Статическая устойчивость

Статическая и динамическая устойчивость

Статическая устойчивость ???

Устойчивость в малом. Устойчивость при малых возмущениях. Применительно к ЭЭС, статическая устойчивость - это способность электроэнергетической системы восстанавливать исходное состояние (режим) после малых его возмущений.

Динамическая устойчивость ???

Устойчивость в большом. Устойчивость при больших возмущениях. Применительно к ЭЭС, динамическая устойчивость - это способность электроэнергетической системы восстанавливать исходное состояние (режим) после больших возмущений.

Решение систем линейных однородных ДУ (ОДУ)

$$\frac{dX}{dt} = AX$$

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

Матрица коэффициентов

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Вектор переменных состояния

$$\frac{dX}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \dots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{pmatrix}$$

Вектор первых производных переменных состояния

Решение систем линейных ОДУ

$$\boxed{\frac{dX}{dt} = AX}$$

Решение системы ОДУ ищется в следующем виде:

$$X = \sum_{i=1}^{n} N_i e^{(\lambda i)t} = N_1 e^{(\lambda_1)t} + N_2 e^{(\lambda_2)t} + \ldots + N_n e^{(\lambda n)t}$$

$\lambda -$ *собственные числа*

N -собственные вектора

Собственные числа и вектора

- Собственный вектор матрицы – вектор, умножение матрицы на который дает тот же вектор, умноженный на некоторое число, называемое собственным числом матрицы.

$$AN = \lambda N$$

- *A* – матрица ОДУ;
- *N* – собственный вектор;
- *λ* – собственное число.

$$\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- *[-1 -6; 2 6]* – матрица;
- *[-2;1], [-3;2]* – собственные вектора;
- *2 и 3* – собственные числа.

Поиск собственных чисел и векторов

$$AN = \lambda N$$

$$\left(A - E\lambda\right)N = 0$$

$$\det\left(A - E\lambda\right) = 0$$

- *A* – матрица ОДУ;
- *N* – собственный вектор;
- *λ* – собственное число.
- *E* – единичная матрица

Решение систем линейных ОДУ

$$x(t) = Ne^{\lambda t}$$

$$x(t) = Ne^{\alpha t + i\beta t} + Ne^{\alpha t - i\beta t}$$

$$\lambda \in \Re,$$

$$\lambda > 0.$$

$$\lambda \in Z,$$

$$\alpha > 0.$$

$$\lambda \in \Re,$$

$$\lambda < 0.$$

$$\lambda \in Z,$$

$$\alpha < 0.$$

Устойчивость системы линейных ОДУ

- **Линейная система устойчива**, если все собственные числа имеют отрицательные действительные части.
- **Линейная система неустойчива**, если хотя бы одно собственное число имеет положительную действительную часть.
- **Состояние линейной системы не определено**, если одно или более собственных чисел имеют действительную часть равную нулю, а все остальные собственные числа имеют отрицательные действительные части.

Анализ устойчивости системы нелинейных ДУ

$$\boxed{\frac{dX}{dt} = AX} \qquad \boxed{\frac{dX}{dt} = f(X)}$$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\partial f(X_0)}{\partial X} X$$

$$\frac{\partial f(X_0)}{\partial X} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(X_0)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(X_0)}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(X_0)}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

Матрица Якоби
Якобиан

Устойчивость системы НЕлинейных ДУ

- Если все собственные значения якобиана имеют *отрицательные действительные части*, то нулевое решение $X = 0$ исходной системы и линеаризованной является *устойчивым*.

- Если хотя бы одно собственное значение якобиана имеет *положительную действительную часть*, то нулевое решение $X = 0$ исходной системы и линеаризованной системы вляется *неустойчивым*.

Нелинейная система Станция - ШБМ

$$\boxed{\begin{aligned}&\frac{d\delta}{dt}=\omega,\\&\frac{d\omega}{dt}=\frac{1}{M}\left(P_m-\frac{EV}{X}\sin\delta-D\omega\right).\end{aligned}}$$

$$\frac{\partial f\left(X_0\right)}{\partial X}=\begin{pmatrix}\dfrac{\partial(\omega)}{\partial\delta} & \dfrac{\partial(\omega)}{\partial\omega}\\[2ex] \dfrac{\partial\left(\dfrac{1}{M}\left(P_m-\dfrac{EV}{X}\sin\delta-D\omega\right)\right)}{\partial\delta} & \dfrac{\partial\left(\dfrac{1}{M}\left(P_m-\dfrac{EV}{X}\sin\delta-D\omega\right)\right)}{\partial\omega}\end{pmatrix}$$

Нелинейная система Станция - ШБМ

$$\frac{\partial f(X_0)}{\partial X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{EV}{MX}\cos\delta & -\frac{D}{M} \end{pmatrix}$$

$$\lambda^2 + \frac{\lambda D}{M} + \frac{EV}{MX}\cos\delta = 0$$

$$\det\begin{pmatrix} 0-\lambda & 1 \\ -\frac{EV}{MX}\cos\delta & -\frac{D}{M}-\lambda \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= -\frac{D}{M} + \sqrt{\left(\frac{D}{M}\right)^2 - \frac{4EV}{MX}\cos\delta} \\ x_2 &= -\frac{D}{M} - \sqrt{\left(\frac{D}{M}\right)^2 - \frac{4EV}{MX}\cos\delta} \end{aligned}}$$

$$\lambda\left(\frac{D}{M} + \lambda\right) + \frac{EV}{MX}\cos\delta = 0$$

Анализ собственных чисел системы ШБМ

- Проведем анализ на тестовой схеме со следующими параметрами: M0=0.1; D0=0.1; X0=0.5; E0=1; Pm0=1.5; V0=1.
- D/M=1, 4EV/MX=4/(0.1*0.5)=80.
- X1=-1 + sqrt(1-80*cos(δ));
- X2=-1 - sqrt(1-80*cos(δ));
- δЄ[0, π/2); cos(δ) Є[1, 0), X1 и X2 – комплексные числа с отрицательной действительной частью. Система статически колебательно устойчива.
- δЄ[π/2, π]; cos(δ) Є(0, -1], как минимум одно **положительное** действительное собственное число. Система статически апериодически **НЕустойчива**.
- δ≡π/2, неопределенная ситуация, так как X1 ≡ 0, X2<0.

Нелинейная система Станция - ШБМ

Source on Save

```
M0=0.1; D0=0.1; X0=0.5; E0=1; Pm0=0.5; V0=1
parameters<-c(M=M0,D=D0,X=X0,E=E0,Pm=Pm0,V=V0)
#(dX/dt=0)
omega0=0
delta0=asin(Pm0*X0/E0/V0)
state<-c(delta=delta0,omega=omega0)
Parallel<-function(t,state,parameters){
  with(as.list(c(state,parameters)),{
    dDelta<-omega
    dOmega<-1/M*(Pm-E*V*sin(delta)/X-D*omega)
    list(c(dDelta,dOmega))
  })
}
times<-seq(0,15,by=0.01)
library(deSolve)
out<-ode(y=state,times=times,func=Parallel,parms=parameters)
plot(out)
```

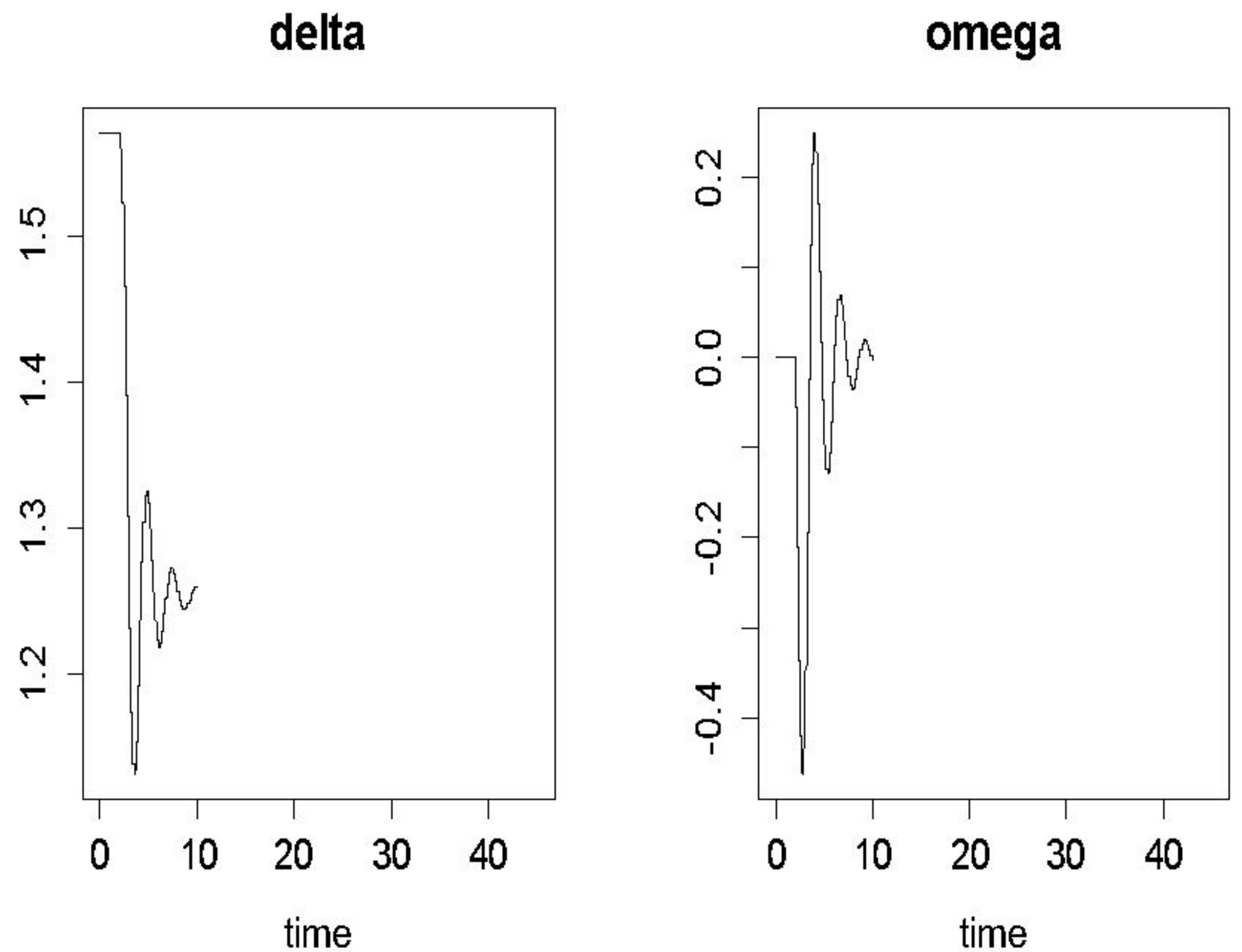
Анализ статической устойчивости ШБМ

- $\delta \equiv \pi/2$ – точка, отделяющая состояния устойчивого и неустойчивого равновесий. При $\delta \equiv \pi/2$ $P_{m0max} \equiv 2.0$.
- Рассмотрим положительное и отрицательное малые изменения мощности вблизи точки $\delta \equiv \pi/2$.
- В соответствии с предшествующим анализом, система должна быть статически колебательно **устойчива** при отклонении $P_{m0max}-dP$ и статически апериодически **неустойчива** при $P_{m0max}+dP$, где dP – малое изменение механической мощности турбины.

Устойчивость ШБМ. Pm0max-dP

```
state<-c(delta=delta0,omega=omega0)
Parallel<-function(t,state,parameters){
  with(as.list(c(state,parameters)),{
    if(1){
      if(t>2){
        Pm=1.9;
      }
    }
```

Снижение мощности на 0.1 о.е.

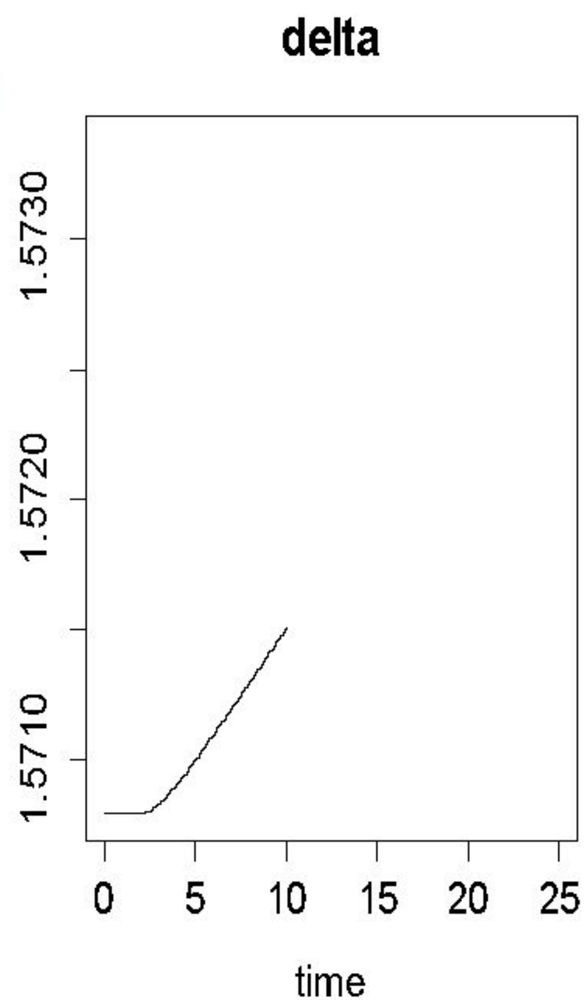


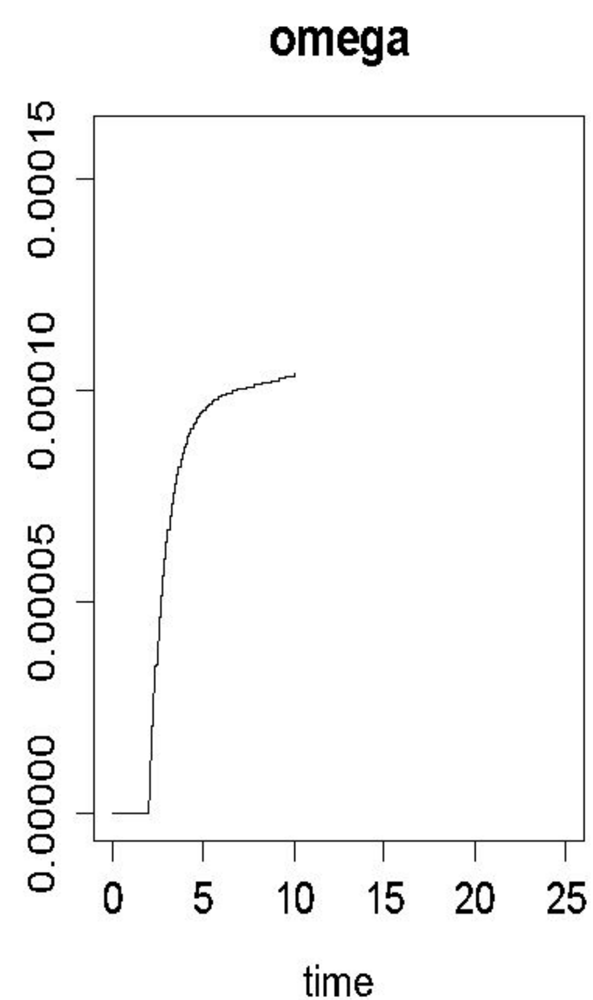
Система статически колебательно устойчива

Устойчивость ШБМ. Pm0max+dP

```
state<-c(delta=delta0,omega=omega0)
Parallel<-function(t,state,parameters){
  with(as.list(c(state,parameters)),{
    if(1){
      if(t>2){
        Pm=2.00001;
      }
    }
```

<u>Увеличение мощности на 0.00001 о.е.</u>





Система статически апериодически **<u>НЕустойчива</u>**

Работа в статически неустойчивой точке

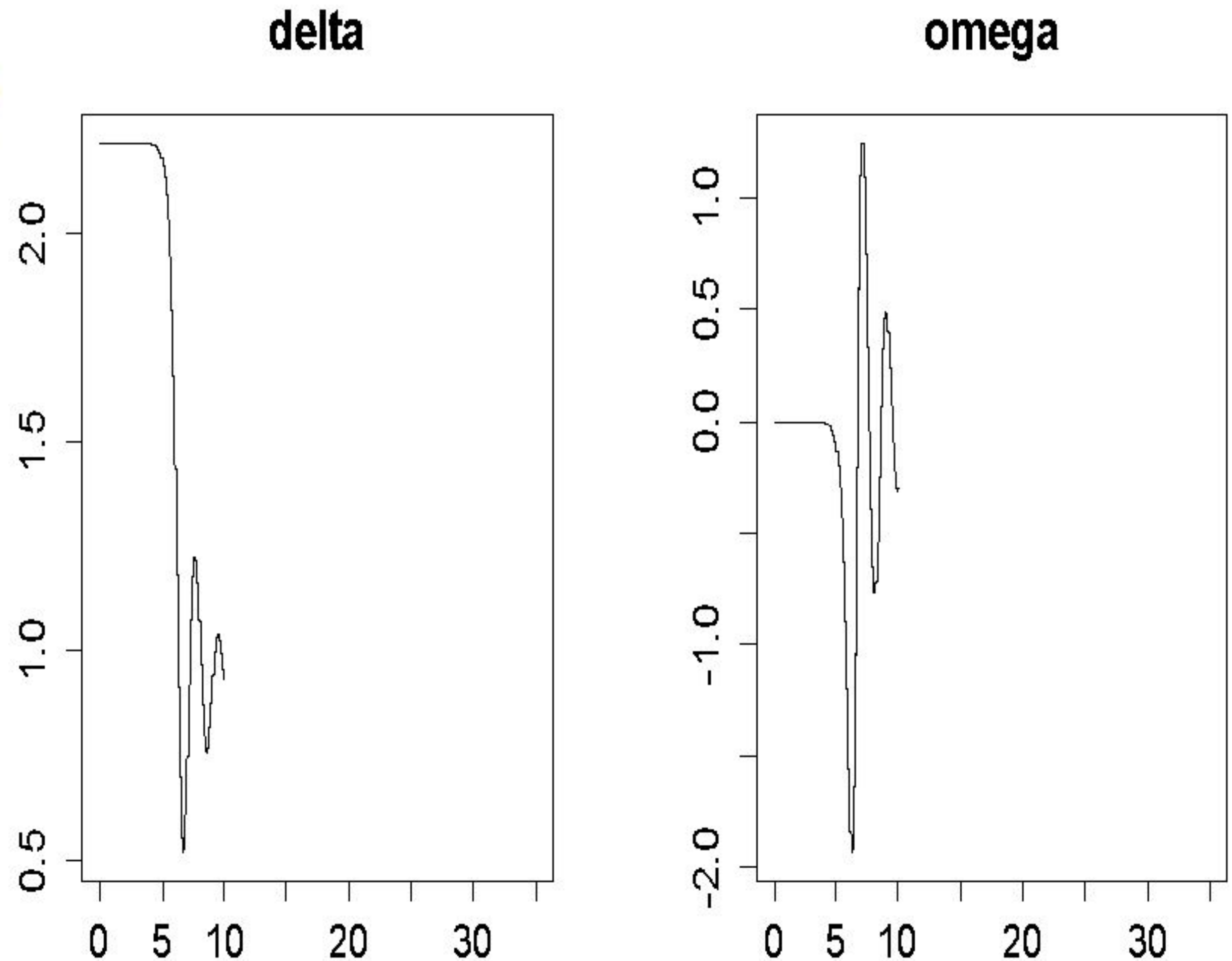
- $\delta 0$=0.93рад=53град. – статически устойчивая точка, которой соответствует $Pm0$=1.6о.е.
- $\delta 0 = \pi$ - 0.93рад=127град. – статически **НЕустойчивая** точка, которой также соответствует $Pm0$=1.6о.е.
- Аналогично. Рассмотрим положительное ($Pm0+dP$) и отрицательное ($Pm0-dP$) малые изменения мощности вблизи точки $\delta 0 = \pi$ - 0.93 рад=127град.

Работа в статически неустойчивой точке

Pm0-dP

```
state<-c(delta=delta0,omega=omega0)
Parallel<-function(t,state,parameters){
  with(as.list(c(state,parameters)),{
    if(1){
      if(t>2){
        Pm=1.59999;
      }
    }
```

Снижение мощности на 1e-5 о.е.



Работа в статически неустойчивой точке Pm0+dP

```
state<-c(delta=delta0,omega=omega0)
Parallel<-function(t,state,parameters){
  with(as.list(c(state,parameters)),{
    if(1){
      if(t>2){
        Pm=1.60001;
      }
    }
```

Увеличение мощности на 1e-5 о.е.