



№ 26-27 ДӘРІС

Тақырыбы:

ДИНАМИКАЛЫҚ ҚАТАРЛАР

Дәріс жоспары:

1. Динамикалық қатарлардың түрлері.
2. Тренд түсінігі. Динамикалық қатарларды түзету әдістері.
3. Динамикалық қатарларды болжау.
4. Динамикалық қатардың көрсеткіштері.

Динамикалық қатардың анықтамасы

Динамикалық (уақытты) қатар – бірнеше реттелген кезеңдердің немесе периодтардың қандайда бір мәндерінің көрсеткіштерінің жиыны.

Кез келген уақытты қатар екі элементтен:

- келтірілген статистикалық берілгендерге жататын уақыт моментінен немесе кезеңдерінен (t_i) тұрады;
- зерттелетін нысанды белгілі бір моментте немесе көрсетілген уақыт кезеңінде сипаттайтын статистикалық көрсеткіштерінен немесе қатардың деңгейінен (y_i) тұрады.

Динамикалық қатарға мысал

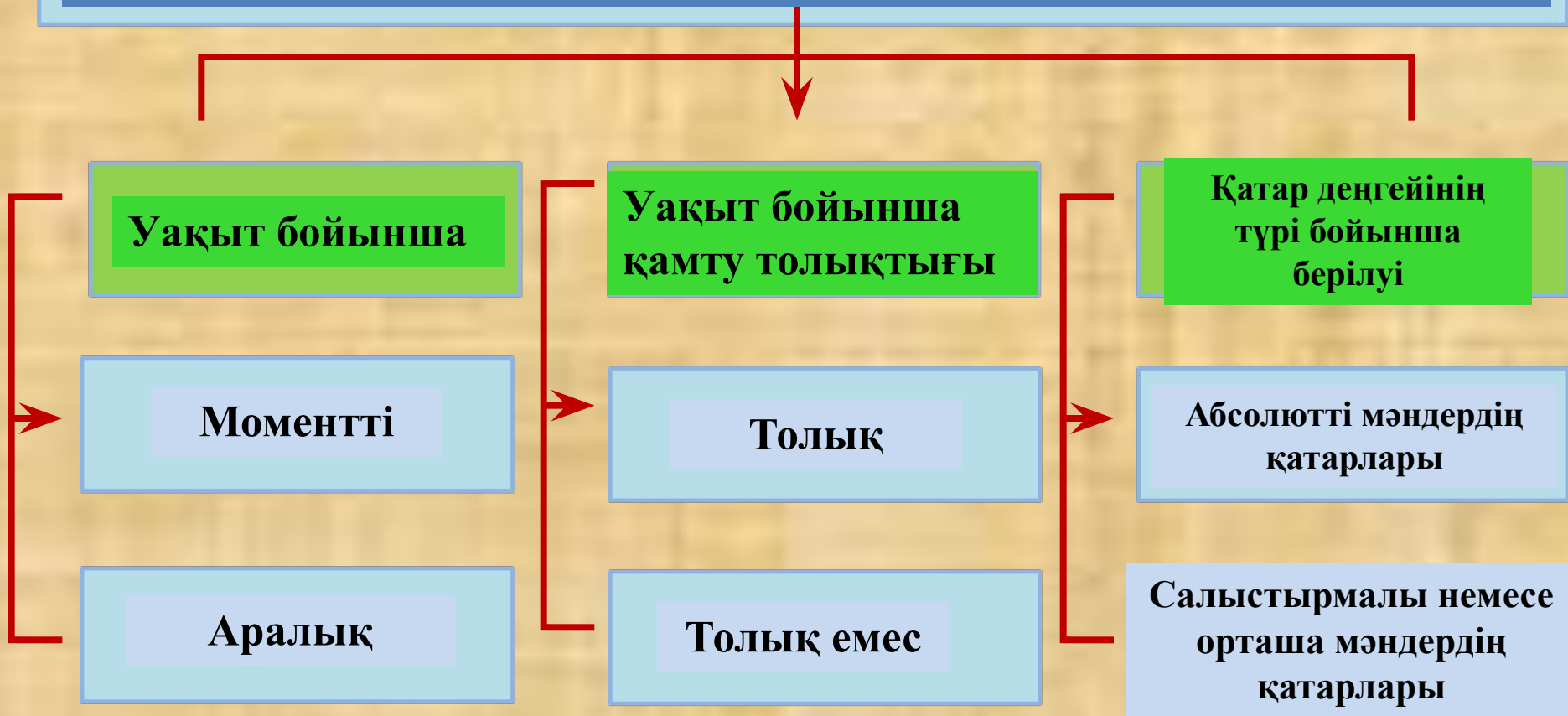
Уақыт моменттері немесе кезеңдері (t_i)

Жыл	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
10 мың адамға шаққанда «В» гепатитімен ауыру	9,4	9,3	8,5	17,2	5,9	10,1	7,8	6,5	4,5	8,5

Қатардың деңгейлері (y_i)

Стат. көрсеткіш (y)

Динамикалық қатарлардың түрлері



Динамикалық қатарлардың (уақыт бойынша) түрлері

- **Моменттік динамикалық қатарлар** зерттелетін құбылыс өлшемдерінің белгілі мерзімдегі (моментте) өзгеруін көрсетеді.

Күні	1.01.2017	1.04.2017	1.07.2017	1.10.2017	1.01.2018
Емхана қызметкелерің саны (адам).	192	190	195	198	200

- **Аалық динамикалық қатарлар** зерттелетін құбылыс өлшемдерінің жеке кезеңдегі (уақыт аралығындағы) өзгеруін көрсетеді.

Жыл	2010	2011	2012	2013	2014
Қызылшаға қарсы вакцинацияланған балалар саны (мың адам)	88,5	93,2	98,0	102,8	108,8

Динамикалық қатарлардың (уақыт ішінде қамту толықтығы бойынша) түрлері

Толық динамикалық қатарлардың аралығы бірдей болады.

Толық емес динамикалық қатарлардың аралығы бірдей болмайды.

Динамикалық қатарлардың (қатар деңгейінің түрі бойынша берілуі) түрлері

Абсолютті мәндердің қатарлары – қатар деңгейі сәйке (кг, л, км, сағ, тг және т.б.) өлшем бірліктерімен беріледі.

Салыстырмалы мәндердің қатарлары – қатар деңгейі сәйкес пайыз, бөліктер, промиллелер және т.б. түрінде беріледі.

Орташа мәндердің қатарлары – қатар деңгейі орташа көрсеткіштер болып табылатын сандармен беріледі.

Дәріс жоспары:

1. Динамикалық қатарлардың түрлері.
2. Тренд түсінігі. Динамикалық қатарларды түзету әдістері.
3. Динамикалық қатарларды болжау.
4. Динамикалық қатардың көрсеткіштері.

Тренд түсінігі

Тренд – бұл уақыт ішінде көрсеткіштер дамуының негізгі үрдісін анықтайтын, уақыттан алынған функция.

Трендті орнату үшін динамикалық қатар түзетіледі.

Түзету келесі тәсілдермен іске асырылады:

- кезеңдерді ірілендіру;
- топтық орташаны есептеу;
- жылжымалы орташаны есептеу;
- **ең кіші квадраттар әдісі.**

Ең кіші квадраттар әдісі

Зерттелетін құбылыстың өзгерісін (динамикасын) дәл сапалы бағалау үшін ең кіші квадраттар әдісі қолданылады:

$$\sum (y_i - y_t^*)^2 \rightarrow \min$$

мұндағы, y_i - нақты (эмпирикалық) қатар деңгейі,
 y_t^* - теориялық қатар деңгейі.

Трендтің әртүрлі үлгілерін (модель) (сызықты, параболалық, экспоненциалды және т.б.) құруға болады.

Үлгіні таңдау зерттеудің мақсатына байланысты болады және ол теориялық талдауға сәйкес негізделген болуы керек.

Ең кіші квадраттар әдісі

Түзу сызықты $y_t^* = a + bt$ теңдеу (**сызықты тренд**) құбылыстың дамуын айқындайтын үрдістің қарапайым үлгісі болып табылады.

Мұндағы « a » және « b » – коэффициенттер, олар төмендегі формулалар бойынша есептелінеді:

$$a = \bar{y} - b\bar{t} \qquad b = \frac{\overline{yt} - \bar{y}\bar{t}}{\overline{t^2} - \bar{t}^2}$$

СЫЗЫҚТЫ ТРЕНД ТЕНДЕУІ

Егер зерттелетін динамикалық қатардың есептеу уақытын, уақыт көрсеткіштерінің қосындысын $\sum t = 0$ нөлге тең болатындай етіп алса, онда теңдеулердің (а және б) параметрлерін анықтайтын жеңілдетілген формулалар алуға болады:

- егер қатарда тақ сандар болса $t_{мак} = k - \frac{n+1}{2}$
- егер қатарда жұп сандар болса $t_{жс} = 2k - (n+1)$
мұндағы k – жылдың реттік нөмірі,
 n – кезеңдегі жылдардың саны.

Сызықты тренд теңдеуі

$\sum t = 0$ болғанда сызықты тренд теңдеуінің коэффициенттерін табу үшін формулалары қолданылады.

$$a = \frac{\sum y_i}{n}, \quad b = \frac{\sum y_i \cdot t_i}{\sum t_i^2}$$

Трендтік үлгі болып табылатын анықталатын функцияның есептелген параметрлеріне сәйкес, қажетті динамикалық қатар үшін түзу сызықты теңдеудің жазылуы:

$$y_t^* = a + bt$$

Сызықты тренд теңдеуі

Бұл теңдеуге « t »-ның мәндерін қою арқылы **теүзетілген деңгейледі (y_t^*) табуға болады.**

Егер есептеулер дұрыс орындалса, онда эмпирикалық қатардың мәндерінің қосындысы түзетілген қатардың есептелген деңгейлерінің қосындысымен сәйкес келуі керек, яғни

$$\sum y_i = \sum y_t^*$$

Дәріс жоспары:

1. Динамикалық қатардың түрлері.
2. Тренд түсінігі. Динамикалық қатарларды теңестіру әдістері.
3. Динамикалық қатарларды болжау.
4. Динамикалық қатардың көрсеткіштері.

Динамикалық қатарларды болжау

Динамикалық қатардың **болжанатын мәндерінің** деңгейін анықтау үшін экстраполяция әдісі қолданылады.

Экстраполяция зерттелген қатардан тыс деңгейлерді табу, яғни өткен кезеңде байқалып отырған үрдістің болашағын кеңейту.

Динамикалық қатарларды болжау

Іс жүзінде болжанатын құбылыстарды экстраполяциялаудың нәтижесі әдетте аралық бағалар түрінде алынады - бұл болжамның сенімді аралығы.

Динамикалық қатарларды болжау

Аралықтардың шекараларын анықтау үшін $y_t^* \pm t_p S$,
формуласы қолданылады.

мұндағы y_t^* - «t» уақыт кезіндегі қатар деңгейінің болжанған
мәнінің дәл бағасы, S – трендтен қалдық орташа квадраттық

ауытқу.

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2}{n - m}},$$

мұндағы n – динамикалық қатар деңгейлерінің саны,
 m – тренд үлгісінің параметрлерінің саны (сызықты үшін
 $m=2$),

t_p - маңыздылық деңгейі $p=0,05$ болғандағы Студенттің
үлестіріміне сәйкес және еркіндік дәрежесі $f=n-m$ болғандағы
сенімділік коэффициенті.

1 мысал.

Берілген динамикалық қатар негізінде:

- 1) ауруға шалдығу үрдісін көрсететін сызықты тренд теңдеуін құрастыру;
- 2) динамикалық қатардың түзетілген деңгейі бойынша сызбаға теориялық қисық тұрғызу және жалпы ауруға шалдығу үрдісінің сипаты туралы қорытынды жасау;
- 3) сенімділік ықтималдығы 95% болатын 2018 жылы желді оспамен ауыратындардың болжамын анықтау керек.

Жыл	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
10 мың тұрғынға шаққанда желді оспамен ауыру	3,5	4,9	3,6	5,7	6,5	5,5	8,1	7,2	5,0	7,3

1 мысал.

Шешуі.

Есептеу кестесін құру

$$t_{жүйн} = 2k - (n + 1)$$

Жыл	Кезең (k)	Көрсеткіші (y_i)	Кезең (t_i)	$y_i t_i$	t^2
2008	1	3,5	-9	-31,5	81
2009	2	4,9	-7	-34,3	49
2010	3	3,6	-5	-18	25
2011	4	5,7	-3	-17,1	9
2012	5	6,5	-1	-6,5	1
2013	6	5,5	1	5,5	1
2014	7	8,1	3	24,3	9
2015	8	7,2	5	36	25
2016	9	5,0	7	35	47
2017	10	7,3	9	65,7	81
Қосындысы		57,3	0	59,1	330

1 мысал.

Шешуі (жалгасы).

1) Сызықты тренд теңдеуінің коэффициенттерін анықтау:

$$a = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{57,3}{10} = 5,73$$

$$b = \frac{\sum y_i \cdot t_i}{\sum t_i^2} = \frac{59,1}{330} = 0,18$$

2) Сызықтық тренд теңдеуі:

$$y_t^* = a + bt \Rightarrow y_t^* = 5,73 + 0,18 \cdot t$$

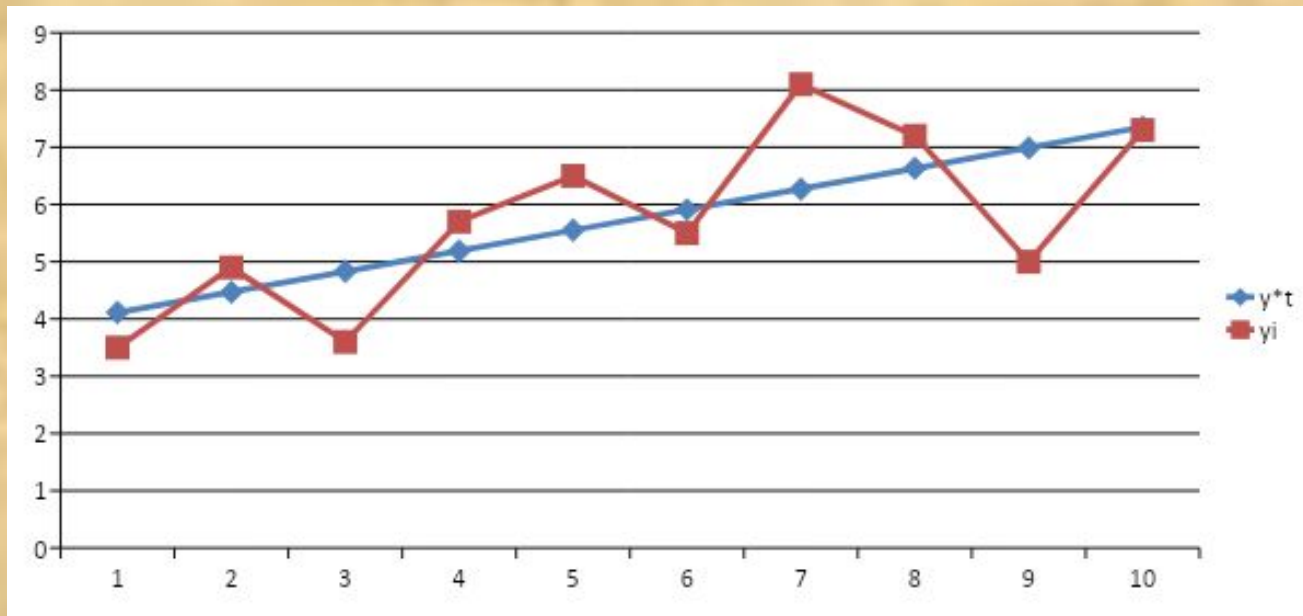
1 мысал. Шешуі (жалгасы).

2) Бұл теңдеуге « t » мәндерін қою арқылы (y_t^*) түзетілген деңгейлер анықталады.

Жыл	Кезең (k)	Көрсеткіші (y_i)	Кезең (t_i)	$y_i t_i$	t^2	y_t^*
2008	1	3,5	-9	-31,5	81	4,11
2009	2	4,9	-7	-34,3	49	4,47
2010	3	3,6	-5	-18	25	4,83
2011	4	5,7	-3	-17,1	9	5,19
2012	5	6,5	-1	-6,5	1	5,55
2013	6	5,5	1	5,5	1	5,91
2014	7	8,1	3	24,3	9	6,27
2015	8	7,2	5	36	25	6,63
2016	9	5,0	7	35	47	6,99
2017	10	7,3	9	65,7	81	7,35
Қосын- дысы		57,3	0	59,1	330	57,3

1 мысал. Шешуі (жалгасы).

Сызбада динамикалық қатардың деңгейі бойынша түзетілген теориялық қисық сызықты құрайық.



Қорытынды: 10 жыл ішіндегі алынған мәліметтер негізінде осы аймақтағы желді оспамен ауруға шалдығу үрдісінің артқандығы туралы қорытынды жасауға болады.

1 мысал. Шешуі (жалгасы).

3) 2018 жылы болжам 95% сенім ықтималдығы құрастыру.

3.1) Мәні анықтау

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_t^*)^2}{n - m}}, \quad S = \sqrt{\frac{11,04}{10 - 2}} = 1,17$$

Жыл	Кезең (k)	Көрсеткіші (y _i)	Кезең (t _i)	y _i t _i	t ²	y _t [*]	y _i - y _t [*]	(y _i - y _t [*]) ²
2008	1	3,5	-9	-31,5	81	4,11	-0,61	0,37
2009	2	4,9	-7	-34,3	49	4,47	0,43	0,18
2010	3	3,6	-5	-18	25	4,83	-1,23	1,51
2011	4	5,7	-3	-17,1	9	5,19	0,51	0,26
2012	5	6,5	-1	-6,5	1	5,55	0,95	0,90
2013	6	5,5	1	5,5	1	5,91	-0,41	0,17
2014	7	8,1	3	24,3	9	6,27	1,83	3,35
2015	8	7,2	5	36	25	6,63	0,57	0,32
2016	9	5,0	7	35	47	6,99	-1,99	3,96
2017	10	7,3	9	65,7	81	7,35	-0,05	0,00
Қосын- дысы		57,3	0	59,1	330	57,3		11,04

1 мысал. Шешуі (жалгасы).

t=11 уақытында динамикалық қатардың деңгейінің болжамған мәнінің нүктелік бағасын есептеу:

$$y_{11}^* = 5,73 + 0,18 * 11 = 7,71$$

Кестеден сенімділік коэффициенті табу: $t(0,05; 8) = 2,31$

Болжанатын аралықтың шекараларын формула бойынша анықтау:

$$y_t^* \pm t_p S \Rightarrow 7,71 \pm 2,31 \cdot 1,17 \Rightarrow 5,01 \leq y_{\text{болжам}} \leq 10,41$$

Қорытынды: 95% ықтималдықпен, 2018 жылы осы аймақтығы желді оспамен науқастану 10000 мың адамға шаққанда 5,01-ден кем емес және 10,41 адамнан артық болады деп айтуға болады.

Стьюдент t-белгісінің критикалық мәндерінің кестесі

Еркіндік дәрежесінің саны	Маңыздылық деңгейі, p			
	0,10	0,05	0,02	0,01
f	0,10	0,05	0,02	0,01
1	6,31	12,7	31,82	63,7
2	2,92	4,30	6,97	9,92
3	2,35	3,18	4,54	5,84
4	2,13	2,78	3,75	4,60
5	2,01	2,57	3,37	4,03
6	1,94	2,45	3,14	3,71
7	1,89	2,36	3,00	3,50
8	1,86	2,31	2,90	3,36
9	1,83	2,26	2,82	3,25
10	1,81	2,23	2,76	3,17
11	1,80	2,22	2,72	3,11
12	1,78	2,18	2,68	3,05

Дәріс жоспары:

1. Динамикалық қатардың түрлері.
2. Тренд түсінігі. Динамикалық қатарларды теңестіру әдістері.
3. Динамикалық қатарларды болжау.
4. Динамикалық қатардың көрсеткіштері.

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Құбылыстың уақыт ішіндегі дамуының жылдамдығын және жітілігін талдау деңгейлерді өзара салыстыру нәтижесінде алынатын статистикалық көрсеткіштер арқылы іске асады.

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

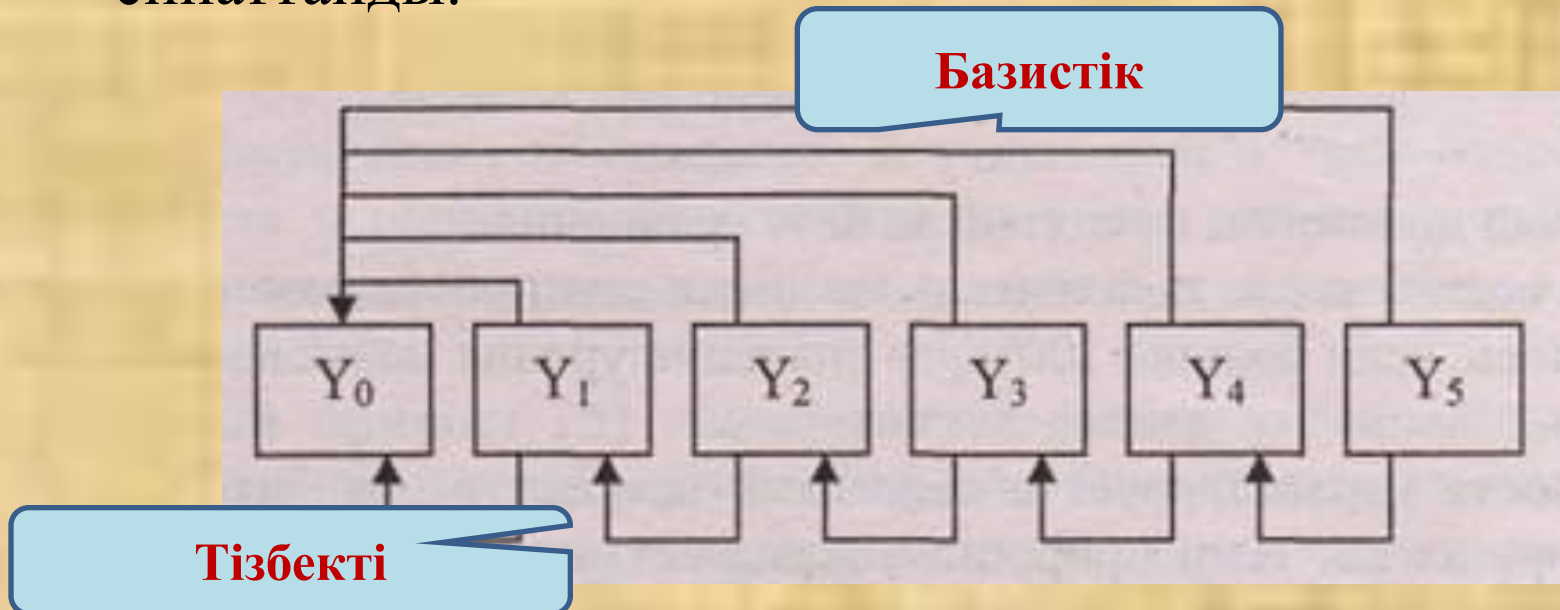
Мұндай көрсеткіштерге жататындар:

- абсолюттік өсу;
- өсудің шапшаңдығы;
- бір пайыз өсудің абсолюттік мәні және т.б.

Осы бойынша салыстыратын деңгейді **есептік**, ал салыстыру жүргізілетін деңгейді – **базистік** деп атау қабылданған.

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

- **Тұрақты базалық (базистік)** динамикалық көрсеткіштер базалық деңгей жататын кезеңнен i -інші кезеңге дейінгі деңгейдегі барлық өзгерістердің соңғы нәтижелерін сипаттайды.
- **Айнымалы базалық (тізбекті)** динамикалық көрсеткіштер деңгей өзгерісінің шектеулі зерттелетін уақыт аралығында жітілігін кезеңнен кезеңге дейін сипаттайды.



Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Абсолютті өсу (Δ_i) – динамикалық қатардың екі деңгейінің айырмашылығы ретінде анықталынатын көрсеткіш. Ол қатардың берілген деңгейі салыстыру үшін база ретінде қабылданған деңгейден қаншалықты артық немесе кем екенін көрсетеді:

$$\Delta_i^b = y_i - y_0$$

мұндағы Δ_i^b - абсолюттік базистік өсу; y_i – салыстырмалы кезеңнің деңгейі, y_0 – базистік кезеңнің деңгейі.

Айнымалы базамен салыстырғанда абсолюттік өсу

$$\Delta_i^T = y_i - y_{i-1} \quad \text{тең болады,}$$

мұндағы y_{i-1} – тікелей алдыңғы кезеңнің деңгейі.

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Абсолютті өсу (Δ_i)

Жыл	Көрсеткіші (y_i)	Δ_i^b (2008 жылдың базасы)	Δ_i^T
2008	3,5	-	-
2009	4,9	4,9-3,5=1,4	4,9-3,5=1,4
2010	3,6	3,6-3,5=0,1	3,6-4,9=-1,3
2011	5,7	5,7-3,5=2,2	5,7-3,6=2,1
2012	6,5	6,5-3,5=3	6,5-5,7=0,8
2013	5,5	5,5-3,5=2	5,5-6,5=-1
2014	8,1	8,1-3,5=4,6	8,1-5,5=2,6
2015	7,2	7,2-3,5=3,7	7,2-8,1=-0,9
2016	5,0	5,0-3,5=1,5	5,0-7,2=-2,2
2017	7,3	7,3-3,5=3,8	7,3-5,0=2,3

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Ұлғаю коэффициенті (k_i) екі салыстырмалы деңгейдің қатынасы ретінде анықталынады және берілген деңгейдің қаншалықты базистік кезеңнің деңгейінен қанша рет артық екендігін көрсетеді :

базистік $k_i^b = \frac{y_i}{y_0}$

тізбекті $k_i^T = \frac{y_i}{y_{i-1}}$

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Ұлғаю коэффициенті (k_i)

Жыл	Көрсеткіші (y_i)	k_i^b (2008 жылдың базасы)	k_i^T
2008	3,5	-	-
2009	4,9	$4,9/3,5=1,40$	$4,9/3,5=1,40$
2010	3,6	$3,6/3,5=1,03$	$3,6/4,9=0,73$
2011	5,7	$5,7/3,5=1,62$	$5,7/3,6=1,58$
2012	6,5	$6,5/3,5=1,86$	$6,5/5,7=1,14$
2013	5,5	$5,5/3,5=1,57$	$5,5/6,5=0,85$
2014	8,1	$8,1/3,5=2,31$	$8,1/5,5=1,47$
2015	7,2	$7,2/3,5=2,06$	$7,2/8,1=0,89$
2016	5,0	$5/3,5=1,43$	$5/7,2=0,69$
2017	7,3	$7,3/3,5=2,09$	$7,3/5=1,46$

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Егер өсудің коэффициенттері пайызбен өрнектелген болса, онда оларды **ұлғаю шапшаңдығы** деп атайды, яғни олар көрсеткіштің пайызбен берілген жылдамдық өзгерісінің уақыт бірлігімен сипатталады:

$$T_{\text{улғаю}} = k \cdot 100\%$$

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Ұлғаю шапшандығы ($T_{\text{ұлғаю}}$)

Жыл	Көрсеткіші (y_i)	k_i^b	$T_{\text{ұлғаю}}^b$ (%)	k_i^T	$T_{\text{ұлғаю}}^T$ (%)
2008	3,5	-	-	-	-
2009	4,9	$4,9/3,5=1,40$	140	$4,9/3,5=1,40$	140
2010	3,6	$3,6/3,5=1,03$	103	$3,6/4,9=0,73$	73
2011	5,7	$5,7/3,5=1,62$	162	$5,7/3,6=1,58$	158
2012	6,5	$6,5/3,5=1,86$	186	$6,5/5,7=1,14$	114
2013	5,5	$5,5/3,5=1,57$	157	$5,5/6,5=0,85$	85
2014	8,1	$8,1/3,5=2,31$	231	$8,1/5,5=1,47$	147
2015	7,2	$7,2/3,5=2,06$	206	$7,2/8,1=0,89$	89
2016	5,0	$5/3,5=1,43$	143	$5/7,2=0,69$	69
2017	7,3	$7,3/3,5=2,09$	209	$7,3/5=1,46$	146

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Өсу шапшаңдығы берілген кезең деңгейінің базистік деңгейден қанша пайызға көп (немесе аз) екендігін көрсетеді. Бұл көрсеткіш екі түрде есептелінеді.

- абсолютті өсудің базистік деңгейге қатынасы ретінде:

базистік
$$T_{tcy}^b = \frac{y_i - y_0}{y_0} \cdot 100\% ;$$

тізбекті
$$T_{tcy}^T = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%$$

- ұлғаюудың шапшаңдығы (%) және 100% арасындағы айырмашылық ретінде:

$$T_{tcy} = T_{\dot{y} \text{ ұлғаю}} - 100\% .$$

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Өсу шапшаңдығы ($T_{\text{өсу}}$)

Жыл	Көрсеткіші (y_i)	$T_{\text{ұлсаю}}^b$	$T_{\text{тсу}}^b$ (%)	$T_{\text{ұлсаю}}^T$	$T_{\text{тсу}}^T$ (%)
2008	3,5	-	-	-	-
2009	4,9	140	40	140	40
2010	3,6	103	3	73	-27
2011	5,7	162	62	158	58
2012	6,5	186	86	114	14
2013	5,5	157	57	85	-15
2014	8,1	231	131	147	47
2015	7,2	206	106	89	-11
2016	5,0	143	43	69	-31
2017	7,3	209	109	146	46

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Өсудің бір пайыздық абсолюттік мәні (A_i) алынған өсудің шапшаңдығының мәнін дұрыс бағалау үшін пайдаланылады. Тек тізбекті әдіспен есептеуге болады.

$$A_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{T_{тсy}} = \frac{\Delta_i^T}{T_{тсy}}$$

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Өсудің бір пайыздық абсолюттік мәні (A_i)

Жыл	Көрсеткіші (y_i)	Δ_i^T	T_{rcy}^T	A_i^T
2008	3,5	-	-	-
2009	4,9	1,4	40	$1,4/40=0,035$
2010	3,6	-1,3	-27	$-1,3/(-27)=0,048$
2011	5,7	2,1	58	0,036
2012	6,5	0,8	14	0,057
2013	5,5	-1	-15	0,067
2014	8,1	2,6	47	0,055
2015	7,2	-0,9	-11	0,082
2016	5,0	-2,2	-31	0,071
2017	7,3	2,3	46	0,050

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

Зерттелетін құбылыстың динамикасын жалпы сипаттауда кезең қатары үшін түрлі **орташа көрсеткішті** анықтайды.

- **Орташа абсолюттік өсу** – уақыт аралығындағы көрсеткіштің орташа шамасының өзгеруі.

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^T}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

- **Ұлғаюдың орташа шапшаңдығы** – бұл динамикалық қатар деңгейілері жітілігінің өзгеруі сипаттамасы. Ол бірлік уақыт ішінде динамикалық қатар деңгейінің орташа қанша рет өзгертіндігін көрсетеді:

$$\bar{T} = \bar{k} \cdot 100\% ,$$

мұндағы $\bar{k} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$ - ұлғаюдың орташа коэффициенті;

n - қатар деңгейінің саны.

Динамикалық қатардың көрсеткіштері

- **Өсудің орташа шапшаңдығы** келесі формуламен есептелінеді:

$$\bar{T}_{тсу} = \bar{T}_{ұлсаю} - 100\%$$

Бақылау сұрақтары:

1. Динамикалық қатар дегеніміз не? Ол қандай элементтерден тұрады?
2. Қандай динамикалық қатарларды білесіздер?
3. Тренд дегеніміз не?
4. Динамикалық қатар қандай жолымен түзетіледі?
5. Сызықты трендтің коэффициенттері қалай анықталады?
6. Базистік және тізбекті көрсеткіштерін арасында қандай айырмашылық бар?
7. Қандай салыстырмалы динамикалық көрсеткіштерді білесіздер?
8. Қандай орташа динамикалық көрсеткіштерді білесіздер?

