?**

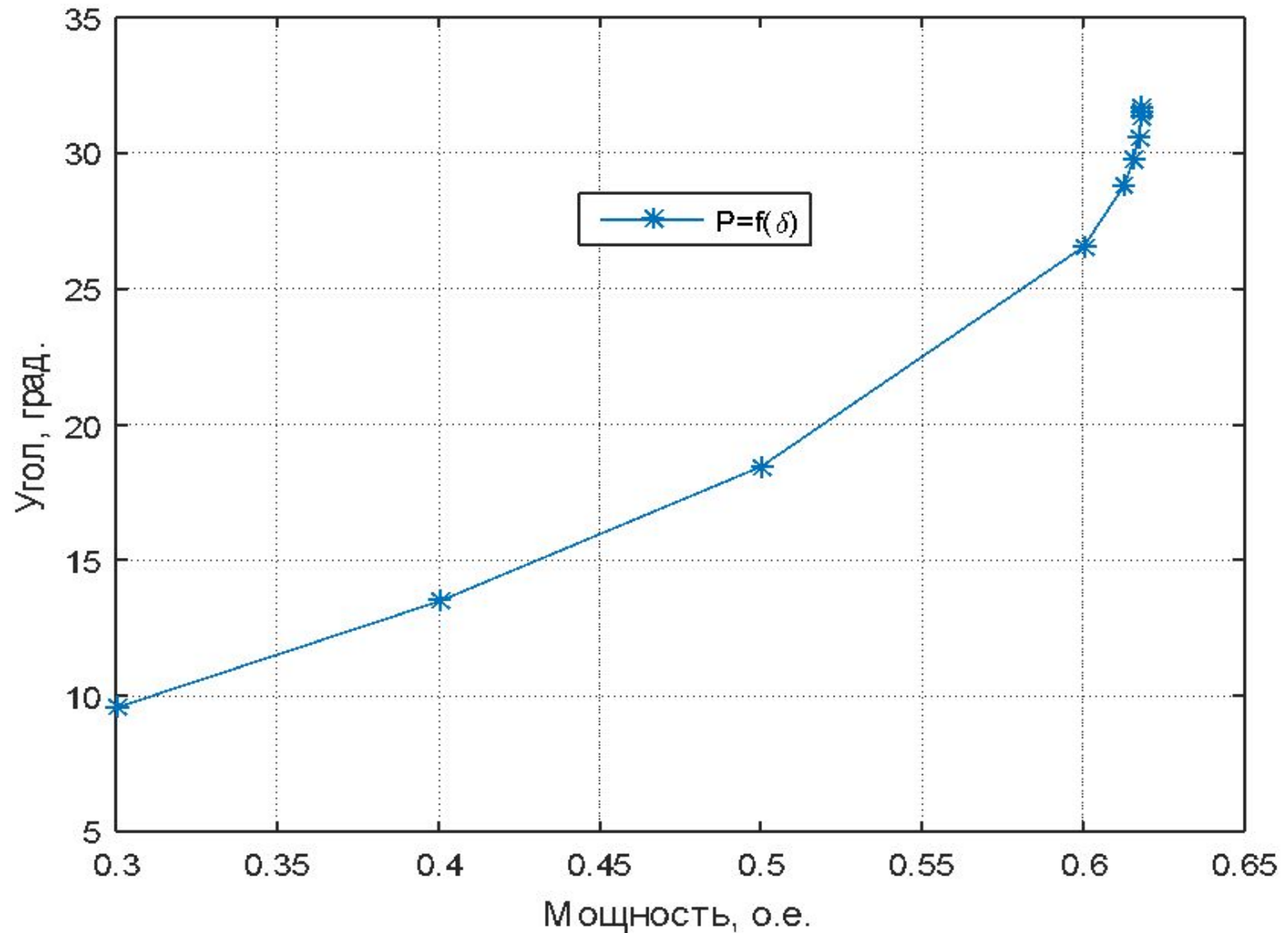
Поиск предельной точки.

P, о.е.	δ, град.	V, о.е.
0,3	9,561282	0,903057
0,4	13,52185	0,855373
0,5	18,43495	0,790569
0,6	26,56505	0,67082
0,6125	28,86594	0,634371
0,615625	29,83653	0,618685
0,617188	30,60262	0,606178
0,617969	31,40799	0,592914
0,618018	31,56226	0,59036
0,618042	31,71764	0,587786
0,618054	31,71789	0,587788

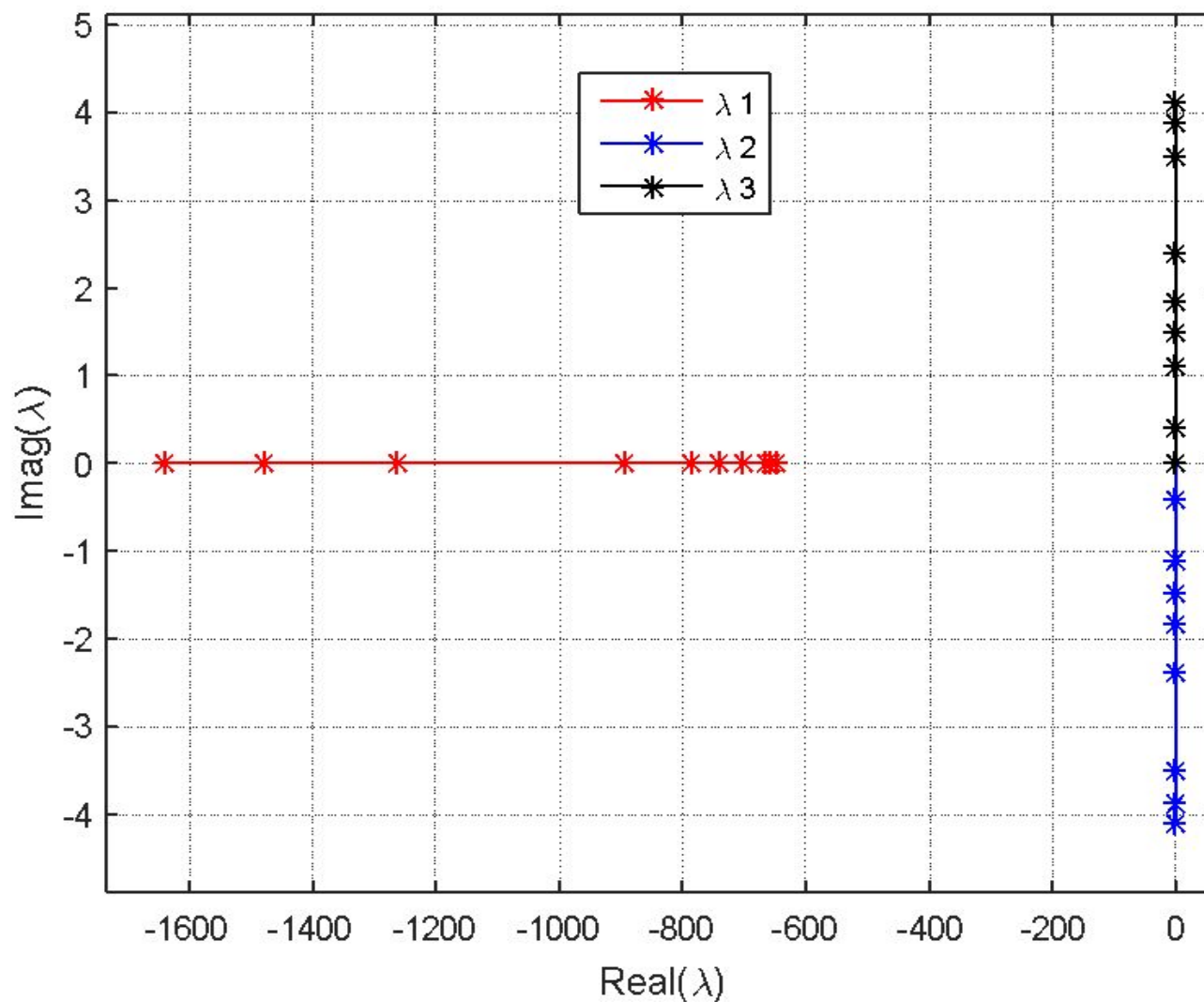
Поиск предельной точки. $Q=f(U)$. СХН.



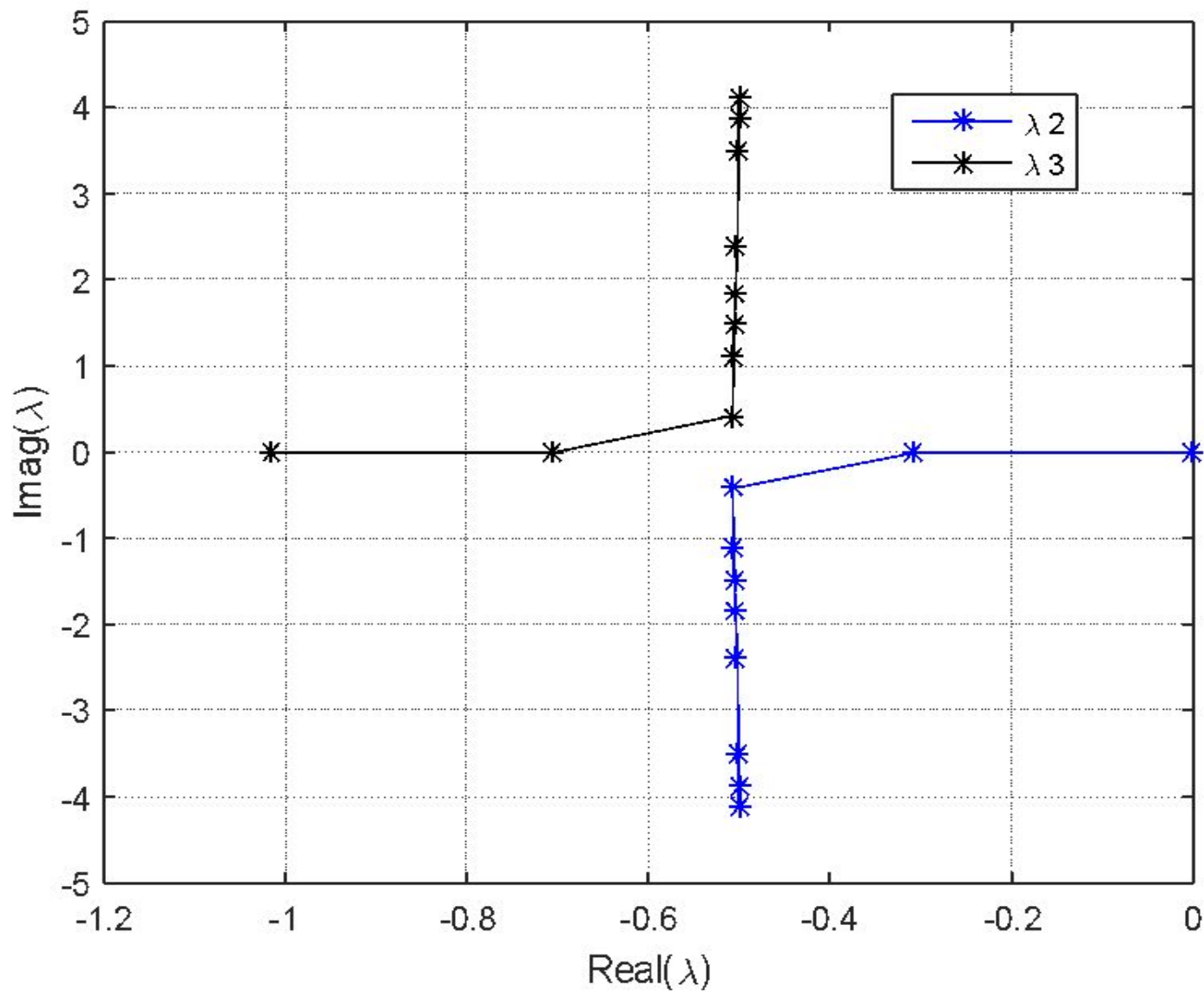
Поиск предельной точки. $Q=f(\delta)$



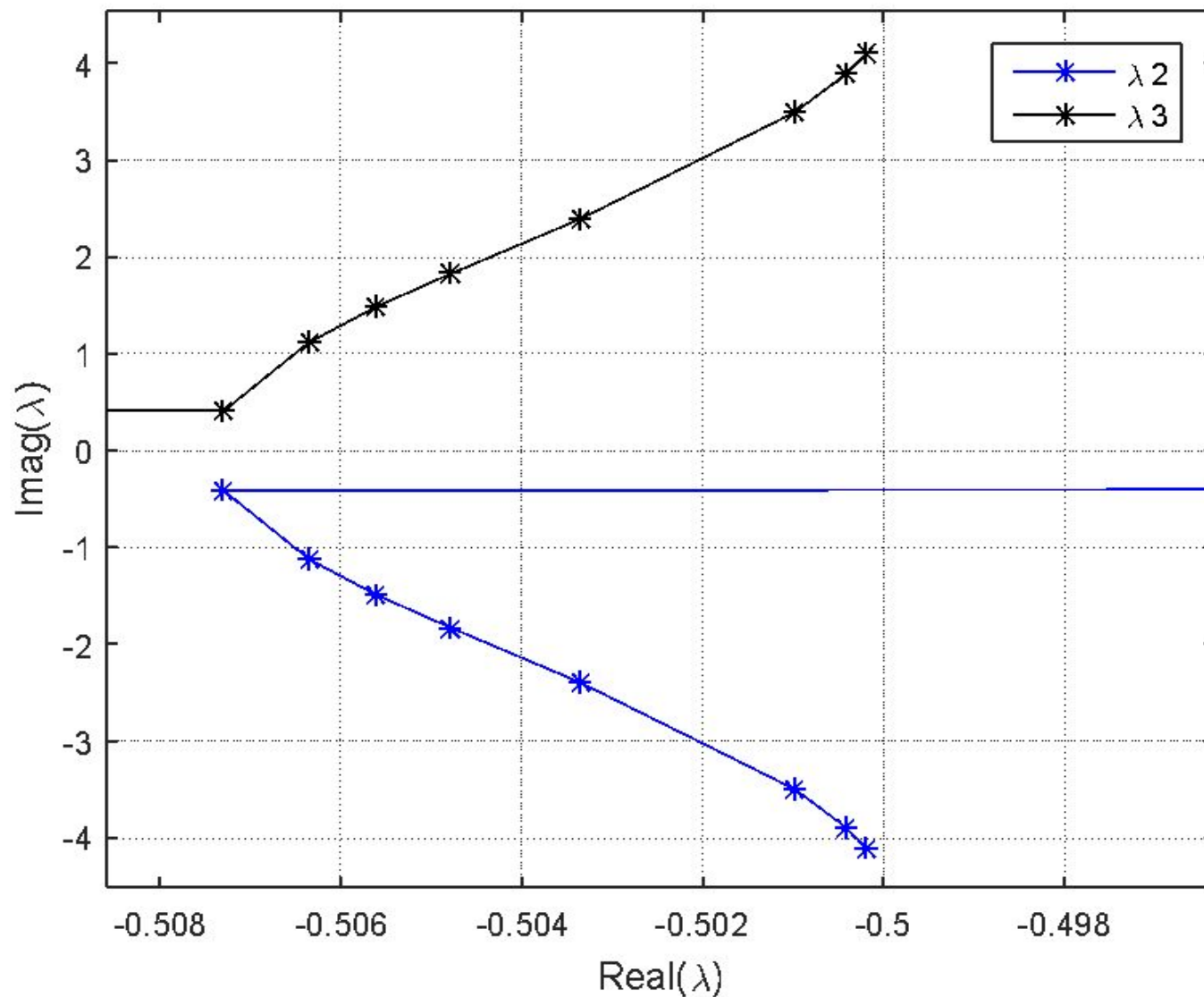
Динамика движения собственных чисел



Динамика движения собственных чисел



Динамика движения собственных чисел



Нелинейная система Станция – Узел Нагрузки PQ

```
1 M0=0.1; D0=0.1; X0=0.5; E0=1; P0=0.617;tau0=0.001;k0=0.5;
2 parameters<-c(M=M0,D=D0,X=X0,E=E0,P=P0,tau=tau0,k=k0)
3 #(dx/dt=0)
4 omega0=0
5 delta0=0.5320689
6 v0=0.6081007
7 state<-c(delta=delta0,omega=omega0,v=v0)
8 Parallel<-function(t,state,parameters){
9   with(as.list(c(state,parameters)),{
10     dDelta<-omega
11     domega<-1/M*(P-E*v*sin(delta)/X-D*omega)
12     dv<-1/tau*(-k*P-V^2/X+E*v*cos(delta)/X)
13     list(c(dDelta,domega,dv))
14   })
15 }
16 times<-seq(0,30,by=0.01)
17 library(deSolve)
18 out<-ode(y=state,times=times,func=Parallel,parms=parameters)
19 plot(out)
```

Задание на понедельник!!!

Записать Якобиан для шунтовой нагрузки!

Система нелинейных уравнений:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega,$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M} \left(V^2 G - \frac{EV}{X} \sin \delta - D\omega \right),$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(-\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X} \cos \delta - kV^2 G \right).$$