

Статистика

Индексы

1. Индексы в статистике: понятие, виды
2. Индивидуальные и сводные индексы
3. Сводные индексы как средние из индивидуальных
4. Индексы средних величин
5. Основы индексного факторного анализа
6. Территориальные индексы

1. Индексы в статистике: понятие, виды

Индекс (лат. Index) – показатель, указатель.

В современном русском языке слово «индекс» имеет несколько значений.

- числовой или буквенный указатель, ставящийся чаще внизу буквы, входящий в математическое выражение
- указатель, реестр имен, названий и т.п.

Индекс запрещенных книг - список произведений, чтение которых римским католикам запрещалось высшей церковной властью. Издавался с 1559 года. Последнее издание Индекса вышло в 1948 году. Решением II Ватиканского собора переиздания этого Индекса были прекращены с 1966 года.

В этот запретный список попадали мыслители, ученые, писатели, - всего около 4 тыс. имен.

Среди них: Джордано Бруно, Галилео Галилей, Оноре де Бальзак, Генрих Гейне, Жан-Поль Сартр, Иммануил Кант, Лютер, Кальвин и многие другие.

Но оказывается, "Майн кампф" и другие произведения Адольфа Гитлера никогда не включались в пресловутый *Индекс запрещенных книг*.

Это обнаружил немецкий историк религии Губерт Вольф, проработавший в архивах Ватикана с середины 90-х годов прошлого столетия.

- 
- система условных обозначений (буквенных, цифровых)
 - индексы форм федерального статистического наблюдения

| Наименование формы | Индекс формы | Периодичность | Кто представляет форму | Кому представляется форма |
|--|--------------|---------------|---|--|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Сведения о финансовом состоянии организации | П-3 | Месячная | Юридические лица (кроме субъектов малого предпринимательства, бюджетных организаций, банков, страховых и прочих финансово-кредитных учреждений) | <ul style="list-style-type: none"> ✓ Территориальному органу Росстата в субъекте Российской Федерации ✓ Органу, осуществляющему государственное регулирование в соответствующей сфере деятельности ✓ Органу регулирования естественных монополий в соответствующей сфере деятельности |
| Сведения о численности, заработной плате и движении работников | П-4 | Месячная | Юридические лица (кроме субъектов малого предпринимательства) | <ul style="list-style-type: none"> ✓ Территориальному органу Росстата в субъекте Российской Федерации ✓ Органу, осуществляющему государственное регулирование в соответствующей сфере деятельности ✓ Органу регулирования естественных монополий |

| Наименование формы | Индекс формы | Периодичность | Кто представляет форму | Кому представляется форма |
|---|--------------|---------------|---|--|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Сведения о работе электростанций (электрогенераторных установок), состоящих на балансе организаций, не относящихся к добывающим, обрабатывающим производствам, производству и распределению электроэнергии, газа и воды | ПЭ | Годовая | Юридические лица (кроме субъектов малого предпринимательства), не относящиеся к добывающим, обрабатывающим производствам, производству и распределению электроэнергии, газа и воды, на балансе которых состоят электростанции | Территориальному органу Росстата в субъекте Российской Федерации |
| Сведения о снабжении теплоэнергией | 1-ТЕП | Годовая | Юридические лица, осуществляющие снабжение населения и бюджетофинансируемых организаций теплоэнергией и горячим водоснабжением (включая организации, арендующие мощности | Территориальному органу Росстата в субъекте Российской Федерации |

Власти Великобритании намерены измерять "*индекс счастья*" своих граждан. Соответствующую информацию распространили 15.11.2010 г. местные СМИ со ссылкой на неназываемый источник в правительстве.

Вопросы, по которым будет определяться степень "общего благосостояния" британцев, добавят в опросники населения уже следующей весной. Премьер-министр Дэвид Кэмерон попросил их разработать **Службу национальной статистики**, передает [Lenta.ru](http://lenta.ru).

Введение "*индекса счастья*" позволит оценить психологическое и физическое благополучие людей в Соединенном Королевстве.

Результаты опросов, которые планируют публиковать ежеквартально, займут центральное место в выборе и оценке социальной политики государства.

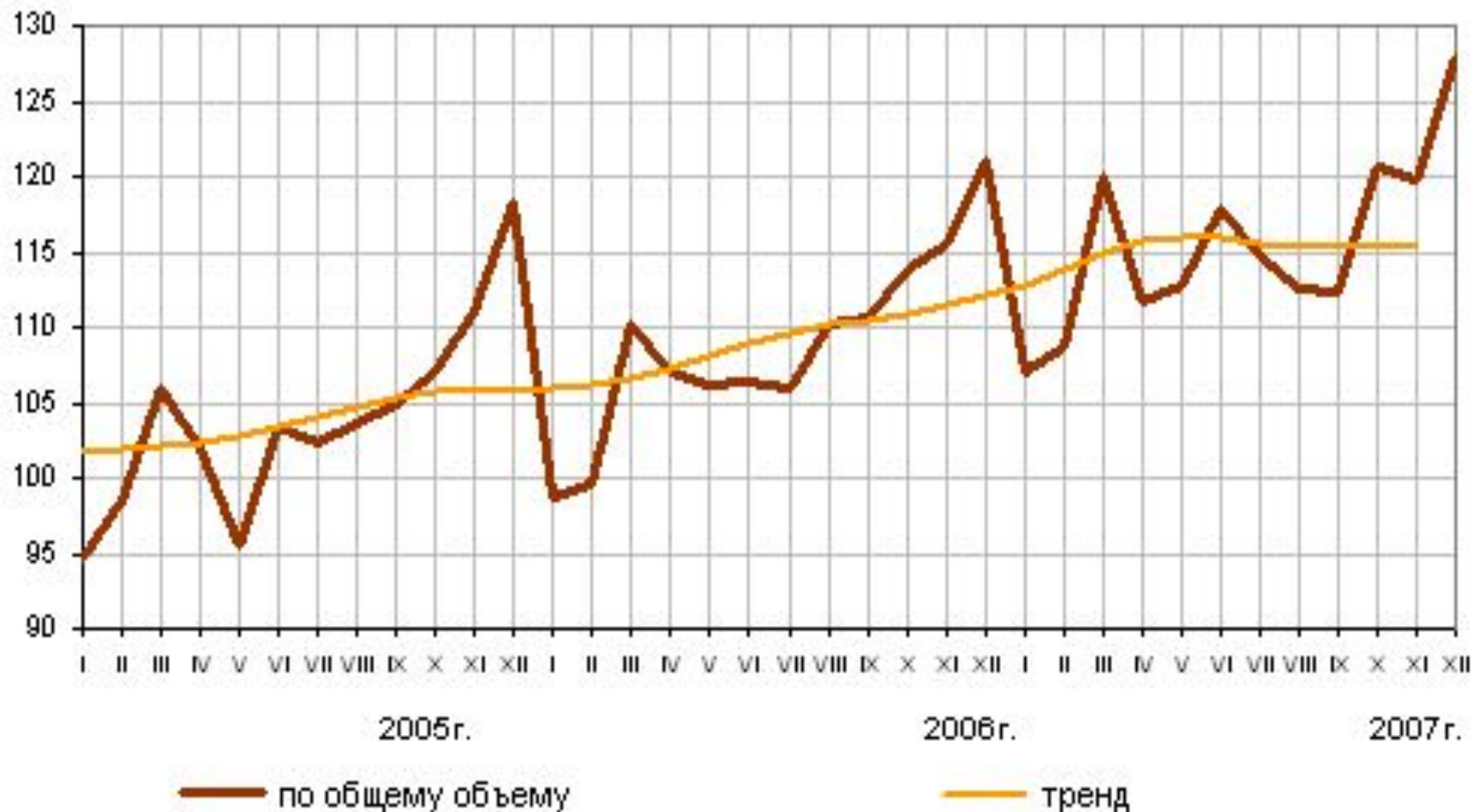
ИСПОЛЬЗУЕ

Х ЯВЛЕНИЙ:

- показатели *состояния* (индекс деловой активности, индекс потребительской уверенности, индекс нищеты населения, индекс человеческого развития потенциала, индекс РТС, индекс Доу-Джонса и др.)
- показатели *развития* или *изменения* (индекс промышленного производства, индекс производительности труда, индекс потребительских цен и др.)

Индексы промышленного производства в России

в % к среднемесячному значению 2004г.



Источник:

Росстат

Индексы промышленного производства в % к среднемесячному значению 2006г.



Источник:
Росстат

Индексы промышленного производства в % к среднемесячному значению 2008г.



Индексы потреби

Индекс потребительских цен характеризует изменение во времени общего уровня цен на товары и услуги, приобретаемые населением для непроизводственного потребления, и измеряет отношение стоимости фиксированного набора товаров и услуг в ценах текущего периода к его стоимости в ценах базисного периода.

| | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
|---|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| К предыдущему месяцу | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Январь | 106,2 | 345,3 | 125,8 | 117,9 | 117,8 | 104,1 | 102,3 | 101,5 | 108,4 | 102,3 | 102,8 | 103,1 | 102,4 | 101,8 | 102,6 | 102,4 | 101,7 | 102,3 | 102,4 |
| Февраль | 104,8 | 138,0 | 124,7 | 110,8 | 111,0 | 102,8 | 101,5 | 100,9 | 104,1 | 101,0 | 102,3 | 101,2 | 101,6 | 101,0 | 101,2 | 101,7 | 101,1 | 101,2 | 101,7 |
| Март | 106,3 | 129,9 | 120,1 | 107,4 | 108,9 | 102,8 | 101,4 | 100,6 | 102,8 | 100,6 | 101,9 | 101,1 | 101,1 | 100,8 | 101,3 | 100,8 | 100,6 | 101,2 | 101,3 |
| Апрель | 163,5 | 121,7 | 118,7 | 108,5 | 108,5 | 102,2 | 101,0 | 100,4 | 103,0 | 100,9 | 101,8 | 101,2 | 101,0 | 101,0 | 101,1 | 100,4 | 100,6 | 101,4 | 100,7 |
| Май | 103,0 | 111,9 | 118,1 | 106,9 | 107,9 | 101,6 | 100,9 | 100,5 | 102,2 | 101,8 | 101,8 | 101,7 | 100,8 | 100,7 | 100,8 | 100,5 | 100,6 | 101,4 | 100,6 |
| Июнь | 101,2 | 119,1 | 119,9 | 106,0 | 106,7 | 101,2 | 101,1 | 100,1 | 101,9 | 102,6 | 101,6 | 100,5 | 100,8 | 100,8 | 100,6 | 100,3 | 101,0 | 101,0 | 100,6 |
| Июль | 100,6 | 110,6 | 122,4 | 105,3 | 105,4 | 100,7 | 100,9 | 100,2 | 102,8 | 101,8 | 100,5 | 100,7 | 100,7 | 100,9 | 100,5 | 100,7 | 100,9 | 100,5 | 100,6 |
| Август | 100,5 | 108,6 | 126,0 | 104,6 | 104,6 | 99,8 | 99,9 | 103,7 | 101,2 | 101,0 | 100,0 | 100,1 | 99,6 | 100,4 | 99,9 | 100,2 | 100,1 | 100,4 | 100,0 |
| Сентябрь | 101,1 | 111,5 | 123,0 | 108,0 | 104,5 | 100,3 | 99,7 | 138,4 | 101,5 | 101,3 | 100,6 | 100,4 | 100,3 | 100,4 | 100,3 | 100,1 | 100,8 | 100,8 | 100,0 |
| Октябрь | 103,5 | 122,9 | 119,5 | 115,0 | 104,7 | 101,2 | 100,2 | 104,5 | 101,4 | 102,1 | 101,1 | 101,1 | 101,0 | 101,1 | 100,6 | 100,3 | 101,6 | 100,9 | 100,0 |
| Ноябрь | 108,9 | 126,1 | 116,4 | 114,6 | 104,6 | 101,9 | 100,6 | 105,7 | 101,2 | 101,5 | 101,4 | 101,6 | 101,0 | 101,1 | 100,7 | 100,6 | 101,2 | 100,8 | 100,3 |
| Декабрь | 112,1 | 125,2 | 112,5 | 116,4 | 103,2 | 101,4 | 101,0 | 111,6 | 101,3 | 101,6 | 101,6 | 101,5 | 101,1 | 101,1 | 100,8 | 100,8 | 101,1 | 100,7 | 100,4 |
| Декабрь в % к декабрю предыдущего года | 260,4 | 2608,8 | 939,9 | 315,1 | 231,3 | 121,8 | 111,0 | 184,4 | 136,5 | 120,2 | 118,6 | 115,1 | 112,0 | 111,7 | 110,9 | 109,0 | 111,9 | 113,3 | 109,0 |

Источник:

Росстат

Руководство по индексам потребительских цен

Т е о р и я и п р а к т и к а



Международное бюро труда



Международный Валютный Фонд



Организация экономического сотрудничества и развития (ОЭСР)



Статистическое бюро Европейских сообществ (Евростат)



Организация Объединенных Наций



Всемирный банк

Под **индексом** понимается сложный статистический показатель, выражающий соотношение (во времени, в пространстве, по сравнению с планом) какого-либо социально-экономического явления.

При построении индексов следует различать:

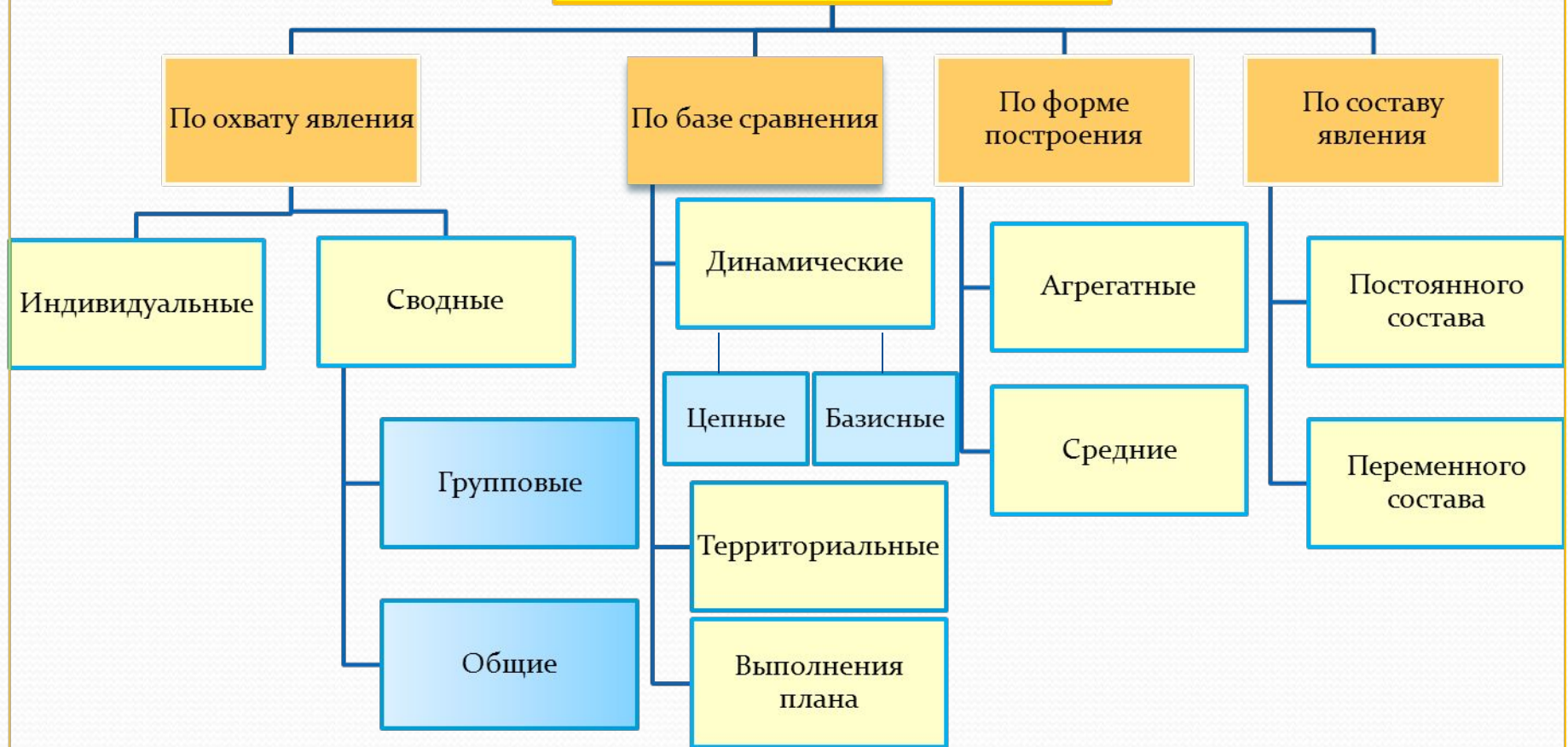
- **индексируемый** признак
- признак **вес (соизмеритель)**.

Признак, изменение которого оценивается, называется **индексируемым**.

Весом (соизмерителем) в индексе называют элемент показателя, выполняющий соответствующую функцию, но остающийся неизменным.

Любой индекс состоит из двух видов данных: *отчетных* и *базисных*.

Классификация индексов



2. Индивидуальные и сводные индексы

В зависимости от *степени охвата единиц* изучаемой совокупности индексы подразделяются на:

- *индивидуальные* (элементарные)
- *сводные*.

Индивидуальные индексы характеризуют изменение признака у отдельных единиц статистической совокупности.

p – цена единицу товара (услуги)

q – количество товара (услуги)

t – трудоемкость единицы товара

T – численность работников

f – уровень заработной платы работника

S – посевная площадь, занятая с/х культурой

y – урожайность с/х культуры

z – себестоимость единицы продукции

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}$$

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

$$i_y = \frac{y_1}{y_0}$$



Сводные индексы представляют обобщающую характеристику совместного изменения признака у группы или всех единиц, образующих статистическую совокупность.

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

$$I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$$

Ласпейрес

Этьен

Род. 1834 г.

Германия

Пааше Герман

Род. 1851 г.

Германия

Представленные выше показатели получили название **агрегатных** индексов. Агрегатный (от лат. *aggregatus*) – складываемый, суммируемый.

Пример: Имеются данные о продаже товаров на рынке

| Товар | Количество, тыс. ед. | | Цена за единицу, руб. | |
|-------|----------------------|-----------------|-----------------------|-----------------|
| | базисный период | отчетный период | базисный период | отчетный период |
| А | 5 | 10 | 10 | 30 |
| Б | 10 | 10 | 20 | 10 |
| В | 20 | 10 | 30 | 30 |

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \quad i_p = \frac{p_1}{p_0} \quad i_{qp} = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0} = i_q \cdot i_p$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{600}{850} = 0,706 \text{ (-29,4\%)}$$

$$I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{850}{850} = 1,000$$

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{700}{600} = 1,167 \text{ (+16,7\%)}$$

$$I_{qp} = I_q \cdot I_p = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = 0,706 \cdot 1,167 = \frac{700}{850} = 0,824 \text{ (-17,6\%)}$$

3. Сводные индексы как средние из индивидуальных

Агрегатный индекс является основной, но не единственной *формой* сводного индекса .

Сводный индекс может быть исчислен и как *средняя величина* из индивидуальных индексов.

В статистике применяют *два* основных вида средних индексов, получаемых из индивидуальных:

- средний арифметический индекс
- средний гармонический индекс.

Средний арифметический индекс

$$\longrightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \sum x_i d_i$$

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \sum i_q \frac{q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \sum i_q d_0$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

$$I_p = \frac{\sum i_p q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \sum i_p \frac{q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \sum i_p d_0$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

Средний гармонический индекс

$$\longrightarrow \bar{x} = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{x_i}}$$

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_p} q_1 p_1} = \frac{1}{\sum \frac{d_1}{i_p}}$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Пример: По торговой организации имеются данные

| Наименование товара | Оборот в фактических ценах, млн руб. | | Изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, % |
|---------------------|--------------------------------------|-----------------|---|
| | базисный период | отчетный период | |
| А | 55,20 | 66,50 | +15,0 |
| Б | 47,00 | 52,60 | +22,0 |
| В | 20,00 | 23,50 | +12,0 |
| Итого | 122,20 | 142,60 | +17,2 |

Определите:

1. Общий индекс оборота розничной торговли
2. Общие индексы цен (Г. Пааше и Э. Ласпейреса)
3. Общий индекс физического объема оборота розничной торговли.

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{142,60}{122,20} = 1,1669 (+16,7\%)$$

$$I_p = \frac{\sum i_p q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{143,22}{122,20} = 1,1720 (+17,2\%)$$

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_p} q_1 p_1} = \frac{142,60}{121,92} = 1,1696 (+17,0\%)$$

$$I_q = \frac{I_{qp}}{I_p} = \frac{1,1669}{1,1696} = 0,9977 (-0,2\%)$$

4. Индексы средних величин

Индексы средних величин – относительные показатели, в которых индексируются признаки, выраженные не индивидуальными, а средними величинами.

$$I_{\bar{x}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0}$$

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}'_0}$$

$$I_{\frac{f}{\sum f}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\bar{x}'_0}{\bar{x}_0}$$

индекс переменного состава

индекс постоянного состава

индекс структурных сдвигов

$$I_{\bar{x}} = I_x \cdot I_{\frac{f}{\sum f}}$$

Рассмотренным индексам можно придать и другую аналитическую форму.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \sum x_i d_i$$

$$I_{\bar{x}} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_0} = \frac{\bar{x}_1}{x_0}$$

$$I_x = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_1} = \frac{\bar{x}_1}{x'_0}$$

$$I_d = \frac{\sum x_0 d_1}{\sum x_0 d_0} = \frac{x'_0}{x_0}$$

$$I_{\bar{x}} = I_x \cdot I_d$$

Пример. По организации имеются данные о численности и уровне оплаты труда наемных работников:

| Уровень квалификации | До кризиса | | После кризиса | | Индексы уровня оплаты труда |
|----------------------|------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|
| | Численность работников, чел. | Средняя дневная оплата труда, у.е | Численность работников, чел. | Средняя дневная оплата труда, у.е | |
| Высокий | 200 | 12,0 | 200 | 11,0 | 0,917 |
| Низкий | 800 | 8,0 | 200 | 7,0 | 0,875 |
| Итого | 1000 | 8,8 | 400 | 9,0 | 1,023 |

$$I_{\bar{f}} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum f_0 T_0}{\sum T_0} = \bar{f}_1 : \bar{f}_0 = \frac{9,0}{8,8} = 1,023 \text{ (+2,3\%)}$$

Индекс средней заработной платы работников организации не является средним индексом из индивидуальных индексов оплаты труда.

Средним индексом оплаты труда из индивидуальных выступает индекс постоянного состава, который является *средним гармоническим индексом*.

$$I_f = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum f_0 T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_1} = \bar{f}_1 : \bar{f}'_0 = \frac{3600}{4000} = \frac{9,0}{10,0} = 0,900 \text{ (-10,0\%)}$$

$$I_f = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_1} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum \frac{f_1 T_1}{i_f}} = \frac{2200 + 1400}{\frac{2200}{0,917} + \frac{1400}{0,875}} = \frac{3600}{4000} = 0,900 \text{ (-10,0\%)}$$

Какой фактор определил *рост* средней дневной заработной платы работников организации?

Квалификационная структура работников организации, %

| Уровень квалификации | До кризиса | После кризиса |
|----------------------|------------|---------------|
| Высокий | 20,0 | 50,0 |
| Низкий | 80,0 | 50,0 |
| Итого | 100,0 | 100,0 |

$$I_{\frac{T}{\Sigma T}} = \frac{\sum f_0 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum f_0 T_0}{\sum T_0} = \bar{f}'_0 \div \bar{f}_0 = \frac{10,0}{8,8} = 1,136 (+13,6\%)$$

$$I_d = \frac{\sum f_0 d_1}{\sum f_0 d_0} = \frac{12 \cdot 0,50 + 8 \cdot 0,50}{12 \cdot 0,20 + 8 \cdot 0,80} = \bar{f}'_0 \div \bar{f}_0 = \frac{10,0}{8,8} = 1,136 (+13,6\%)$$

$$I_{\bar{f}} = I_f \cdot I_{\frac{T}{\Sigma T}} = 0,900 \cdot 1,136 = 1,023$$

$$\bar{f} = \frac{\sum fT}{\sum T} \quad \sum fT = \sum T \times \bar{f} \quad F = \sum T \times \bar{f}$$

$$\Delta F = F_1 - F_0 = 3600 - 8800 = -5200 \text{ y.e.}$$

$$\Delta F_T = (\sum T_1 - \sum T_0) \cdot \bar{f}_0 = (400 - 1000) \cdot 8,8 = -5280 \text{ y.e.}$$

$$\Delta F_{\bar{f}} = (\bar{f}_1 - \bar{f}_0) \cdot \sum T_1 = (9,0 - 8,8) \cdot 400 = +80 \text{ y.e.}$$

$$\Delta F = \Delta F_T + \Delta F_{\bar{f}} = -5280 + 80 = -5200 \text{ y.e.}$$

Изменение среднего заработка детерминировано двумя факторами:

- динамикой уровня оплаты труда каждой группы работников
- изменением структуры персонала работников.

$$\Delta F_{\bar{f}} = \Delta F_f + \Delta F_{\frac{T}{\sum T}}$$

$$\Delta F_f = \sum f_1 T_1 - \sum f_0 T_1 = 3600 - 4000 = -400 \text{ y.e.}$$

$$\Delta F_{\frac{T}{\sum T}} = \sum f_0 T_1 - \frac{\sum T_1}{\sum T_0} \times \sum f_0 T_0 = 4000 - \frac{400}{1000} \cdot 8800 = +480 \text{ y.e.}$$

$$\Delta F = \Delta F_{\sum T} + \Delta F_{\frac{T}{\sum T}} + \Delta F_f = -5280 + 480 - 400 = -5200 \text{ y.e.}$$

ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ УРОВЕНЬ ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ РФ

| | Сентябрь 2010г. | В % к | | Январь- сентябрь 2010г. в % к январю- сентябрю 2009г. | Справочно | | |
|--|--------------------|--------------------|-------------------|---|--------------------------|-------------------|---|
| | | сентябрю 2009г. | августу 2010г. | | сентябрь 2009г. в % к | | январь- сентябрь 2009г. в % к январю- сентябрю 2008г. |
| | | | | | сентябрю 2008г. | августу 2009г. | |
| Денежные доходы (в среднем на душу населения) ¹⁾ , рублей | 18176 | 108,7 | 100,9 | 110,9 | 110,2 | 103,2 | 111,5 |
| Реальные располагаемые денежные доходы ¹⁾ | | 101,5 | 99,8 | 104,8 | 101,4 | 103,2 | 100,0 |
| Среднемесячная начисленная заработная плата одного работника ²⁾ : | | | | | | | |
| номинальная , рублей | 21376 | 112,4 | 103,0 | 111,7 | 105,3 | 102,7 | 108,6 |
| реальная | | 105,1 | 102,1 | 105,0 | 95,1 | 102,7 | 96,5 |
| Средний размер назначенных пенсий ²⁾ , рублей | 7604 | 140,5 | 100,1 | 147,7 | 119,2 | 100,0 | 123,2 |
| Реальный размер назначенных пенсий ²⁾ | | 131,3 | 99,3 | 138,8 | 107,7 | 100,1 | 109,5 |

1) Превышение данных Росстат

2) За сентябрь 2010г. предварительные данные.

5. Основы индексного факторного анализа

Индексы выполняют две основные функции:

- синтетическую
- аналитическую.

Первая - состоит в обобщающей относительной характеристике изменения сложного явления в целом.

Вторая - состоит в обобщающей относительной оценке изменения отдельных сторон сложного явления. Выполняя эту функцию, индексы рассматриваются в системе признаков, образуя системы аналитических индексов.

$$O=q \cdot p$$

Для отдельного элемента совокупности

$$i_{qp} = i_q \cdot i_p$$

Для совокупности в целом

$$I_{qp} = I_q \cdot I_p$$

Изменение сложного явления, образованного через систему признаков, можно представить и в виде абсолютных приростов, обусловленных изменением каждого из факторов.

Для отдельного элемента совокупности

$$\Delta O = O_1 - O_0 = q_1 p_1 - q_0 p_0 = \Delta O_q + \Delta O_p$$

$$\Delta O_q = (q_1 - q_0) p_0$$

$$\Delta O_p = (p_1 - p_0) q_1$$

Для совокупности в целом

$$\Delta O = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = \Delta O_q + \Delta O_p$$

$$\Delta O_q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

$$\Delta O_p = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0$$

Методология индексного факторного анализа применима и в случаях, когда факторов больше, чем **два**.

Основные положения методики разложения динамики результативного признака (показателя) независимо от числа факторов:

1. Моделируется результативный признак, как произведение факторных признаков, и строится соответствующий индекс :

$$L = ab \cdots n \rightarrow I_L = \frac{\sum L_1}{\sum L_0} = \frac{\sum a_1 b_1 \cdots n_1}{\sum a_0 b_0 \cdots n_0}$$

2. Формируется система взаимосвязанных факторных индексов:

$$I_L = I_a \cdot I_b \cdots I_n$$

$$I_a = \frac{\sum a_1 b_0 \cdots n_0}{\sum a_0 b_0 \cdots n_0} \quad I_b = \frac{\sum a_1 b_1 \cdots n_0}{\sum a_1 b_0 \cdots n_0} \quad \dots \quad I_n = \frac{\sum a_1 b_1 \cdots n_1}{\sum a_1 b_1 \cdots n_0}$$

Оценка относительного изменения результативного показателя по факторам может быть дополнена абсолютным (*разностным*) его разложением.

$$\left. \begin{aligned} \Delta L &= \sum a_1 b_1 \cdots n_1 - \sum a_0 b_0 \cdots n_0 \\ \Delta L_a &= \sum a_1 b_0 \cdots n_0 - \sum a_0 b_0 \cdots n_0 \\ \Delta L_b &= \sum a_1 b_1 \cdots n_0 - \sum a_1 b_0 \cdots n_0 \\ &\dots \\ \Delta L_n &= \sum a_1 b_1 \cdots n_1 - \sum a_1 b_1 \cdots n_0 \end{aligned} \right\} \Delta L = \Delta L_a + \Delta L_b + \dots + \Delta L_n$$

Существуют и другие схемы абсолютного разложения результативного показателя в зависимости от факторов:

$$L_1 = L_0 \cdot I_a \cdot I_b \cdots I_n = L_0 \cdot I_L$$

$$\Delta L = L_1 - L_0 = L_0 \cdot I_L - L_0 = L_0 \cdot (I_L - 1)$$

$$\Delta L_a = L_0 \cdot (I_a - 1)$$

$$\Delta L_b = L_0 \cdot I_a \cdot (I_b - 1)$$

...

$$\Delta L_n = L_0 \cdot I_a \cdot I_b \cdots (I_n - 1)$$

$$\Delta L = \Delta L_a + \Delta L_b + \cdots + \Delta L_n$$

Общее замечание

При моделировании результативного признака факторные признаки должны находиться в логической последовательности:

- начиная с общего количественного, завершая частным качественным
- включение каждого последующего факторного признака в модель должно приводить к содержательной интерпретации *мультипликативного* результата.

Пример:

T – численность работников

Q – объем выпуска товаров и услуг

W – выработка на одного рабочего

d – доля рабочих в общей численности работников

Сформируйте систему взаимосвязанных признаков?

Число перестановок = $n!$

$$Q = W \cdot T \cdot d$$

$$Q = d \cdot W \cdot T$$

$$Q = T \cdot d \cdot W$$

$$Q = d \cdot T \cdot W$$

$$Q = T \cdot W \cdot d$$

$$Q = W \cdot d \cdot T$$

$$Q = T \cdot d \cdot W$$

На уровне отдельных единиц совокупности (одного предприятия)

$$I_Q = \frac{Q_1}{Q_0} = I_T \cdot I_d \cdot I_W = \frac{T_1}{T_0} \cdot \frac{d_1}{d_0} \cdot \frac{W_1}{W_0}$$

По совокупности единиц (по группе предприятий)

$$\Sigma Q = \Sigma T \cdot d \cdot W$$

$$I_Q = \frac{\Sigma Q_1}{\Sigma Q_0} = I_T \cdot I_d \cdot I_W = \frac{\Sigma T_1 d_0 W_0}{\Sigma T_0 d_0 W_0} \cdot \frac{\Sigma T_1 d_1 W_0}{\Sigma T_1 d_0 W_0} \cdot \frac{\Sigma T_1 d_1 W_1}{\Sigma T_1 d_1 W_0}$$

$$\Delta Q = \sum Q_1 - \sum Q_0 = \sum T_1 d_1 W_1 - \sum T_0 d_0 W_0$$

$$\Delta Q_T = \sum T_1 d_0 W_0 - \sum T_0 d_0 W_0$$

$$\Delta Q_d = \sum T_1 d_1 W_0 - \sum T_1 d_0 W_0$$

$$\Delta Q_W = \sum T_1 d_1 W_1 - \sum T_1 d_1 W_0$$

$$\Delta Q = \sum Q_1 - \sum Q = \Delta Q_T + \Delta Q_d + \Delta Q_W$$

6. Территориальные индексы

Территориальные индексы являются разновидностью относительных величин пространственного сравнения, в которых сравниваются сложные показатели, относящиеся к одному и тому же периоду времени, но к разным территориальным образованиям.

Рассмотрим построение агрегатных индексов физического объема и цен для двух территорий: **A** и **B**.

$$I_{q,A/B} = \frac{\sum q_A p_B}{\sum q_B p_B}$$

$$I_{q,B/A} = \frac{\sum q_B p_A}{\sum q_A p_A}$$

$$I_{q,B/A} \neq \frac{1}{I_{q,A/B}}$$

$$I_{p,A/B} = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A}$$

$$I_{p,B/A} = \frac{\sum p_B q_B}{\sum p_A q_B}$$

$$I_{p,B/A} \neq \frac{1}{I_{p,A/B}}$$

Для того, чтобы территориальные индексы были обратимыми, используют «метод стандартных весов»:

$$I_{q,A/B} = \frac{\sum q_A \bar{p}}{\sum q_B \bar{p}} \quad I_{q,B/A} = \frac{\sum q_B \bar{p}}{\sum q_A \bar{p}} \quad I_{q,B/A} = \frac{1}{I_{q,A/B}}$$

$$I_{p,A/B} = \frac{\sum p_A q_{(A+B)}}{\sum p_B q_{(A+B)}} \quad I_{p,B/A} = \frac{\sum p_B q_{(A+B)}}{\sum p_A q_{(A+B)}} \quad I_{p,B/A} = \frac{1}{I_{p,A/B}}$$

Однако такая методика построения территориальных индексов не позволяет формировать индексные модели .

$$I_{pq,A/B} = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_B} \neq \frac{\sum q_A \bar{p}}{\sum q_B \bar{p}} \times \frac{\sum p_A q_{(A+B)}}{\sum p_B q_{(A+B)}}$$

$$I_{pq,B/A} = \frac{\sum p_B q_B}{\sum p_A q_A} \neq \frac{\sum q_B \bar{p}}{\sum q_A \bar{p}} \times \frac{\sum p_B q_{(A+B)}}{\sum p_A q_{(A+B)}}$$

Пример. За отчетный период имеются данные об экспорте из Российской Федерации топливно-энергетических товаров в страны ближнего и дальнего зарубежья:

| Наименование товара | Средние контрактные цены, долл.США за 1 т | | Объем экспорта, тыс. т | |
|---------------------|---|---------------------|------------------------|------------------|
| | со странами СНГ | со странами вне СНГ | в страны СНГ | в страны вне СНГ |
| Нефть сырая | 83,4 | 147,8 | 1600 | 3200 |
| Топливо дизельное | 131,3 | 163,3 | 400 | 800 |

Определите:

- 1) *индекс ценовых соотношений* экспорта российских топливно-энергетических ресурсов в страны ближнего и дальнего зарубежья;
- 2) размер потерь в валютной выручке Российской Федерации из-за разницы в средних контрактных ценах на товары данной группы, экспортированные в страны ближнего зарубежья.

Введем обозначение:
страны СНГ – А
страны вне СНГ – В.

$$i_{p,A/B} = \frac{p_A}{p_B}$$

Нефть сырая

$$i_{p,A/B} = \frac{p_A}{p_B} = \frac{83,4}{147,8} = 0,564 (-43,6\%)$$

$$\Delta B_p^H = (83,4 - 147,8) \cdot 1600 = -103040 \text{ тыс. USD}$$

Топливо дизельное

$$i_{p,A/B} = \frac{p_A}{p_B} = \frac{131,3}{163,3} = 0,804 (-19,6\%)$$

$$\Delta B_p^D = (131,3 - 163,3) \cdot 400 = -12800 \text{ тыс. USD}$$

$$I_{p,A/B} = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A} = \frac{83,4 \cdot 1600 + 131,3 \cdot 400}{147,8 \cdot 1600 + 163,3 \cdot 400} = \frac{185960}{301800} = 0,616 (-38,4\%)$$

$$\Delta B_p = \sum p_A q_A - \sum p_B q_A = 185960 - 301800 = -115840 \text{ тыс. USD}$$

Варианты тестов по теме:

1. Для оценки изменения средней себестоимости однородной продукции используется индекс:
 - a) переменного состава
 - b) агрегатный по Пааше
 - c) средневзвешенный гармонический
 - d) средневзвешенный арифметический
 - e) агрегатный по Ласпейресу
2. Укажите, какой из приведенных ниже индексов является общим индексом себестоимости:

$$\bar{a}) I = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}; \bar{b}) I = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_1 q_1}; \bar{c}) I = \frac{\sum z_1 q_0}{\sum z_0 q_0}; \bar{d}) I = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$$

3. Средняя интенсивность смертности от суицида в регионе за период снизилась на 20 %, а в стандартной половозрастной структуре это изменение составило бы + 20%. Как изменилась средняя смертность от суицида за счёт структурных факторов ... %?

- - 33,3
- не изменилась
- + 20,0
- предсказать нельзя.