

Задание №13

а) Решите уравнение $2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) = \sqrt{3} \cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi \right]$

ОТВ

ЕТ

$$\text{а) } \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k, -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\text{б) } -\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{13\pi}{6}.$$

РЕШЕН

ИЕ

ДАЛЕ

Е

а) Заметим, что $\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \cos^2 x$. Поэтому уравнение можно переписать в виде

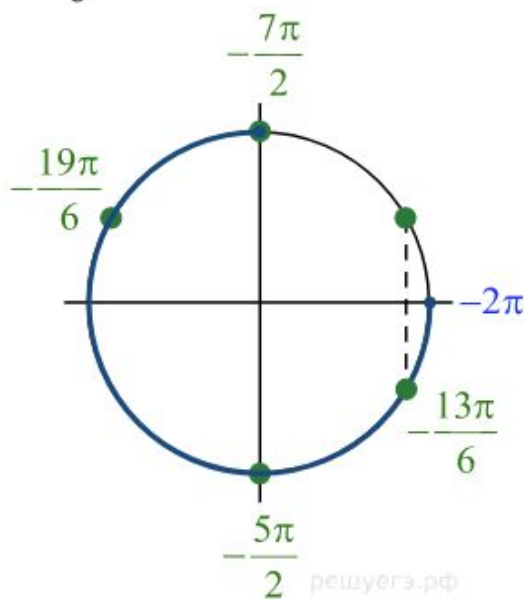
$2\cos^2 x - \sqrt{3}\cos x = 0$, откуда $2\cos x \left(\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$. Значит, либо $\cos x = 0$, откуда

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$, либо $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

б) Отберем с помощью единичной окружности корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$: $x = -\frac{7\pi}{2}, x = -\frac{5\pi}{2}, x = -\frac{13\pi}{6}$.

Ответ: а) $\left\{\frac{\pi}{2} + \pi k, -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$;

б) $-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{13\pi}{6}$.



НАЗА

Д

а) Решите уравнение $x \cos x + 4 \cos x - x - 4 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

ОТВ
ЕТ

а) $-4; 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $-2\pi; -4$

РЕШЕН
ИЕ

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$(x + 4)(\cos x - 1) = 0.$$

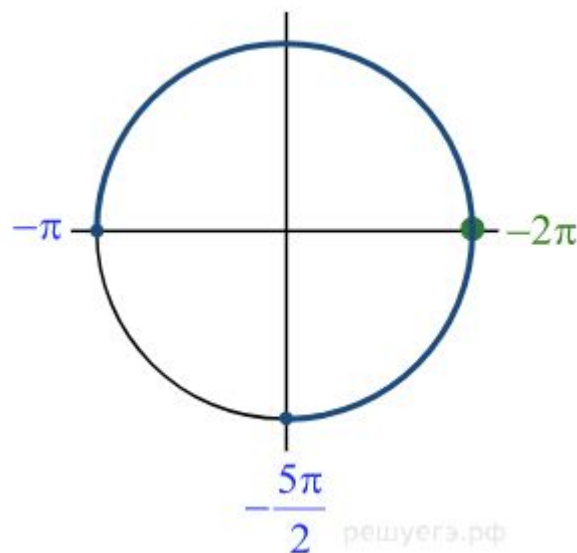
Значит, или $x = -4$, или $\cos x = 1$ откуда $x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

б) Заметим, что $-\frac{5\pi}{2} < -4 < -\pi$.

С помощью числовой окружности отберем числа вида $x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, принадлежащие отрезку $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$.

Получим число -2π .

Ответ: а) -4 ; $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) -2π ; -4 .



НАЗА

Д