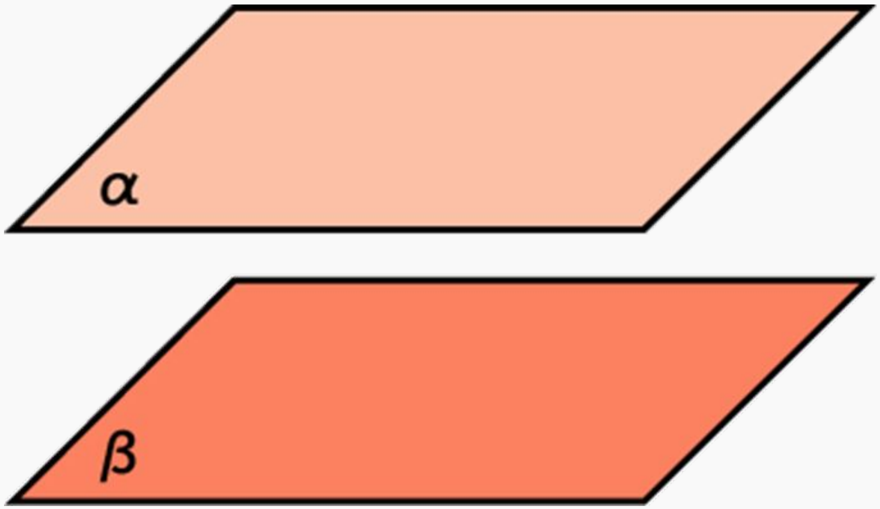
Параллельность плоскостей в пространстве.

Параллельное проецирование.

Площадь ортогональной проекции

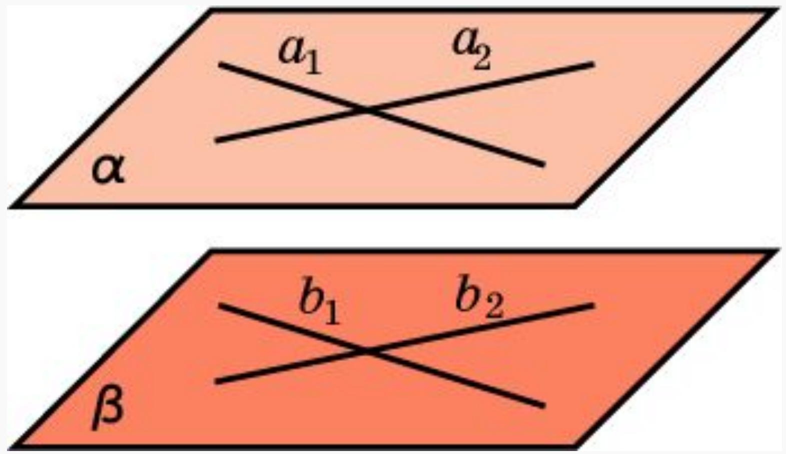
Параллельные плоскости в пространстве



$\alpha \parallel \beta$

Определение. Две плоскости в пространстве называются ***параллельными***, если они не пересекаются, то есть не имеют общих точек

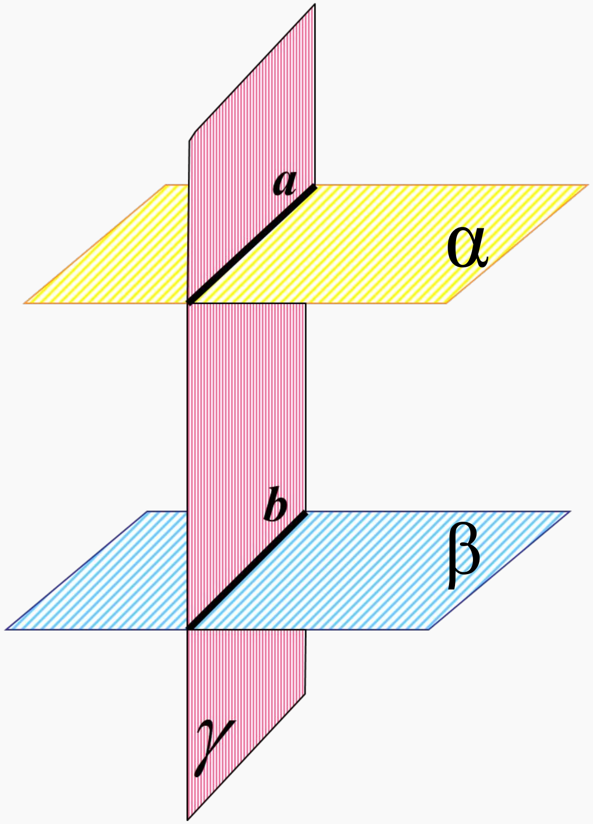
Признак параллельности плоскостей



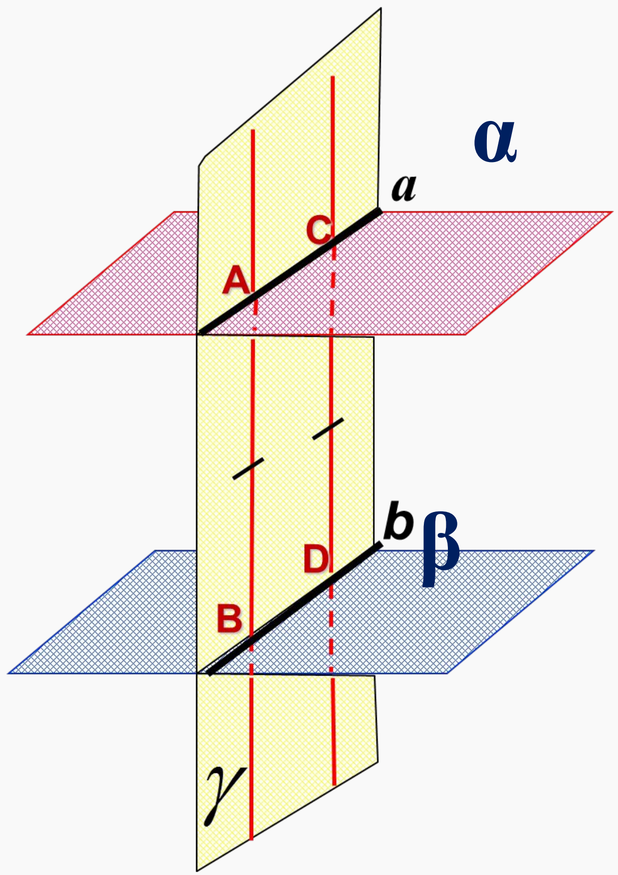
Теорема. **Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.**

Свойства параллельных плоскостей

1. Если две параллельные плоскости пересекаются третьей плоскостью, то то линии их пересечения параллельны.



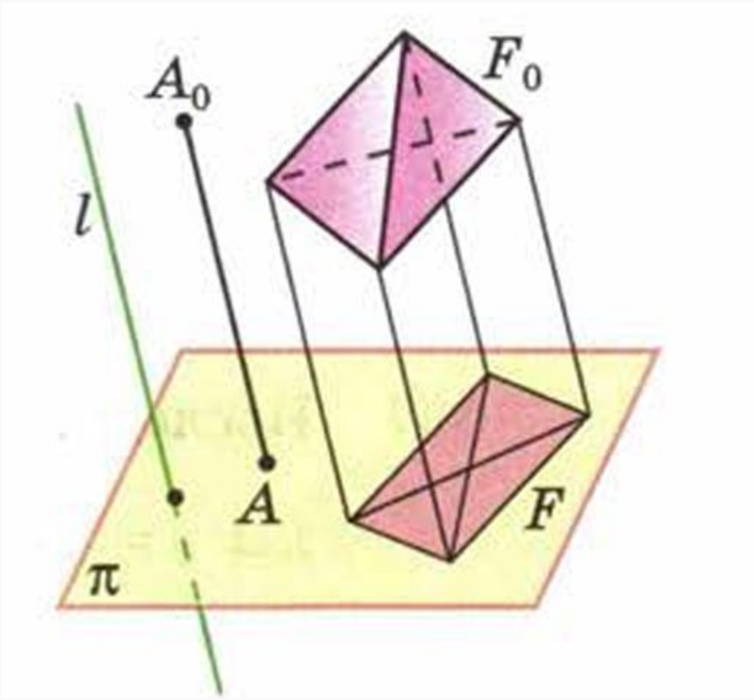
2. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.



$AB = CD$

Обычно для изображения пространственных фигур на плоскости используется *параллельное проектирование* пространственной фигуры на плоскость.

Пусть π - некоторая плоскость, *l* - пересекающая ее прямая. Через произвольную точку A_0, не принадлежащую прямой *l*, проведем прямую, параллельную прямой *l*. Точка пересечения этой прямой с плоскостью π называется **параллельной проекцией** точки A_0 на плоскость π в направлении прямой *l*. Обозначим ее *A*.

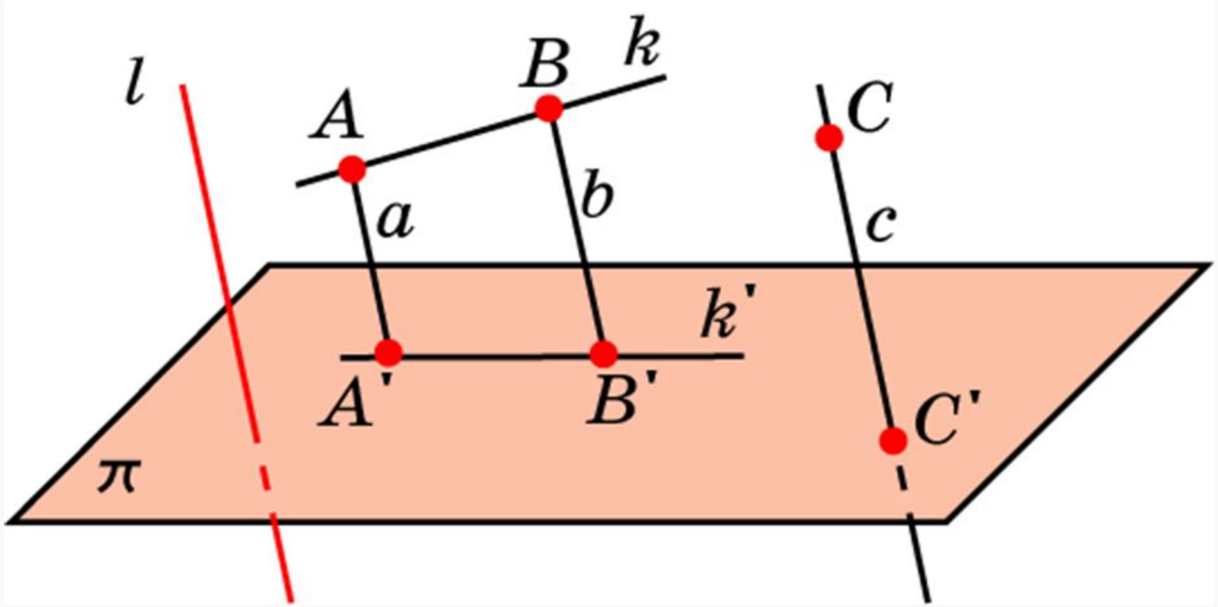


F_0 – пространственная или плоская фигура. Параллельное проектирование всех ее точек образует фигуру F на плоскости **π**.

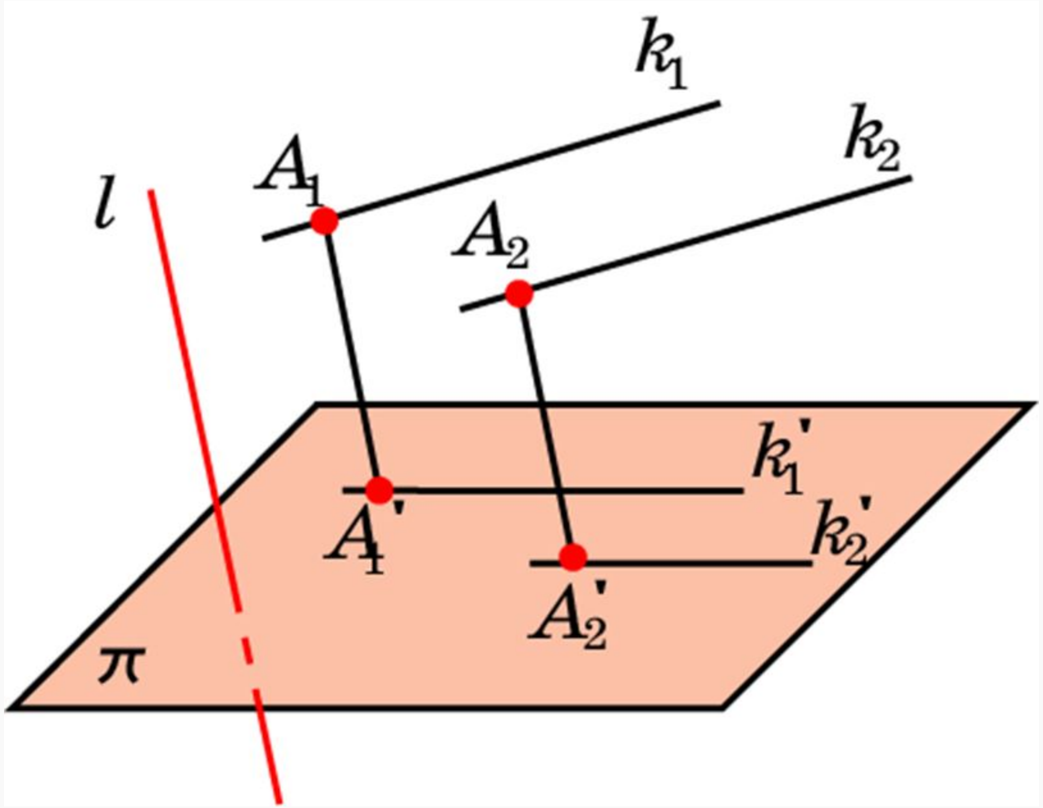
Фигура F называется **параллельной проекцией** фигуры F_0

Свойства параллельного проектирования

1. Если прямая параллельна или совпадает с прямой *l*, то ее проекцией в направлении этой прямой является точка.
2. Если прямая не параллельна и не совпадает с прямой *l*, то ее проекцией является прямая.



3. Если две параллельные прямые не параллельны прямой l, то их проекциями в направлении l являются две параллельные прямые или одна прямая.



Если прямые *параллельны*, то они проектируются или в ***две параллельные прямые*** (рис.1), или в ***одну прямую*** (их плоскость параллельна направлению проектирования, но сами они не параллельны направлению проектирования) (рис. 2), или в ***две точки*** (прямые параллельны направлению проектирования) (рис.3)

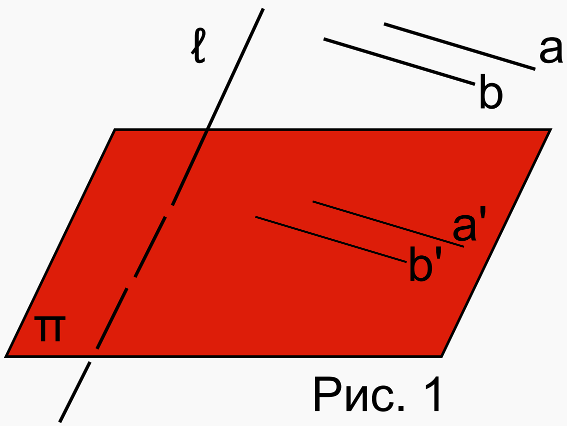


Рис. 1

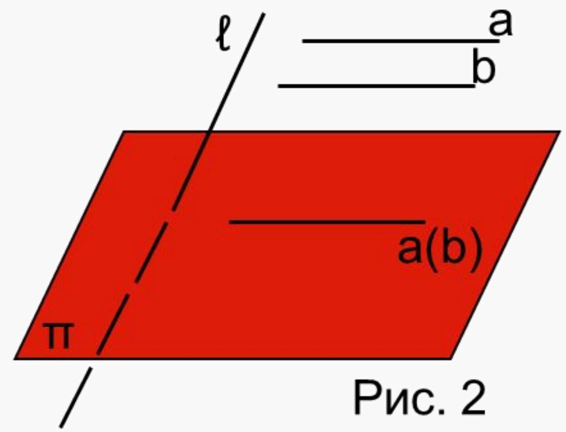


Рис. 2

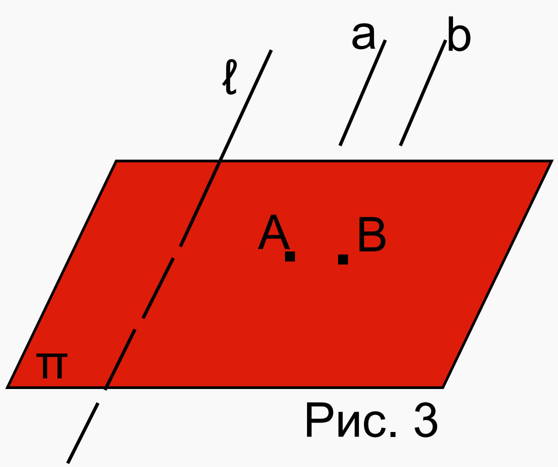
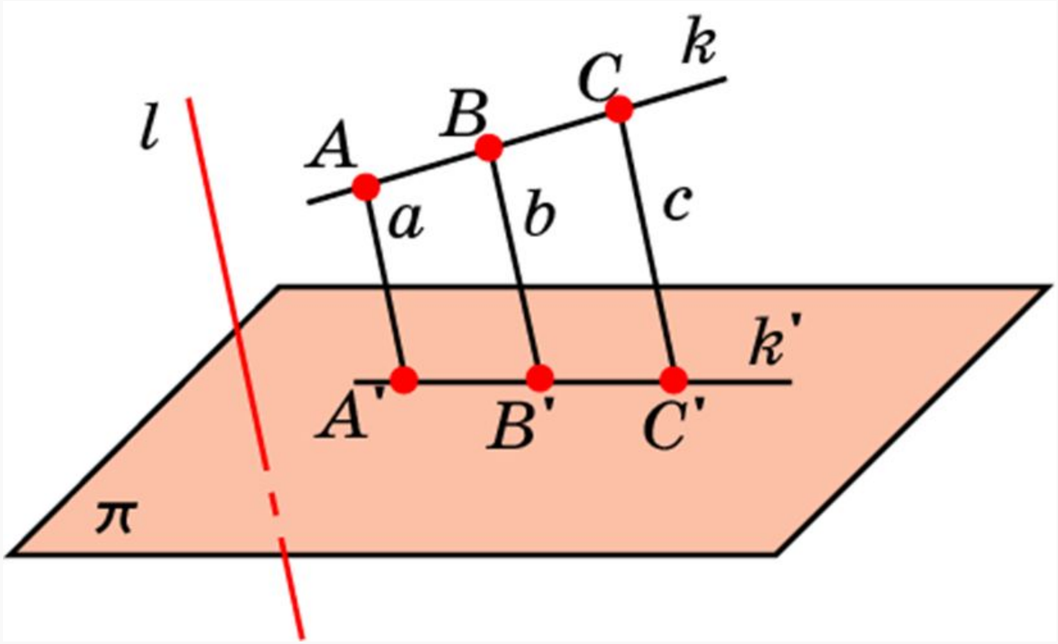


Рис. 3

4. Отношение отрезков одной прямой или параллельных прямых сохраняется.
Середина отрезка АВ переходит в середину соответствующего отрезка А`С`.

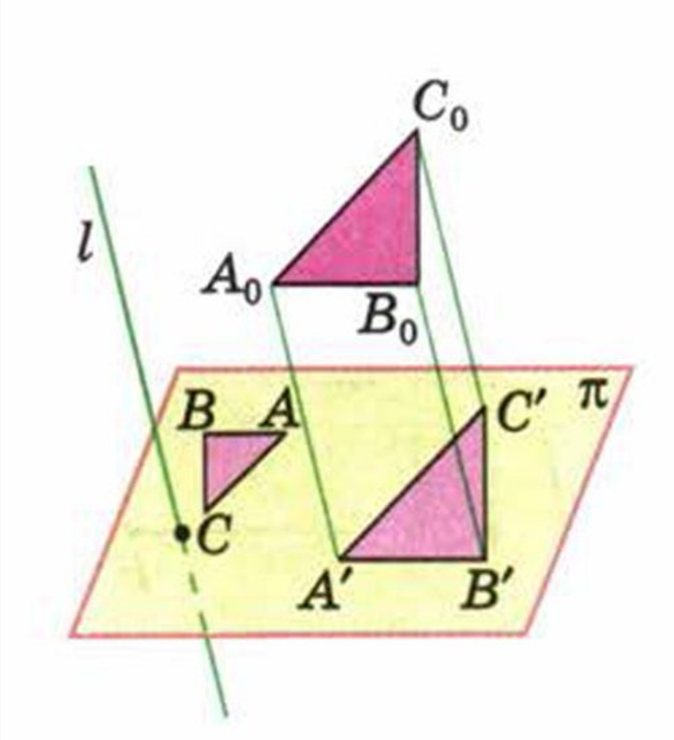


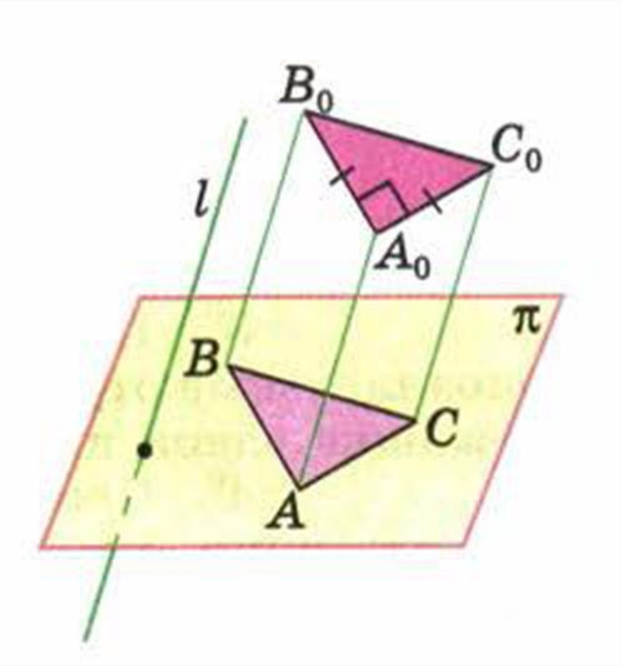
$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

Изображение плоских фигур.

1. Треугольник:

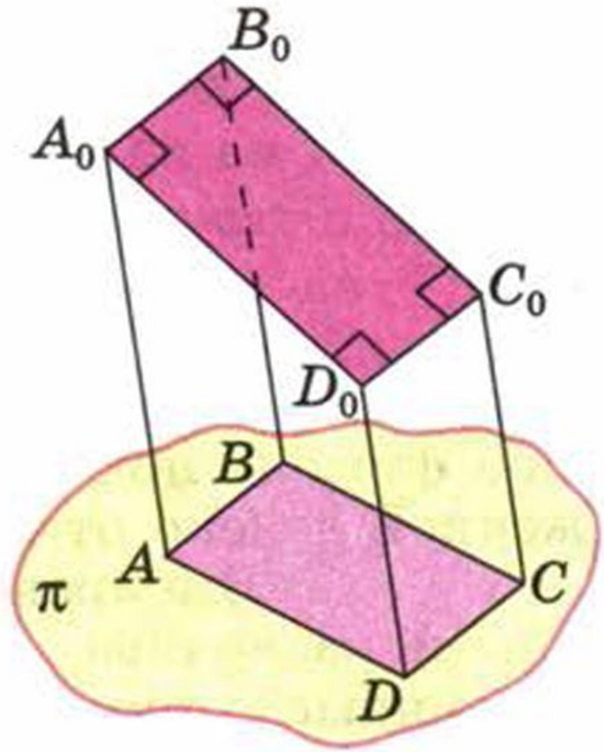
Изображением треугольника (равнобедренного, равностороннего, прямоугольного, произвольного) на плоскости является ***произвольный треугольник***.





2. Параллелограмма:

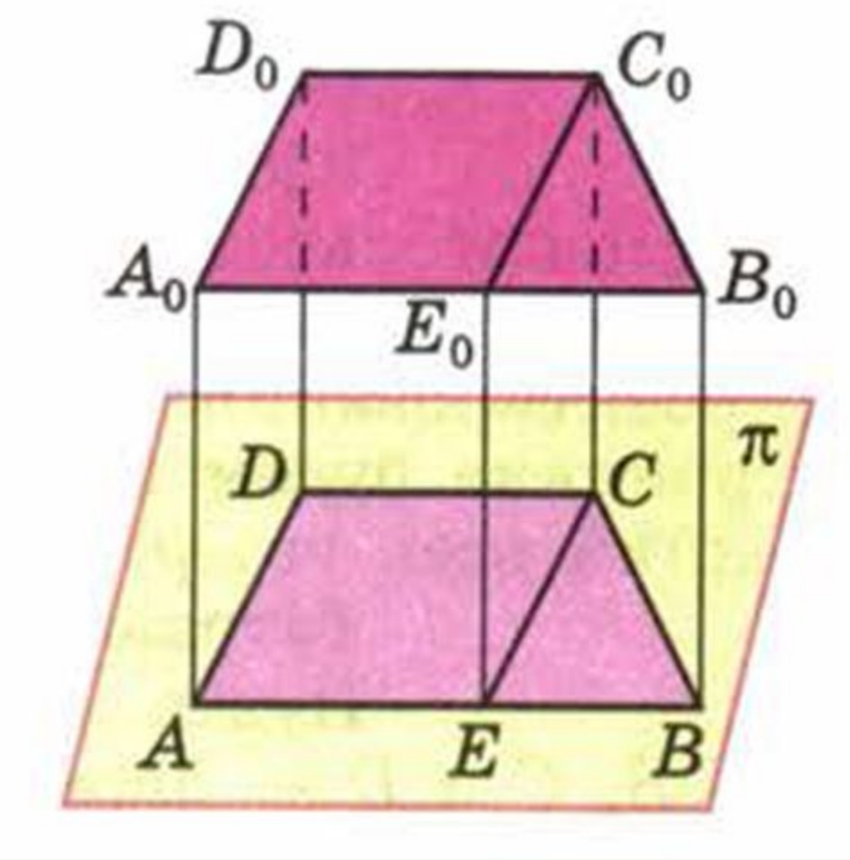
Изображением любого параллелограмма (параллелограмма, прямоугольника, квадрата и ромба) на плоскости является ***произвольный параллелограмм***.



$A_0B_0C_0D_0$ — прямоугольник. $ABCD$ — параллелограмм

3. Трапеции:

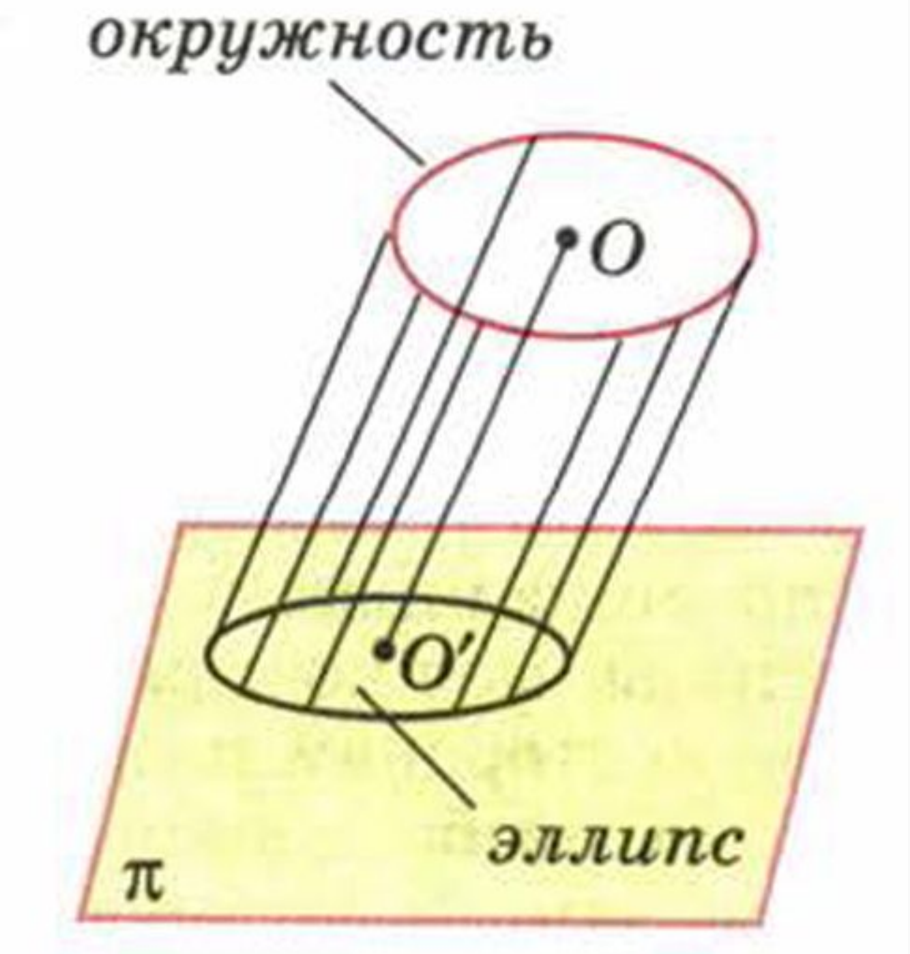
Изображением любой трапеции (равнобокой, прямоугольной, произвольной) на плоскости является ***произвольная трапеция,*** у которой отношение оснований *равно* отношению оснований данной трапеции



4. Окружность:

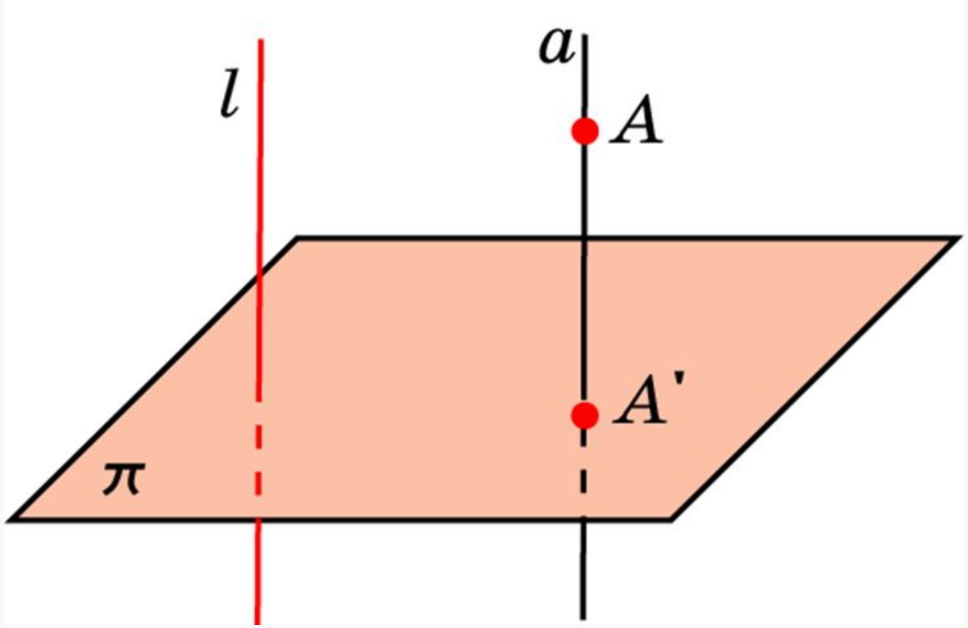
Проекцией ***окружности*** является ***эллипс.***

Проекция ***центра окружности*** называется ***центром эллипса***

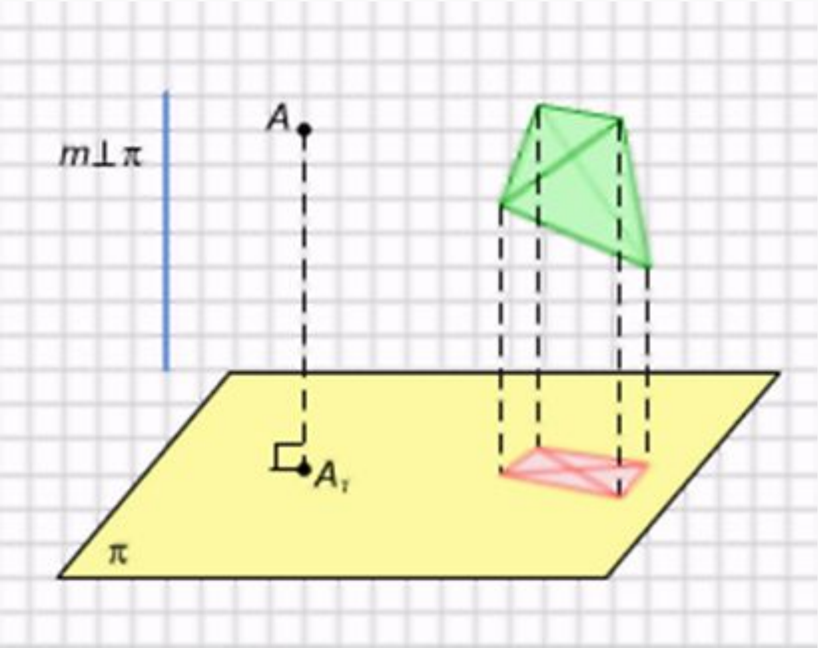


Ортогональное проектирование

Ортогональным проектированием называется параллельное проектирование в направлении прямой, <u>**перпендикулярной**</u> плоскости



Для ортогонального проектирования справедливы свойства параллельного проектирования.



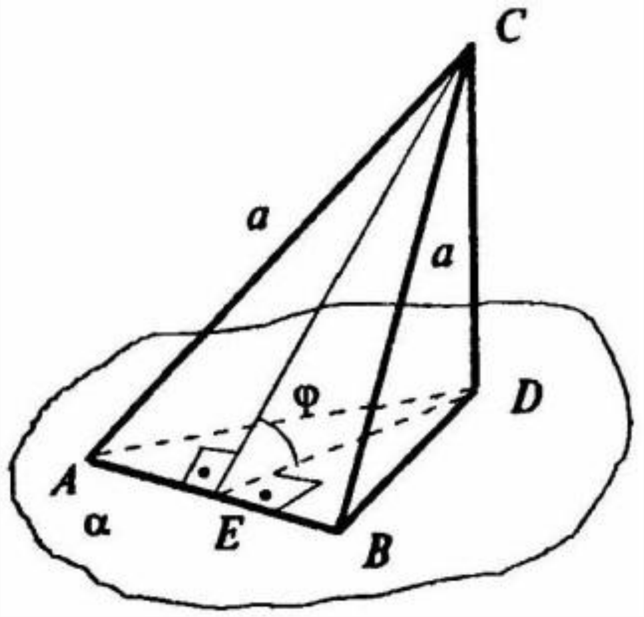
Ортогональная проекция точки и фигуры

Ортогональной проекцией точки A на данную плоскость называется проекция точки на эту плоскость параллельно прямой, перпендикулярной этой плоскости..

Ортогональная проекция фигуры на данную плоскость π состоит из ортогональных проекций на плоскость π всех точек этой фигуры

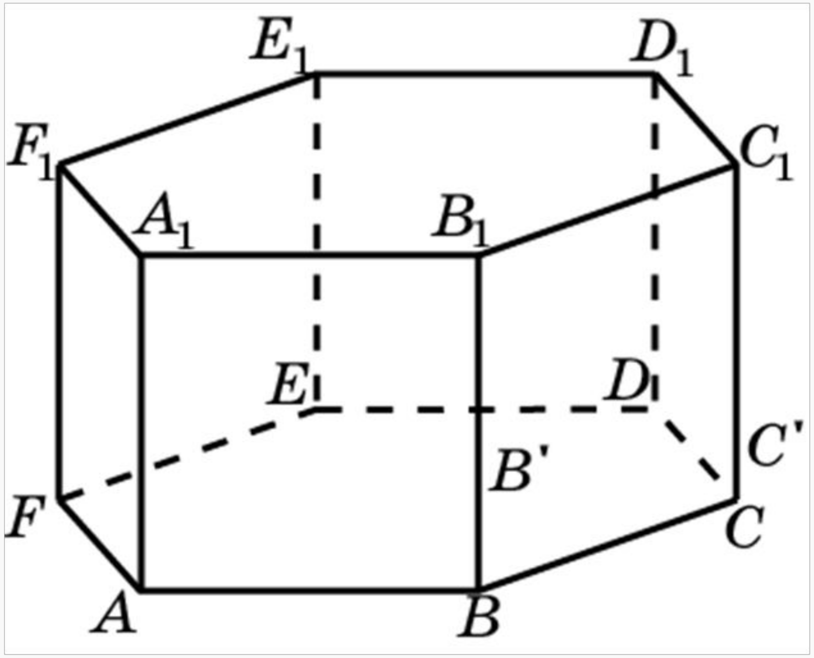
Площадь ортогональной проекции

Теорема. Площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость равна площади проектируемого многоугольника, умноженной на косинус угла, образованного плоскостью многоугольника и плоскостью проекции.



$$S_{ABD} = S_{ABC} * \cos\varphi$$

Являются ли параллельными плоскости:



а) ABB_1 и CDD_1;

б) ABB_1 и DEE_1;

в) ABB_1 и CEE_1;

г) ABB_1 и CFF_1;

д) ABB_1 и CFE_1,

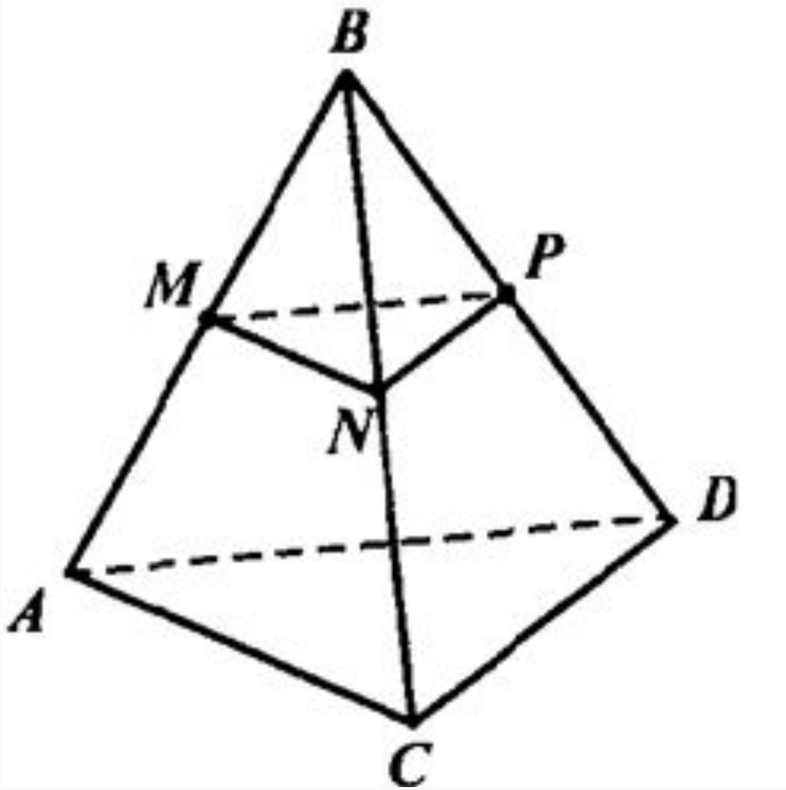
проходящие через вершины правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$?

Даны параллельные плоскости α и β. Через точки P и H плоскости α проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость β в точках C и K. Найдите PC, если HK = 20 см.

Точка B не лежит в плоскости треугольника ADC, точки M, N и P — середины отрезков BA, BC и BD соответственно.

а) Докажите, что плоскости MNP и ADC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника MNP, если площадь треугольника ADC равна 48 см^2.



Параллельные плоскости α и β пересекают сторону *AB* угла BAC соответственно в точках A_1 и A_2, а сторону *AC* этого угла — соответственно в точках B_1, и B_2.

Найдите:

AA_2 и AB_2, если $A_1A_2 = 2A_1A = 12$ см, AB, = 5 см;

Дан равносторонний треугольник со стороной *a*. Найдите площадь его ортогональной проекции на плоскость, которая образует с плоскостью треугольника угол, равный: 30°