

# Лекция №2

## по дисциплине : «Метрология стандартизация и сертификация»

---

Тема: «Теория погрешностей»

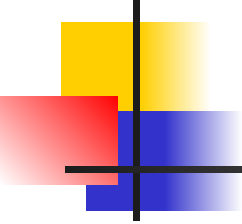
Учебные вопросы:

Вопрос №1 Основные свойства и классификация погрешностей измерений

Вопрос №2 Систематические и грубые погрешности, способы их обнаружения.

Вопрос №3 Случайные погрешности и способы их обнаружения.

В теории погрешностей  
существует два основных  
направления.



---

Первое – погрешности средств  
измерения.

Второе – погрешности измерений.

# Погрешность средств измерений.

Погрешность средств измерений – разность между показаниями средства измерения и истинным (действительным) значением измеряемой физической величины.

Для меры показанием является ее номинальное значение; а для рабочего средства измерения настоящим (действительным) значением измеряемой величины считается показание рабочего эталона более низкого разряда.

Номинальное значение средства измерения – значение физической величины, определенное в соответствии с паспортом средства измерения.

Для сравнения оценки средств измерений используется понятие «точность» средства измерений – это характеристика качества средства измерений отражающая близость его погрешности к нулю.

# Погрешность измерений.

Понятие погрешности характеризует несовершенство измерения. Позитивной характеристикой качества измерений является точность измерения. Точность и погрешность связаны обратной зависимостью – измерение тем более точно, чем меньше его погрешность.

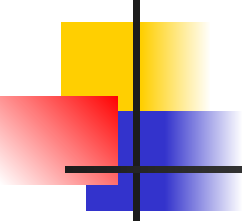
Погрешность измерения встречается всегда при любых видах измерений и определяется метрологами как отклонение результата измерения от действительного размера измеряемой величины.

В числовых величинах *погрешность измерения*  $\Delta X$  (дельта икс) подсчитывают как разность между результатом измерения  $X_{\text{изм.}}$  и действительным размером  $X_{\text{дейст.}}$  измеряемой величины:

$$\Delta X = X_{\text{дейст.}} - X_{\text{изм.}} \quad (1).$$

Процесс оценки погрешности измерений считается одним из важнейших мероприятий в вопросе обеспечения единства измерений.

# Вопрос №1



---

**Основные свойства и классификация  
погрешностей измерений**

# погрешностей.

Истинное значение физической величины – значение физической величины, которое идеальным образом отражало бы в количественном и качественном отношениях соответствующее свойство объекта (согл.16263-70).

Результат любого измерения отличается от истинного значения физической величины на некоторое значение, зависящее от точности средств и методов измерения, квалификации оператора, условий, в которых проводилось измерение, и т. д.

Поскольку определить истинное значение физической величины в принципе невозможно, т. к. это потребовало бы применения идеально точного средства измерений, то на практике вместо понятия истинного значения физической величины применяют понятие действительного значения измеряемой величины, которое настолько точно приближается к истинному значению, что может быть использовано вместо него. Это может быть, например, результат измерения физической величины образцовым средством измерения.

# измерений.

Существует огромное множество факторов, оказывающих влияние на точность измерения, следовательно любая классификация погрешностей измерения достаточно условна.

## По способу выражения

- абсолютная
- относительная
- приведенная

## По источнику возникновения

- методические
- личные (субъективные)
- инструментальные

## По условиям возникновения

- основные
- дополнительные

## По характеру проявления во времени

- систематические
- случайные
- промахи

## По зависимости от входящей величины

- аддитивные
- мультипликативные
- нелинейные

## По зависимости от инерционности

- статические
- динамические

# измерений.

## 1. По способу выражения:

- абсолютные – это значение, вычисляемое как разность между значением величины, полученной в процессе измерения, и настоящим (действительным) значением данной величины. Абсолютная погрешность вычисляется по следующей формуле:

$$\Delta = X_{и} - X_{д} \quad (2.)$$

где:  $X_{и}$  - измеренная величина

$X_{д}$  - действительная величина

- относительная – погрешность измерения, выраженная отношением абсолютной погрешности измерения к действительному или измеренному значению измеряемой величины:

$$\delta = \frac{X_{и} - X_{д}}{X_{д}} * 100\%$$

где:  $X_{и}$  - измеренная величина

$X_{д}$  - действительная величина

- приведенная – это значение, вычисляемое как отношение значения абсолютной погрешности к нормативному значению.

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_{N}} * 100\% \quad (4.)$$



# ИЗМЕРЕНИЙ.

## 2. По источнику возникновения:

- методические – это погрешности, возникающие по следующим причинам: неточность построения модели физического процесса, на котором базируется средство измерения.
- личные (субъективные) – это погрешности возникающие из-за низкой степени квалификации оператора средства измерения, а так же из-за погрешности зрительных органов человека, т.е. причиной возникающей субъективной погрешности является человеческий фактор.
- инструментальные – это погрешности , возникающие из-за допущенных в процессе изготовления функциональных частей средств измерения ошибок.

## 3. По условиям возникновения

- Основные – регламентируются при нормативных условиях производства измерений.
- Дополнительные – учитываются при изменении нормативных условий измерений.

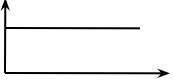
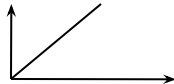

# ИЗМЕРЕНИЙ.

## 4. По характеру изменения во времени:

- систематическая – это составляющая часть всей погрешности результата измерений, не изменяющаяся или изменяющаяся закономерно при многократных измерениях одной и той же величины.
- случайная – вторая составляющая изменяющаяся при повторных измерениях того же самого параметра случайным образом.
- промахи – это случайные погрешности намного превышающие предполагаемые в данных условиях проведения измерений систематические и случайные погрешности. Промахи и грубые погрешности могут появиться из-за грубых ошибок в процессе проведения измерений, технической неисправности средства измерения, неожиданного изменения внешних условий.

# ИЗМЕРЕНИЙ.

## 5. По зависимости от входящих величин:

- аддитивные – это погрешности, возникающие по причине суммирования численных значений и не зависящие от значения измеряемой величины, взятого по модулю (абсолютного). 
- мультипликативные – это погрешности изменяющиеся прямо пропорционально измеряемой величине, вместе с изменением значения величины, подвергающейся измерениям. 
- нелинейные – это погрешности имеющие не линейную зависимость от измеряемой величины. 

## 6. По зависимости от инерционности.

- статические - это погрешности, которые возникают в процессе измерения постоянной (не изменяющейся во времени) величины.
- динамические - это погрешности, численное значение которых вычисляется как разность погрешностей возникающих при измерении непостоянной (переменной во времени) величины, и статической погрешностью (погрешностью значения измеряемой величины в определенный момент времени).

## Вопрос №2

Систематические и грубые погрешности, способы их обнаружения.

# Систематические погрешности.

Систематическая погрешность – составляющая погрешности измерения, сохраняющаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при многократных измерениях величины в одних и тех же условиях.

## Постоянная систематическая погрешность

- Это погрешность длительное время сохраняющая свое значение (например, в течении всей серии измерений)  
Эта погрешность встречается наиболее часто.

## Переменная систематическая погрешность

### Прогрессивная систематическая погрешность

- Это непрерывно возрастающая погрешность (например, от постоянного устойчивого износа измерительных приборов.

### Периодическая систематическая погрешность

- Погрешность, значение которой является функцией времени или функцией перемещения указателя измерительного прибора.

# Основные причины появления систематических погрешностей.

Наличие погрешностей в средствах измерения

- инструментальные погрешности. Являются предметом специальной дисциплины — теории точности измерительных устройств.

Несовершенство метода измерений или допущенных его упрощений

- проистекает от ошибочности или недостаточной разработки принятой теории метода измерений.

Недостаточная квалификация оператора

- ее называют личной погрешностью и обусловлена она индивидуальными особенностями наблюдателя..

Погрешности, обусловленные неправильной установкой и взаимным расположением средств измерения.

# Способы исключения

## систематических погрешностей.

1. Ликвидация причин и источников погрешностей до начала проведения измерений. Данный способ является самым оптимальным вариантом, так как его использование упрощает дальнейший ход измерений (нет необходимости исключать погрешности в процессе уже начатого измерения или вносить поправки в полученный результат).
2. Корректировка результатов измерения посредством внесения поправки (устранение погрешности путем вычислений)
3. Определение пределов систематической погрешности в случае, если ее нельзя устранить.

## погрешностей.

4. Устранение погрешностей в процессе уже начатого измерения. Для устранения систематических погрешностей в процессе уже начатого измерения различают способы:

### 4.1 Способ введения поправок

Базируется на знании систематической погрешности и действующих закономерностей ее изменения.

### 4.2. Способ замещения

Состоит в том, что измеряемая величина заменяется мерой, помещенной в те же самые условия в которых находится объект измерения.

### 4.3. Способ компенсации погрешности по знаку

Состоит в том, что измерения выполняются два раза таким образом, чтобы погрешность неизвестная по величине, включалась в результаты измерений с противоположным знаком.

### 4.4. Способ противопоставления

Состоит в том, что измерения выполняются два раза таким образом, чтобы источник погрешности при первом измерении противоположным образом действовал на результат второго измерения.



# Грубые погрешности.

Грубая погрешность (или промах) – это случайная погрешность результата отдельного измерения, входящего в ряд измерений, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда.

Источником грубых погрешностей нередко бывают резкие изменения условий измерения и ошибки, допущенные оператором. К ним относятся:

- неправильный отсчет по шкале измерительного прибора, происходящий из-за неверного учета цены малых делений шкалы;
- неправильная запись результата наблюдений, значений отдельных мер использованного набора, например гирь;
- хаотические изменения параметров питающего СИ напряжения, например его амплитуды или частоты.

Грубые погрешности, как правило, возникают при однократных измерениях и устраняются обычно путем повторных измерений. Их причинами могут быть внезапные и кратковременные изменения условий измерения или оставшиеся незамеченными неисправности в

# погрешностей.

Для уменьшения вероятности появления промахов измерения проводят два-три раза и за результат принимают среднее арифметическое полученных отсчетов.

При многократных измерениях для обнаружения промахов используют статические критерии, предварительно определив, какому виду распределения соответствует результат измерений.

Вопрос о том, содержит ли результат наблюдений грубую погрешность, решается общими методами проверки статических гипотез. Пользуясь определенными статистическими критериями, пытаются опровергнуть выдвинутую гипотезу – результат наблюдений  $x$  не содержит грубой погрешности, т.е. является одним из значений измеряемой величины.

Если это удастся доказать, то результат наблюдений рассматривают как содержащий грубую погрешность и его исключают.

Для выявления грубых погрешностей задаются вероятностью  $q$  (уровнем значимости) того, что сомнительный результат действительно мог иметь место в данной совокупности результатов измерений.

# Критерий «Трех сигм»

Критерий трех сигм применяется для результатов измерений, распределенных по нормальному закону. По этому критерию считается, что результат, возникающий с вероятностью  $P = 0,0027$ , маловероятен, и его можно считать промахом, если

$$x_{\min} < \bar{X} - 3s$$

$$x_{\max} > \bar{X} + 3s$$

где:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$\bar{X}$  - среднее арифметическое результатов измерения,

$s$  - среднее квадратическое отклонение результатов наблюдений.

Данный критерий дает достаточно надежные результаты только при  $n > 30$ .

# Критерий «Шарлье»

Критерий Шарлье применяют лишь для рядов, количество измерений в которых  $n > 20$ . Если количество результатов измерений больше 20, то по Бернулли число результатов, превышающих по абсолютному значению  $K_{Ш} \sigma_X$ , будет равно  $n[1 - \Phi(K_{Ш})]$ , где  $\Phi(K_{Ш})$  - значение нормированной функции Лапласа для  $Z = K_{Ш}$ .

Если сомнительным в ряду наблюдений является один результат, то

$$n[1 - \Phi(K_{Ш})] = 1, \quad (3)$$

отсюда

$$\Phi(K_{Ш}) = \frac{n-1}{n}$$

Критические значения критерия Шарлье можно определить по табл.1 или вычислить по формуле:

$$K_{Ш} = \frac{0,3381 + 0,71441 \cdot \ln n}{1 + 0,0885 \cdot \ln n} (0,1747\%) \quad (4)$$

(для  $5 \leq n \leq 100$  P=0,95)

Таблица 1.

Критерий Шарлье применяют лишь для рядов, количество измерений в которых $n > 20$ . Если количество результатов измерений больше 20, то по Бернулли число результатов, превышающих по абсолютному значению $K_{Ш} \sigma_X$ , будет равно $n[1 - \Phi(K_{Ш})]$ , где $\Phi(K_{Ш})$ - значение нормированной функции Лапласа для $Z = K_{Ш}$ .			
Если сомнительным в ряду наблюдений является один результат, то		$n[1 - \Phi(K_{Ш})] = 1,$	(3)
отсюда		$\Phi(K_{Ш}) = \frac{n-1}{n}$	
Критические значения критерия Шарлье можно определить по табл.1 или вычислить по формуле:			
		$K_{Ш} = \frac{0,3381 + 0,71441 \cdot \ln n}{1 + 0,0885 \cdot \ln n} (0,1747\%)$	(4)
(для $5 \leq n \leq 100$ P=0,95)			

# Критерий «Шарлье» (продолжение)

Критерий Шарлье применяют лишь для рядов. Если для кот-го модуль разности данного результата и среднего ариф-го превосходит  $K_{Ш} \cdot S_x$  больше 20, то по Бернулли число результатов, превышающих по абсолютному значению  $K_{Ш} \sigma_x$ , будет равно  $n[1 - \Phi(K_{Ш})]$ , где  $\Phi(K_{Ш})$  - значение нормированной функции Лапласа для  $Z = K_{Ш}$ .

Если сомнительным в ряду наблюдений является один результат, то

$$n[1 - \Phi(K_{Ш})] = 1, \quad (3)$$

отсюда

$$\Phi(K_{Ш}) = \frac{n-1}{n}$$

Критические значения критерия Шарлье можно определить по табл.1 или вычислить по формуле:

$$K_{Ш} = \frac{0,3381 + 0,71441 \cdot \ln n}{1 + 0,0885 \cdot \ln n} (0,1747\%) \quad (4)$$

(для  $5 \leq n \leq 100$ ?  $P=0,95$ )

Таблица 1.

# исключения грубых погрешностей и промахов

Критерий Шарлье применяют лишь для рядов, количество измерений в которых  $n > 20$ . Если количество результатов измерений больше 20, то по Бернулли число результатов, превышающих по абсолютному значению  $K_{Ш} \sigma_X$ , будет равно  $n[1 - \Phi(K_{Ш})]$ , где  $\Phi(K_{Ш})$  - значение нормированной функции Лапласа для  $Z = K_{Ш}$ .

Если сомнительным в ряду наблюдений является один результат, то

$$n[1 - \Phi(K_{Ш})] = 1, \quad (3)$$

отсюда

$$\Phi(K_{Ш}) = \frac{n-1}{n}$$

Критические значения критерия Шарлье можно определить по табл.1 или вычислить по формуле:

$$K_{Ш} = \frac{0,3381 + 0,71441 \cdot \ln n}{1 + 0,0885 \cdot \ln n} (0,1747\%) \quad (4)$$

(для  $5 \leq n \leq 100$ ?  $P=0,95$ )

Таблица 1.

# Значения критерия Романовского

Таблица 2.

Значения критерия Романовского

n	q=0,01	q=0,02	q=0,05	q=0,1
4	1,73	1,72	1,71	1,69
6	2,16	2,13	2,10	2,00
8	2,43	2,37	2,27	2,17
10	2,62	2,54	2,41	2,29
12	2,75	2,66	2,52	2,39
15	2,90	2,80	2,64	2,49
20	3,08	2,96	2,78	2,62

Критерий Шарлье применяют лишь для рядов, количество измерений в которых  $n > 20$ . Если количество результатов измерений больше 20, то по Бернулли число результатов, превышающих по абсолютному значению  $K_{Ш} \sigma_X$ , будет равно  $n[1 - \Phi(K_{Ш})]$ , где  $\Phi(K_{Ш})$  - значение нормированной функции Лапласа для  $Z = K_{Ш}$ .

Если сомнительным в ряду наблюдений является один результат, то

$$n[1 - \Phi(K_{Ш})] = 1, \quad (3)$$

отсюда 
$$\Phi(K_{Ш}) = \frac{n-1}{n}$$

Критические значения критерия Шарлье можно определить по табл.1 или вычислить по формуле:

$$K_{Ш} = \frac{0,3381 + 0,71441 \cdot \ln n}{1 + 0,0885 \cdot \ln n} (0,1747\%) \quad (4)$$

(для  $5 \leq n \leq 100$ ?  $P=0,95$ )

Таблица 1.

# Вопрос №3

Случайные погрешности и  
способы их обнаружения.



# Случайные погрешности.

Случайная погрешность – составная часть погрешности результата измерения, изменяющаяся случайно, незакономерно при проведении повторных измерений одной и той же величины.

Появление случайных погрешностей нельзя предвидеть и предугадать, они неизбежны и неустранимы и всегда присутствуют в результатах измерений.

Каждая случайная погрешность возникает в результате воздействия многих факторов, каждый из которых сам по себе не оказывает значительного влияния на результат.

# Распределение случайных величин.

По своей природе  
случайные величины могут  
быть:

дискретными

непрерывными

Дискретной (прерывной) называют случайную величину, отдельные значения которой можно пронумеровать. Пример: число изделий, отказавших в процессе испытаний; количество бракованных деталей в партии, и т.д.

Непрерывной называют случайную величину, возможные значения которой непрерывно заполняют некоторый промежуток. Пример: отклонение размера изготовленной детали от номинала, погрешность измерения, величина отклонения формы детали.

# Распределение случайных величин.

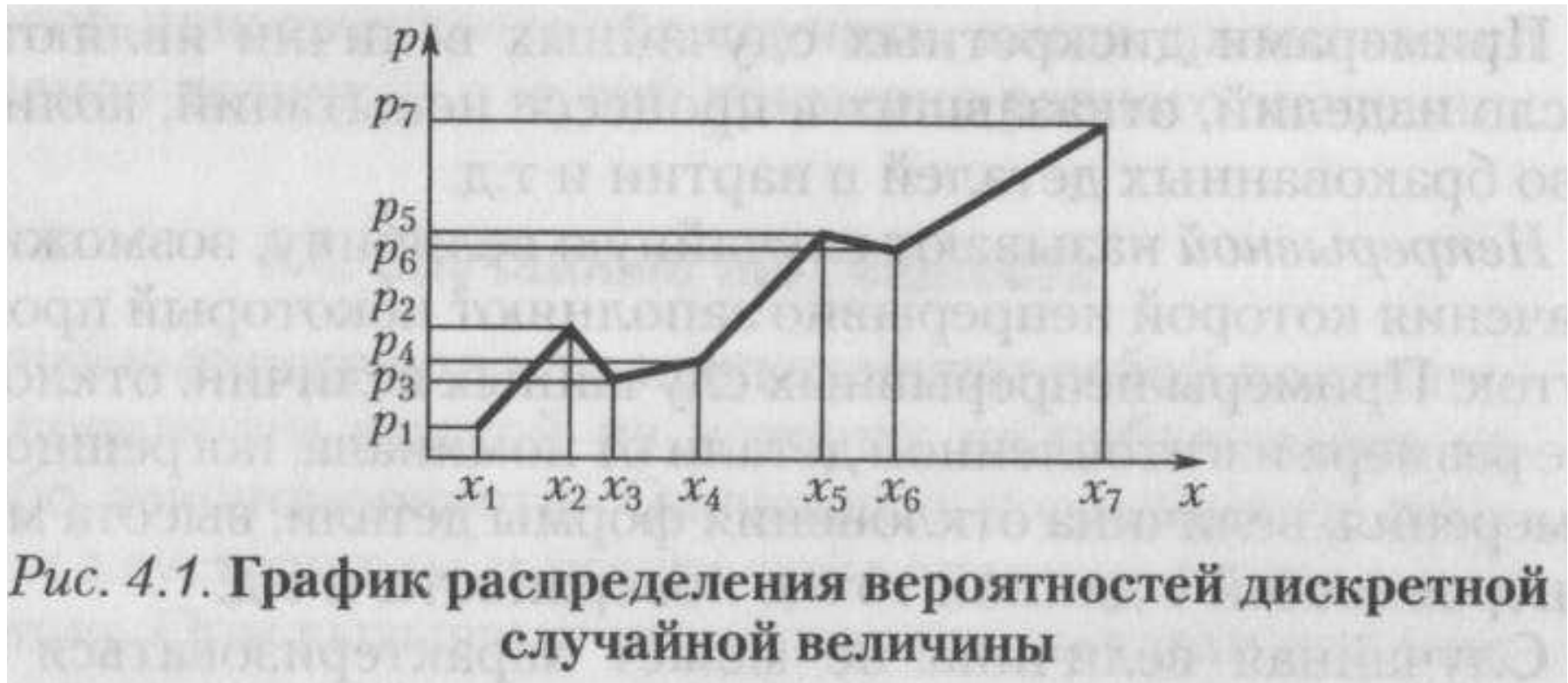
Законом распределения случайной величины называют соотношение, устанавливающее связь между возможными значениям случайной величины и соответствующим им вероятностям.

Простейшей формой задания закона распределения является таблица, в которой перечислены в порядке возрастания все возможные значения дискретной случайной величины и соответствующие им вероятности. Таковую таблицу называют рядом распределения.(пример на следующем слайде)

# распределения.

$X_1$	$X_2$	...	$X_n$
$P_1$	$P_2$	...	$P_n$

Графическое изображение ряда распределения называют полигоном распределения случайной величины.



# ВЕЛИЧИН.

Функцией распределения случайной величины  $X$  называют вероятность выполнения неравенства  $X < x$ .

$$F(x) = P(X < x)$$

где:  $x$  - неслучайный аргумент.

Функция распределения  $F(x)$  должна быть неубывающей функцией своего аргумента.

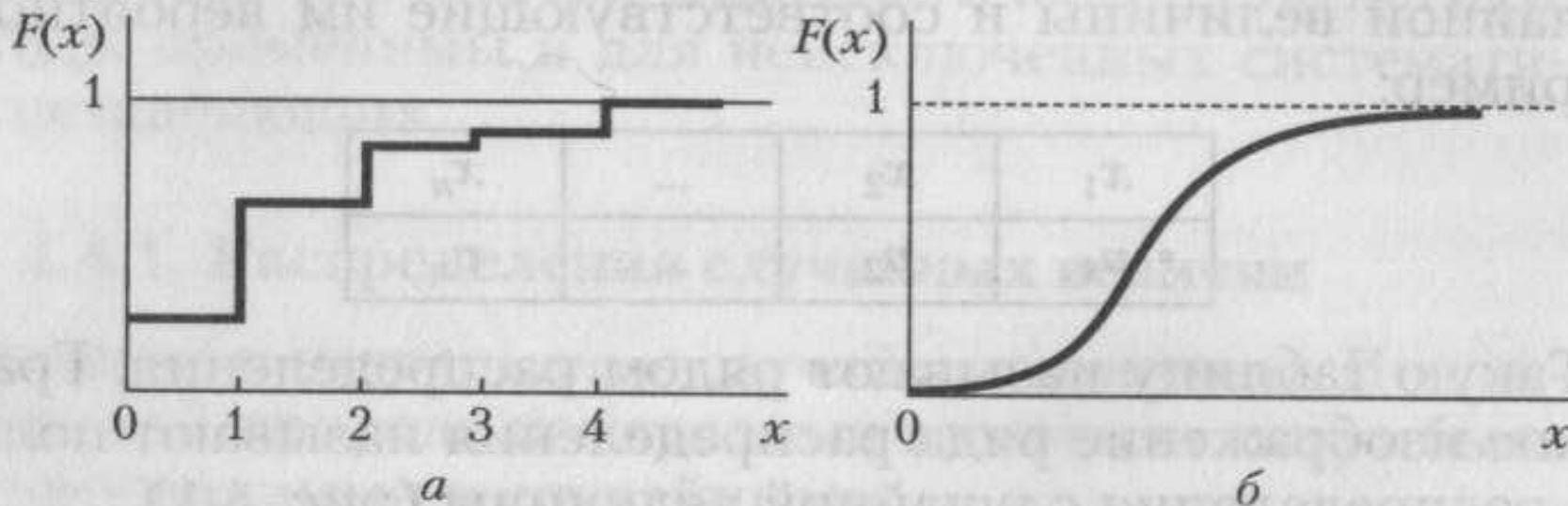


Рис. 4.2. Функции распределения дискретной (а) и непрерывной (б) случайных величин

# Основные законы распределения.

Использование на практике вероятностного подхода к оценке погрешностей результатов измерений, прежде всего предполагает знание аналитической модели закона распределения рассматриваемой погрешности.

Множество законов распределения случайных величин используемых в метрологии целесообразно классифицировать следующим образом:

- Трапецеидальные (плосковершинные) распределения. К ним относятся: равномерное, собственно трапецеидальное и треугольное (Симпсона)
- Уплощенные (приблизительно плосковершинные) распределения;
- Экспоненциальные распределения;
- Семейство распределений Стьюдента;
- Двухмодальные распределения.