

Дискретная математика

**Векторы и прямые
произведения множеств.
Проекция вектора на ось**

- **Вектор** – это упорядоченный набор элементов (“кортеж”). Его элементы называются **координатами** или **компонентами** вектора.
- **Длина (размерность)** вектора – число координат вектора.
- В отличие от элементов множества, его координаты могут совпадать. Обозначение вектора: в круглых скобках, координаты – через запятую (0, 5, 4, 5, 0, 1). Иногда скобки и даже запятые опускаются.

- Векторы длины 2 называют упорядоченными парами; длины 3 – тройками; и т.д., длины n – n -ками.
- Два вектора **равны**, если они имеют одинаковую длину, и соответствующие координаты равны,

т. е. $(a_1, a_2, \dots, a_m) = (b_1, b_2, \dots, b_n)$

если $m = n$

$$a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_m = b_n.$$

● *Прямое произведение n множеств*

$$A_1, A_2, \dots, A_n$$

(обозначается $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$)

называется множеством всех векторов

(a_1, a_2, \dots, a_n) , длины n таких, что

$$a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_n \in A_n.$$

Иначе говоря

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n =$$

$$= \{(a_1, a_2, \dots, a_n) : a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_n \in A_n\}.$$

Пример:

Найти прямое произведение множеств

$$A_1, A_2 \text{ и } A_3 \text{ где } A_1 = \{0,1\}, A_2 = \{m,n\}, A_3 = \{1,3\}$$

Перечисляем тройки элементов в лексикографическом порядке.

$$A_1 \times A_2 \times A_3 = \{(0, m, 1), (0, m, 3), (0, n, 1), (0, n, 3), (1, m, 1), (1, m, 3), (1, n, 1), (1, n, 3)\}$$

- Пусть A – конечное множество, элементами которого являются СИМВОЛЫ (буквы, цифры, знаки препинания, знаки операций и т. д.). Такие множества обычно называют *алфавитом*.
- Примеры алфавитов:
 - 1) 33 русских буквы, 2) 26 латинских букв, 3) 10 арабских цифр; 4) список символов клавиатуры компьютера.

- Слова длины n в алфавите A – это элементы множества A^n . Множество всех слов в алфавите A – это множество

$$A^* = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} A^i = A^1 \cup A^2 \cup \dots \cup A^n \cup \dots$$

- Здесь *слово* определено как *вектор*.

При написании слова не принято пользоваться разделителями: скобками, запятыми; они могут оказаться символами самого алфавита.

Поэтому слово в алфавите обозначается как конечная последовательность символов из алфавита A .

Примеры:

- 1) Десятичное число – слово в алфавите цифр $\{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$.
- 2) Текст, отпечатанный на машинке – слово в алфавите, определяемом клавиатурой этой машинки.

Теорема (о мощности прямого произведения множеств).

● Пусть A_1, A_2, \dots, A_n

конечные множества и

$$|A_1| = m_1, |A_2| = m_2, \dots, |A_n| = m_n.$$

Тогда мощность множества $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$
равна произведению мощностей множеств:

$$|A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n| = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n.$$

Следствие:

$$|A^n| = |A|^n.$$

- Например, множество B_3 – двоичных векторов длины 3, содержит

$$|B_3| = |B^3| = |B|^3 = 2^3.$$

Проекции

множества векторов на оси

Проекцией вектора $v = (a_1, a_2, \dots, a_n)$

длины n на i -ю ось называется его i -я

координата. Обозначается это так:

$$\text{пр}_i v = a_i$$

Например:

$$v = (v, n, л), \text{ тогда } \text{пр}_1 v = v, \quad \text{пр}_3 v = л.$$

Проекцией вектора $v = (a_1, a_2, \dots, a_n)$

длины n **на оси с номерами** i_1, i_2, \dots, i_k

называется вектор, составленный из
соответствующих координат.

Обозначается это так:

$$pr_{i_1, i_2, \dots, i_k} v = (a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k})$$

Например:

$$v = (v, n, l), \text{ тогда } pr_{1,2} v = (v, n).$$

Пусть дано множество V векторов одинаковой длины

Проекцией множества векторов на i -ю ось

называется множество проекций на i -ю ось всех его векторов. Обозначается это так:

$$pr_i V = \{pr_i v : v \in V\}$$

Например: $V = \{(a, b, c), (d, c, a)\}$

, тогда

$$pr_2 V = \{b, c\}, \quad pr_3 V = \{c, a\}$$

Проекцией множества векторов на оси с

номерами i_1, i_2, \dots, i_k называется

множество проекций на оси с номерами

i_1, i_2, \dots, i_k всех его векторов. Обозначается:

$$pr_{i_1, i_2, \dots, i_k} V = \{ pr_{i_1, i_2, \dots, i_k} v : v \in V \}.$$

Например: $V = \{(a, b, c), (d, c, a)\}$, тогда

$$pr_{1,2} V = \{(a, b), (d, c)\}.$$

**Выучить или переписать
в тетрадь определения на
слайдах**

2-4, 9-14