Презентація

Показникова і Логарифмічна Функція

Історичні Відомості

Засновники функцій та графіків

Леонард Ейлер

- Леона́рд Е́йлер 15 квітня 1707, Базель, Швейцарія — 18 вересня 1783), видатний швейцарський математик та фізик, який провів більшу частину свого життя в Росії та Німеччині. Традиційне написання "Ейлер" походить від рос. Леонард Эйлер.

- Ейлер здійснив важливі відкриття в таких різних галузях математики, як математичний аналіз та теорія графів. Він також ввів велику частину сучасної математичної термінології і позначень, зокрема у математичному аналізі, як, наприклад, поняття математичної функції[3]. Ейлер відомий також завдяки своїм роботам в механіці, динаміці рідини, оптиці та астрономії, інших прикладних науках.

Джон Непер

- У ранній молодості, негайно ж після закінчення курсу в Сент-Ендрюського університеті, куди він вступив в 1563 році, Непер зробив подорож по Німеччині, Франції та Італії, з якого повернувся на батьківщину в 1571 році. Поселившись в своєму рідному замку і поженившись в тому ж році, він потім вже ніколи не залишав Шотландії.

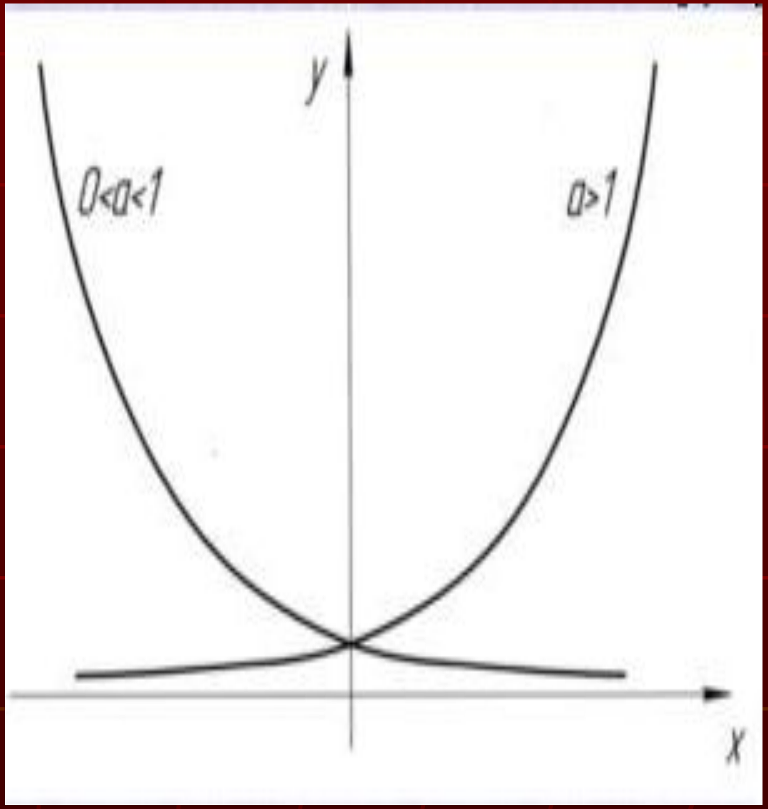
- Весь його час було присвячено заняттям богословськими предметами і математикою. За його власними словами, тлумачення пророцтв завжди складало головний предмет його занять, математика ж служила для нього тільки відпочинком.

Вільям Отред

- Отред народився в Ітоні, графство Бекінгемшір (в наші дні - Беркшир), в сім'ї священика. Закінчив Кембріджський університет (1595), після чого до 1608 викладав там. Потім він вибрав духовну кар'єру англійського священика, в 1608 році отримав прихід у Олбері (Albury), недалеко від Лондона, де і провів більшу частину свого життя. Одночасно Отред продовжував займатися математикою, викладав цю науку численним учням і вів інтенсивне листування з видатними математиками того періоду.
- «Всі його думки були зосереджені на математиці, - писав сучасник Отреда, - і він весь час розмірковував або креслив лінії і фігури на землі ... Його будинок був повний юних джентльменів, які приїздили з усіх усюд, щоб повчитися в нього».

Показникова та логагифмічна функції

- Основні властивості показникової функції y=ax.
- 1. Область визначення функції ax – множина R дійсних чисел.
- 2. Область значень функції ax (якщо a≠1) – множина R+ всіх додатних дійсних чисел. Якщо a=1, функція ax при всіх x стала: вона дорівнює 1.
- 3. Якщо a>1, функція ax зростає на всій числовій прямій; якщо 0<a<1, функція ax спадає на множині R.



- Основні властивості логарифмічної функції y=logax.
- 1. Область визначення логарифмічної функції – множина R+ всіх додатних чисел.
- 2. Область значень логарифмічної функції – множина R всіх дійсних чисел.
- 3. Логарифмічна функція на всій області визначення R+ зростає, якщо a>0 і спадає, якщо 0<a<1.

- Властивості степенів
- Для будь-яких x, y і додатних a і b справедливі рівності:
- a0=1; a1=1;
- ax·ay=ax+y; ax:ay=ax-y;
- (ax)y=axy; (ab)x=axbx;

- Показникові та логарифмічні рівняння
- 1. Показникове рівняння
- af(x)=bg(x) (a>0, a≠1, b>0, b≠1)
- рівносильне рівнянню
- f(x)logca=g(x)logcb,
- де c>0, c≠1.

Види рівнянь

- ***Розв’язати рівняння***
- ***1/4·4x2=8·(0,5)3x***
- ***Розв'язання***
- ***2-2·(22)x2·(2-1)3x;***
- ***2-2·22x2=23·2-3x;***
- ***2-2+2x2=23-3x;***
- ***-2+2x2=3-3x;***
- ***2x2+3x-5=0;***
- ***x1=1; x2=-2,5.***
- ***Відповідь: x1=1; x2=-2,5.***

- Коренями рівняння
- (u(x))f(x)=(u(x))g(x),
- є розв'язки мішаної системи
-
- і ті значення x, для яких u(x)=1, якщо при цих значеннях визначені f(x) і g(x).

- Розв’язати рівняння
- 3·4x+2x·3x-2·9x=0.
- Розв'язання 3·(2x)2+2x·3x-2·(3x)2=0.
- Це є однорідне рівняння. Поділимо ліву і праву частину рівняння на (3x)2.
- 3·((2/3)x)2+(2/3)x-2=0
- Нехай (2/3)x=t, тоді
- 3·t2+t-2=0;
- t1=2/3; t2=-1<0 - стороній корінь
- (2/3)x=2/3;
- x=1.
- Відповідь: x=1.

Функції та їх властивості

1. Областю визначення показникової функції $y = a^x$ є множина всіх дійсних чисел. Справді, якщо $a > 0$, $a \neq 1$, вираз a^x визначений для будь-якого x, $-\infty < x < +\infty$.

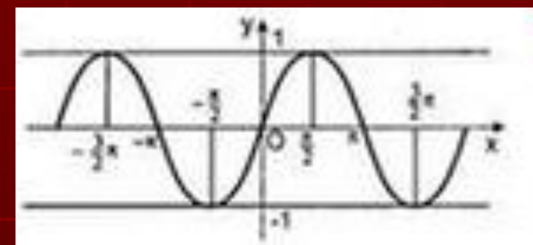
2. Показникова функція $y = a^x$ додатна при будь-якому значенні аргументу, тобто $a^x > 0$.

Неважко переконатися в тому, що показникова функція не може ні дорівнювати нулю, ні бути від'ємною, тобто областю її значень є множина всіх додатних чисел $(0; +\infty)$. Справді, a^x може дорівнювати нулю лише тоді, коли $a = 0$, але ми домовилися, що $a \neq 0$. Функція a^x може бути від'ємною лише коли $a < 0$ (і то не для всіх значень x), але ми умовилися розглядати показникову функцію лише коли $a > 0$. А при піднесенні додатного числа a до степеня x з будь-яким дійсним показником завжди матимемо додатне число.

Щоб переконатися в цьому, розглянемо всі можливі випадки:

а) Нехай $x = n$, де n — натуральне число. Тоді $a^x = a^n = aa \dots a > 0$ як добуток додатних чисел.

б) Якщо x є дробове додатне число, тобто $x = \frac{m}{n}$, де $\frac{m}{n}$ — нескоротний дріб, то $a^x = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$. Але $a^m > 0$ (умова існування кореня n-го степеня).



Найпростішим показниковим рівнянням є

$$a^x = b, \ a > 0, \ b > 0, \ a \neq 1. \quad (1)$$

Якщо замість x у показнику степеня стоїть деяка функція $f(x)$, то

$$a^{f(x)} = b, \ a > 0, \ b > 0, \ a \neq 1. \quad (2)$$

Загального методу розв'язування показникових рівнянь немає. Можна виділити кілька типів показникових рівнянь і навести схеми їх розв'язування.

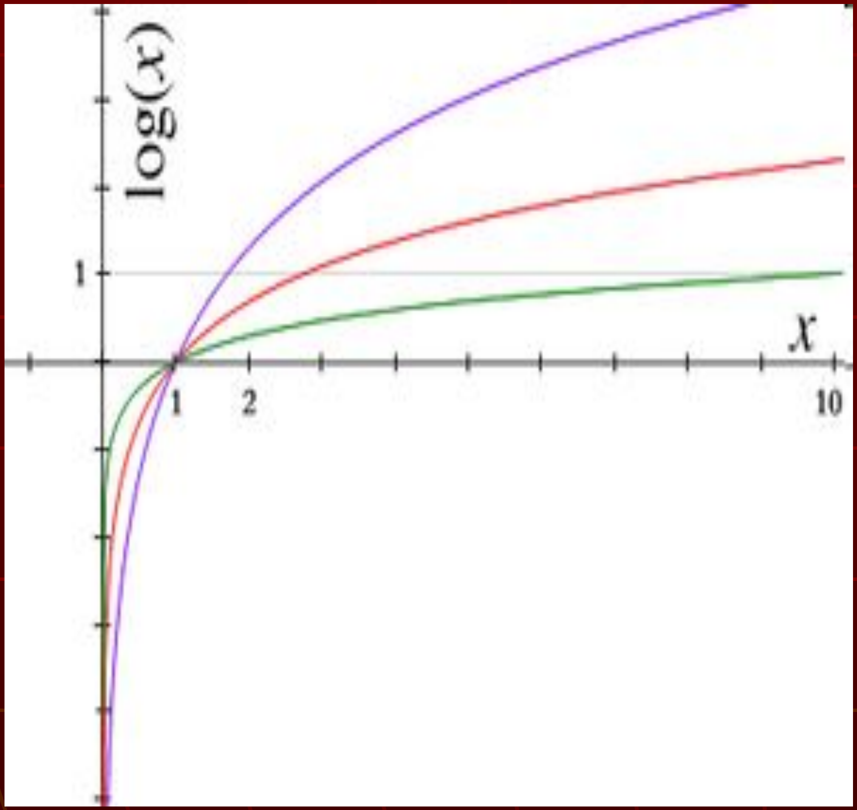
Деякі показникові рівняння можна звести до виду (1) або (2) за допомогою основних показникових тотожностей.

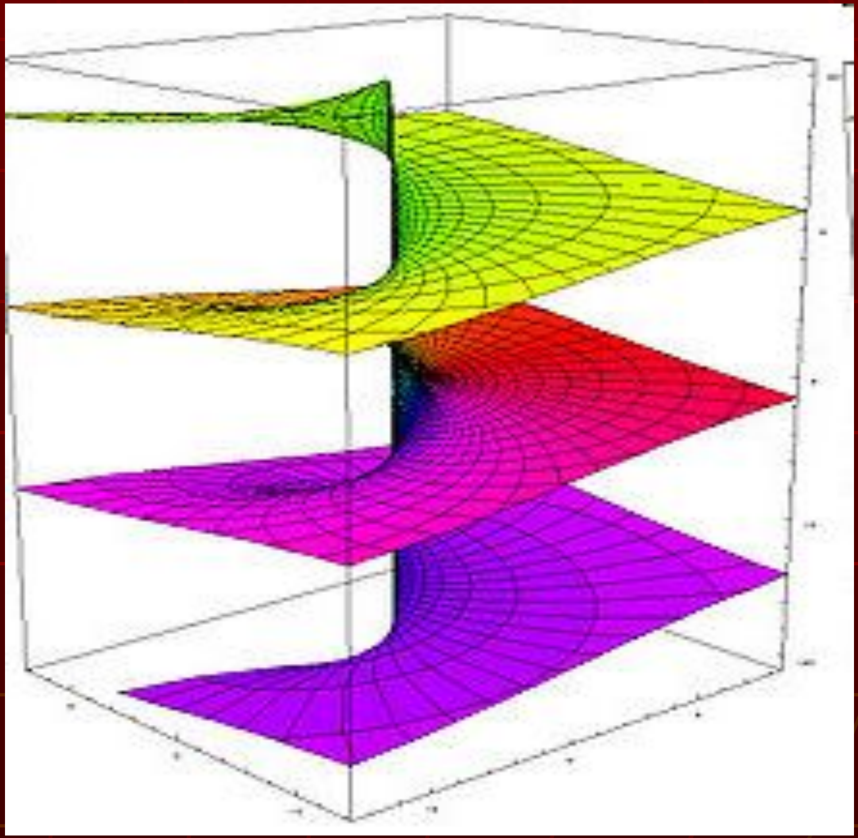
Найпоширенішим є спосіб зведення обох частин показникового рівняння до спільної основи. Розглянемо приклади розв'язування рівнянь.

- Метод координат - це спосіб визначення положення точки, фігури або тіла за допомогою чисел або інших символів. Числа , за допомогою яких визначається положення точки, називаються координатами.

- Перевага методу координат перед системним методом, за якого безпосередньо розглядаються фігури і кожна задача потребує особливого підходу, в його алгоритмічності. Справді, за допомогою методу координат кожна геометрична задача зводиться до алгебраїчної, а алгебраїчні задачі легше алгоритмізувати.

Логарифми та логарифмічні функції





Логарифмічна функція

Логарифмічна функція комплексної змінної

- Логарифм – з грецької означає “логос”- відношення і “аритмос”- число.
- Його винахід пов’язаний з двома постатями: швейцарцем Іобстом Бюргі(1552-1632), знаним годинникарем і майстром майстром астрономічних інструментів, і шотландцем Джоном Непером (1550-1617), який теж не був математиком за професією, астрономія була його «хобі». А Бюргі працював разом з астрономом Іоганном Кеплером. Саме величезний обсяг необхідних в астрономії обчислень і спонукав Бюргі і Непера шукати шляхів для їх спрощення. 20 років присвятив Непер своїм логарифмічним таблицям, аби, за його словами, «позбутися нудних і тяжких обчислень, відлякують зазвичай багатьох від вивчення математики». Обидва автори прийшли до своїх таблиць незалежно один від одного. Вони склали таблиці так званих натуральних логарифмів. Бюргі працював над таблицями 8 років і видав їх у 1620 році під назвою «Арифметична і геометрична таблиця прогресії». Проте його таблиці не отримали широкого поширення, бо Непер видав свій «Опис дивовижної таблиці логарифмів» на 6 років раніше. Тому і визнали число е неперовим числом.

ЛОГАРИФМИ І ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЯ

ЛОГАРИФМ ЧИСЛА

Означення	Властивості логарифмів
Логарифмом додатного числа b за основою a $(a>0,\ a\neq 1)$ називається показник степеня, до якого треба піднести a, щоб одержати b	$\boxed{\log_a 1=0}$ $\quad$ $\boxed{\log_a a=1}$

ОСНОВНА ЛОГАРИФМІЧНА ТОТОЖНІСТЬ

$$a^{\log_a b}=b,\ a>0,\ a\neq 1,\ b>0$$

ФОРМУЛИ ЛОГАРИФМУВАННЯ

При $x>0,\ y>0$:	Узагальнення
$\boxed{\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y}$	При $xy>0$: $\boxed{\log_a(xy)=\log_a\lvert x\rvert+\log_a\lvert y\rvert}$
$\boxed{\log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y}$	При $\frac{x}{y}>0$: $\boxed{\log_a \frac{x}{y}=\log_a\lvert x\rvert-\log_a\lvert y\rvert}$
$\boxed{\log_a x^n=n\log_a x}$	При $x\neq 0$: $\boxed{\log_a x^{2k}=2k\log_a\lvert x\rvert}$

ФОРМУЛА ПЕРЕХОДУ ДО ЛОГАРИФМІВ З ІНШОЮ ОСНОВОЮ

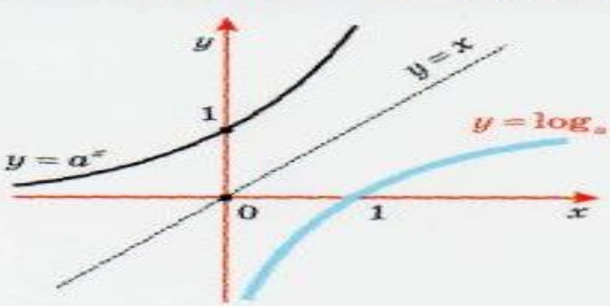
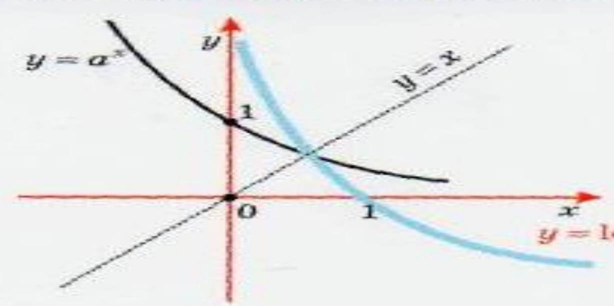
$$\boxed{\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}}\quad a>0,\ a\neq 1,\ b>0,\ b\neq 1,\ x>0$$

Наслідки

$$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a b=\log_{a^k} b^k$$

ГРАФІК ЛОГАРИФМІЧНОЇ ФУНКЦІЇ

$a>1$ (функція зростає)	$0<a<1$ (функція спадає)
	

Функції $y=a^x$ та $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$ — взаємно обернені функції, тому їх графіки симетричні відносно прямої $y=x$

Виконали роботу:
Жадан Олександр,
Коломійчук Діана.