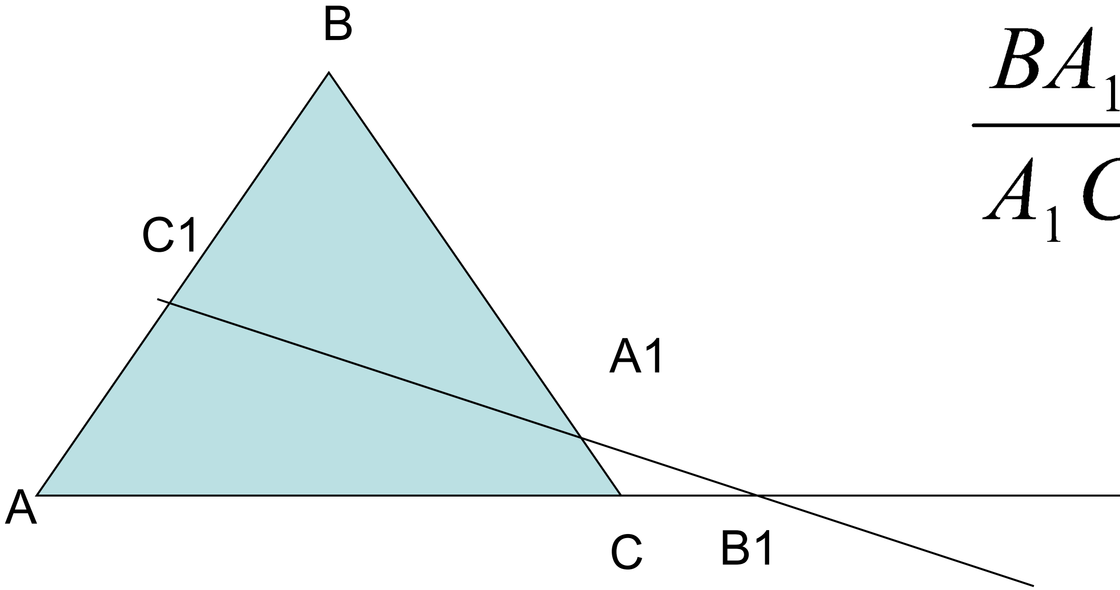
Геометрия

Теоремы Менелая

Теорема Менелая:

- Пусть точка А1 лежит на стороне ВС треугольника АВС, точка С1 – на стороне АВ, точка В1 – на продолжении стороны АС за точку С. Точки А1,В1 иС1 лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда выполняется равенство

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1.$$



$$\frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} \cdot \frac{AC_1}{C_1B} = 1$$

$$\frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BC_1}{C_1A} \cdot \frac{AB_1}{B_1C} = 1.$$

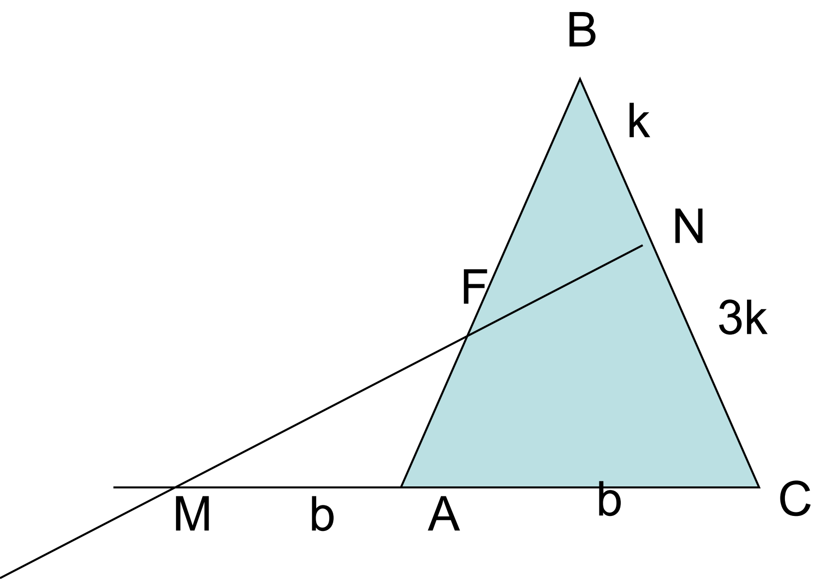
Эта теорема Входит в золотой фонд древнегреческой математики. Она дошла до нас в арабском переводе книги «Сферика» Менелая Александрийского. Равенство Менелая можно записывать, начиная с любой вершины треугольника, в любом направлении (по часовой стрелке, против часовой стрелки).

Задача 1.

В треугольнике ABC на стороне BC взята точка N так, что NC = 3BN; на продолжении стороны AC за точку A взята точка M так, что MA=AC. Прямая MN пересекает сторону AB в точке F.

Найдите: отношение $\frac{BF}{FA}$

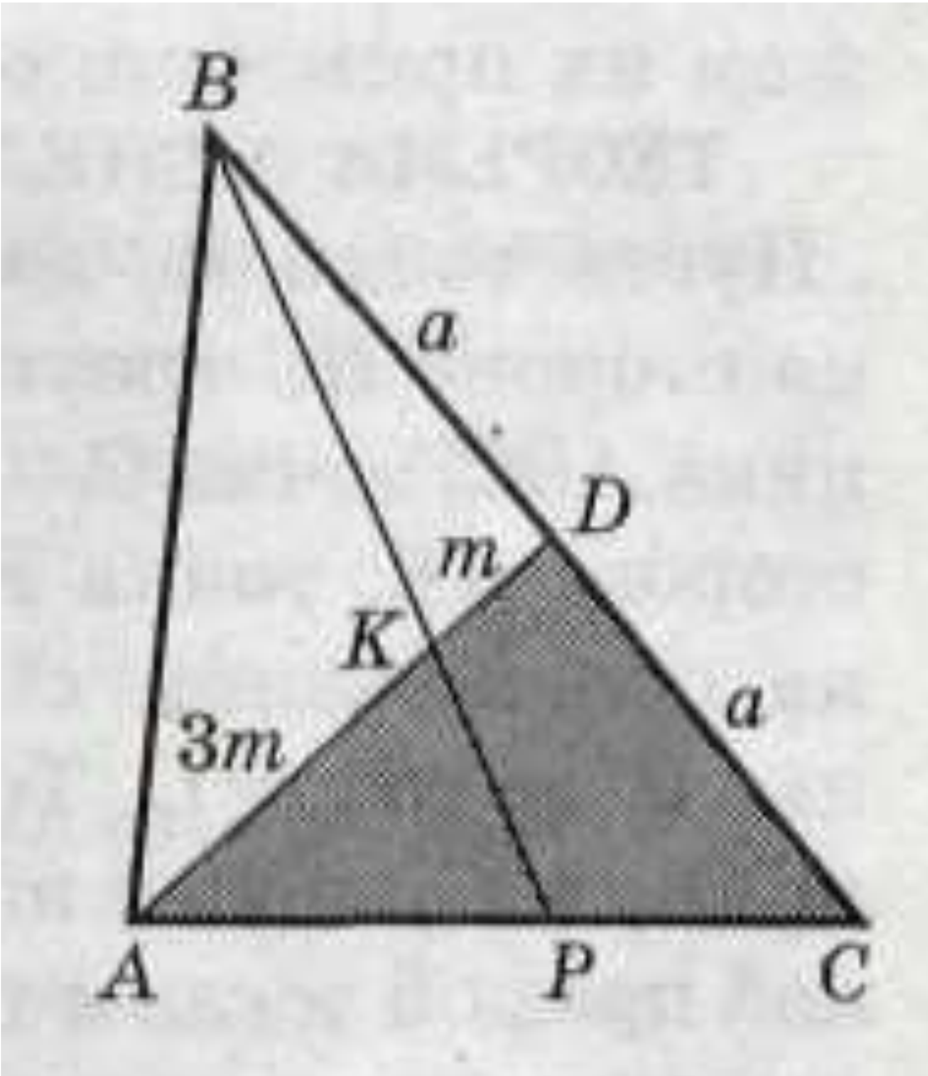
Решение



- По условию задачи MA = AC, NC = 3BN. Пусть MA = AC = b,
- BN = k, NC = 3k. Прямая MN пересекает две стороны треугольника ABC и продолжение третьей. По теореме Менелая

$$\frac{CN}{NB}\cdot\frac{BF}{FA}\cdot\frac{AM}{MC}=1,\ \frac{3_k}{k}\cdot\frac{BF}{FA}\cdot\frac{b}{2_b}=1,\ \frac{BF}{FA}\cdot\frac{3}{2}=1,\ \frac{BF}{FA}=\frac{2}{3.}$$

Ответ:2:3.



- **Задача 2.**
- Пусть AD – медиана треугольника ABC. На стороне AD взята точка K так, что AK:KD=3:1. Прямая BK разбивает треугольник ABC на два. Найдите отношение площадей этих треугольников.