Лекция 1. Язык логики высказываний

Общие соображения:

- Логика высказываний предназначена для анализа логических отношений между **простыми суждениями**
- **Простые суждения** имеют истинностную оценку (т.е. являются либо истинными, либо ложными, хотя мы можем не знать, какими точно)
- **Сложные суждения** составляются из **простых** при помощи **логических союзов**
- Предполагается, что два различных **простых суждения** не зависят друг от друга (с точки зрения их истинности)
- Простое суждение: «Иван и Петр – братья»
  Сложное суждение: «Иван и Петр – китайцы»

Простые суждения – суждения, внутренняя структура которых не анализируется в языке логики высказываний. Хотя эти суждения могут иметь внутреннюю грамматическую структуру

Истинность сложного суждения определяется истинностью составляющих его простых суждений и типами логических союзов

Например, суждения «Ю. Гагарин – космонавт» и «Ю. Гагарин – военный летчик» связаны исторически и содержательно, но при логическом анализе в Логике высказываний будем считать их независимыми

Первое суждение представляет простой факт, второе – выражает два простых факта и может быть разделено на два «независимых» простых суждения

Лекция 1. Язык логики высказываний

«Алфавит» языка логики высказываний:

1) Пропозициональные переменные: A, B, C, D … X, Y, Z, A_1, … F_{333} … {*прописные буквы английского алфавита, допустимы индексы*}

2) Пропозициональные связки:

$\rightarrow$ - импликация (*если …то*)

$\dot{\vee}$ - строгая дизъюнкция (*либо…. либо*) ($\neq$) – запасное обозначение

$\vee$ - нестрогая дизъюнкция (*или*)

$\wedge$ - конъюнкция (*и*)

$\leftrightarrow$ - эквиваленция (*если и только если*)

$\downarrow$ - стрелка Пирса (*ни тот, ни другой*)

$|$ - штрих Шеффера (*не может быть одновременно …*)

Бинарные логические союзы

$\neg$ - отрицание

Унарный логический союз

3) **Технические символы**: ( ) {*левая и правая скобки*}.

Правила построения формул

1. Любая пропозициональная переменная есть **правильно построенная формула** (ППФ).

2. Если α и β есть ППФ, то выражения вида $(\alpha \to \beta)$, $(\alpha \dot{\vee} \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \leftrightarrow \beta)$, $(\alpha \downarrow \beta)$, $(\alpha \mid \beta)$ также являются **правильно построенными формулами** (ППФ)

3. Если α есть ППФ, то выражение вида $\neg\alpha$ также является **правильно построенной формулой** (ППФ)

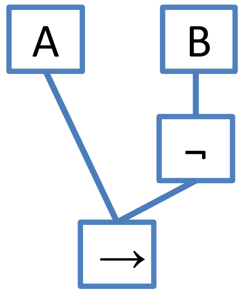
4. Никакое другое выражение не является ППФ, если это не следует из пп. 1 – 3.

Например, $\neg(\neg a \to (b \downarrow c))$ является **правильно построенной формулой** (ППФ), а выражение $(\neg a \neg\!\to (b \downarrow c))$ – нет.

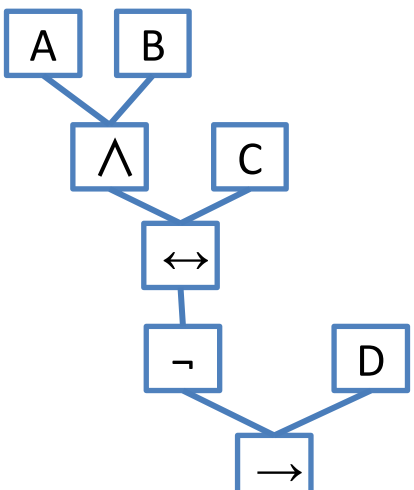
Лекция 1. Язык логики высказываний (с анимацией)

Правильно построенная формула может быть представлена в виде «бинарного дерева»:

Пример 1: $(A \rightarrow \neg B)$



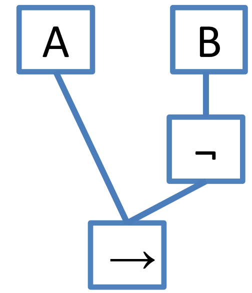
Пример 2: $(\neg((A \wedge B) \leftrightarrow C) \rightarrow D)$



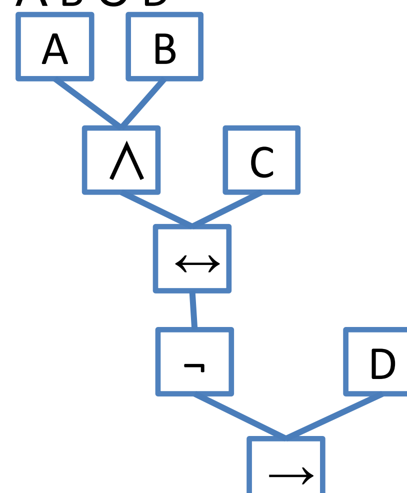
Польская нотация (= ***префиксная нотация)***

Существует бесскобочная запись формул, когда логический союз ставится перед суждениями, которые он связывает.

Пример 1: $\rightarrow A \neg B$



Пример 2: $\rightarrow \neg \leftrightarrow \wedge A\, B\, C\, D$



Классическая семантика для логики высказываний

Высказывание — это утверждение или повествовательное предложение, о котором можно сказать, что **оно истинно или ложно**. [т.е. такое приписывание предиката «истинно» было бы осмысленным, но не обязательно верным. одновременно исключаются из числа суждений разного рода парадоксы («Лжец» и т. п.) поскольку о таких предложениях нельзя сказать, что они истинны (ложны)]

Истинность сложного высказывания однозначно определяется истинностью или ложностью его частей. [пусть А - «Политик N говорит правду», В - «Люди верят политику N». Сравните «А и В» и «должно быть что А и В». Первое высказывание является классическим сложным высказыванием, а второе – нет]

Высказывание, не содержащее логических связок, называется простым.

Табличное определение логических союзов

		Если …то	**Либо .. либо**	**или**	**и**	**Если и только если**	**Ни …, ни…**	**Неверно, что и …, и …**
α	β	$(\alpha \rightarrow \beta)$	$(\alpha \dot{\vee} \beta)$	$(\alpha \vee \beta)$	$(\alpha \wedge \beta)$	$(\alpha \leftrightarrow \beta)$	$(\alpha \downarrow \beta)$	$(\alpha \mid \beta)$
И	И	И	Л	И	И	И	Л	Л
И	Л	Л	И	И	Л	Л	Л	И
Л	И	И	И	И	Л	Л	Л	И
Л	Л	И	Л	Л	Л	И	И	И

Лекция 1. Язык логики высказываний

Таблицы истинности

1) Табличное представление истинностной функции:

Перечень пропозициональных переменных

Все возможные наборы истинностных значений переменных. **Общее количество наборов = 2^N, где N – число переменных**

…	ψ	π	ω	Значение функции
…	И	И	И	? {И или Л}
…	И	И	Л	? {И или Л}
…	И	Л	И	? {И или Л}
…	И	Л	Л	? {И или Л}
…	Л	И	И	? {И или Л}
…	Л	И	Л	? {И или Л}
	Л	Л	И	? {И или Л}
	Л	Л	Л	? {И или Л}
…	…	…	…	? {И или Л}

2) Пример:

A	B	C	$\neg(\neg A \to (B \downarrow C))$
И	И	И	Л
И	И	Л	Л
И	Л	И	Л
И	Л	Л	Л
Л	И	И	И
Л	И	Л	И
Л	Л	И	И
Л	Л	Л	Л

Лекция 1. Язык логики высказываний

Процедура построения таблицы истинности:

A	B	C	3		2		1	
			¬	(¬A	→	(B	↓	C))
И	И	И	Л	Л	И	И	Л	И
И	И	Л	Л	Л	И	И	Л	Л
И	Л	И	Л	Л	И	Л	Л	И
И	Л	Л	Л	Л	И	Л	И	Л
Л	И	И	И	И	Л	И	Л	И
Л	И	Л	И	И	Л	И	Л	Л
Л	Л	И	И	И	Л	Л	Л	И
Л	Л	Л	Л	И	И	Л	И	Л

1. Составляем все возможные комбинации значений для переменных
2. Каждой переменной в формуле сопоставляем «ее» столбик»

3. Если перед переменной стоит отрицание, то учитываем его

4. Последовательно вычисляем значения сложных высказываний

4.1 Стрелка Пирса для двух суждений истинна, е.т.е. оба суждения ложны

4.2 Импликация двух суждений ложна е.т.е. условие – истинно, заключение - ложно

4.3 Учитываем внешнее отрицание