Синус и косинус суммы и разности аргументов.

$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$$

$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$

На основании данных формул будут выведены практически все остальные формулы тригонометрии.

Запоминаем

$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$$

Синус суммы двух аргументов равен произведению синуса первого аргумента на косинус второго плюс произведение косинуса первого аргумента на синус второго.

Запоминаем

$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$

Косинус суммы двух аргументов равен произведению косинусов этих аргументов минус произведение синусов этих аргументов.

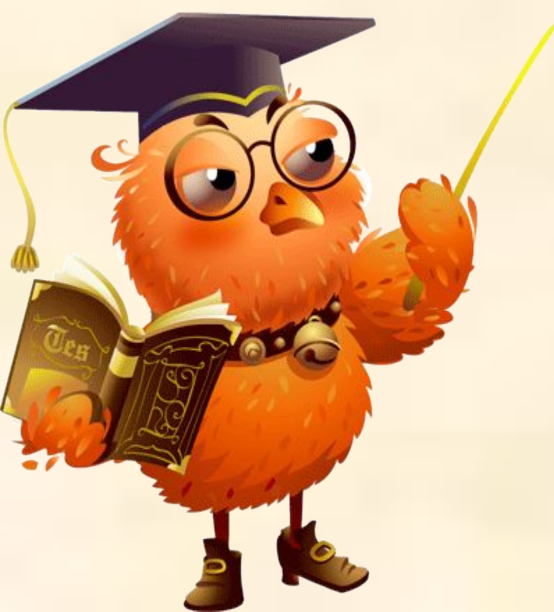
Выведем формулу синуса разности двух аргументов

$$\sin(x-y)= \quad \sin\left(x+(-y)\right)=$$

$$=\sin x\cos(-y)+\cos x\sin(-y)=$$

Учитывая, что $\sin(-y)=-\sin y$

$\cos(-y)=\cos y$



получим,

$$=\sin x\cos y-\cos x\sin y$$

Запоминаем

$$\sin(x-y)=\sin x\cos y-\cos x\sin y$$

Синус разности двух аргументов равен произведению синуса первого аргумента на косинус второго минус произведение косинуса первого аргумента на синус второго.

Аналогично выведем формулу косинуса разности двух аргументов

$$\cos(x-y)= \quad \cos\left(x+(-y)\right)=$$

$$=\cos x\cos(-y)-\sin x\sin(-y)=$$

$$=\cos x\cos y+\sin x\sin y=$$

Запоминаем

$$\cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$

Косинус разности двух аргументов равен произведению косинусов этих аргументов плюс произведение синусов этих аргументов.

Пример 1 **Вычислить:**

$$\sin 15^0 = \sin(45^0 - 30^0) =$$

$$= \sin 45^0 \cos 30^0 - \cos 45^0 \sin 30^0 =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

Пример 2 **Вычислить:**

$$\sin\frac{4\pi}{15}\cos\frac{\pi}{15}+\cos\frac{4\pi}{15}\sin\frac{\pi}{15}$$

Решение:

Заданное выражение можно «свернуть» в синус суммы аргументов:

$$\sin\frac{4\pi}{15}\cos\frac{\pi}{15}+\cos\frac{4\pi}{15}\sin\frac{\pi}{15}=$$

$$=\sin\left(\frac{4\pi}{15}+\frac{\pi}{15}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Пример 3 **Вычислить:**

$$\sin 44^0 \cos 14^0 - \sin 46^0 \cos 76^0$$

Решение:

По формулам приведения найдём:

$$\sin 46^0 = \sin\left(90^0 - 44^0\right) = \cos 44^0$$

$$\cos 76^0 = \cos\left(90^0 - 14^0\right) = \sin 14^0$$

Подставим в исходное выражение:

$$\sin 44^0 \cos 14^0 - \sin 46^0 \cos 76^0 =$$

$$= \sin 44^0 \cos 14^0 - \cos 44^0 \sin 14^0 =$$

$$= \sin\left(44^0 - 14^0\right) = \sin 30^0 = \frac{1}{2}$$

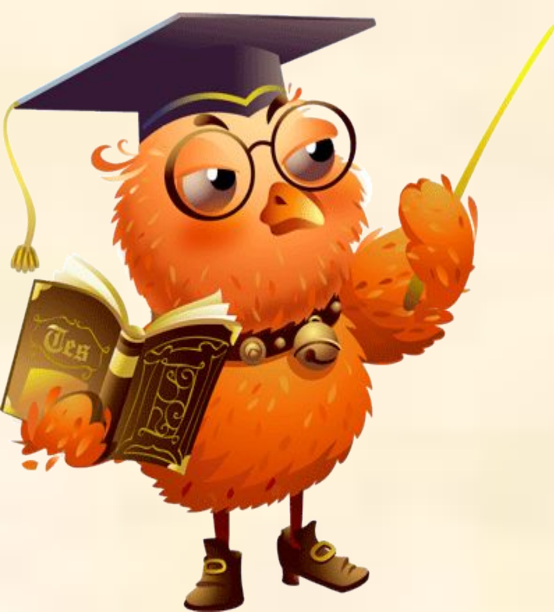
Повторим еще раз формулы:

$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$$

$$\sin(x-y)=\sin x\cos y-\cos x\sin y$$

$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$

$$\cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$



Пример 5 **Упростить выражение:**

$$\sqrt{3}\cos x - \sin x$$

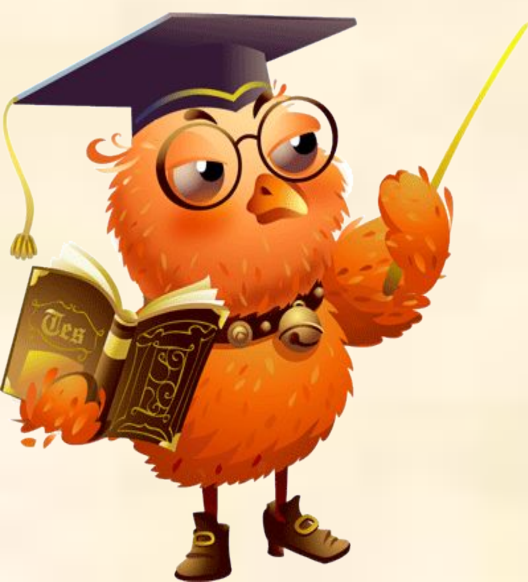
Решение:

В заданном выражении вынесем множитель 2 за скобки:

$$2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x\right)$$

Вспомним, что

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{\pi}{6}; \quad \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$$



$$\sqrt{3}\cos x - \sin x = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x\right) =$$

$$= 2\left(\cos\frac{\pi}{6}\cos x - \sin\frac{\pi}{6}\sin x\right) =$$

$$= 2\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$$